

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВОЛНОВЫХ АБЕРРАЦИЙ СЛОЖНЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С. Т. Бобров и Ю. Г. Туркевич

Статья посвящена рассмотрению aberrаций голографической линзы с вынесенным зрачком, знание которых обеспечивает возможность расчета произвольной системы голографических линз. Получены общие формулы пересчета aberrаций третьего, пятого и седьмого порядков из плоскости в плоскость. Приводится выражение для aberrаций третьего и пятого порядков волнового фронта, восстановленного осевой голографической линзой с вынесенным зрачком, а также сферического волнового фронта, прошедшего плоскопараллельную пластину.

Опубликованные до сих пор работы по aberrациям голографических оптических элементов [1, 2] ограничивались рассмотрением волновых aberrаций в плоскости самой голограммы, что эквивалентно помещению зрачка в эту плоскость. Известно, однако, что положение последнего существенно влияет на aberrационные свойства любого оптического элемента. Кроме того, при расчете системы, состоящей хотя бы из двух голограмм, уже необходимо уметь записать aberrации голографической линзы с вынесенным из ее плоскости зрачком. Таким образом, требуется аппарат преобразования волновых aberrаций из одной плоскости в другую. Подобный аппарат разработан в оптике [3], но, во-первых, он основан на формализме нулевых лучей, который совершенно не развит для голограмм, во-вторых, этот аппарат предназначен только для aberrаций третьего порядка, тогда как в плоскости голограммы можно легко записать aberrации с любой точностью и желательно при вынесенном зрачке сохранить возможность расчета хотя бы пятого порядка. В настоящей работе предлагается новый аппарат преобразования волновых aberrаций третьего и высших порядков из плоскости в плоскость и рассматривается его применение к осевым голографическим линзам.

Допустим, что оптическая система формирует aberrированный сферический волновой фронт  $\Phi$ , причем последний точно известен в плоскости  $\xi, \eta$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 + \frac{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}{z^2}} + \Phi_A(\xi, \eta, x, y). \quad (1)$$

Здесь  $(x, y)$  — координаты гауссова изображения,  $z$  — расстояние от плоскости  $\xi, \eta$  до плоскости гауссова изображения, причем  $z > 0$ , если фронт расходящийся, и  $z < 0$ , если фронт сходящийся,  $\Phi_A$  — aberrационная добавка к идеальному сферическому фронту,  $\lambda$  — длина волны света. В плоскости  $\xi', \eta'$ , отстоящей от плоскости  $\xi, \eta$  на расстояние  $t$ , выражение для этого же фронта будет иметь вид

$$\Phi' = \frac{2\pi}{\lambda} (z + t) \sqrt{1 + \frac{(\xi' - x)^2 + (\eta' - y)^2}{(z + t)^2}} + \Phi'_A(\xi', \eta', x, y). \quad (2)$$

В этой плоскости aberrационная добавка  $\Phi'_A$  уже неизвестна, и задача состоит в том, чтобы найти ее по известному выражению для  $\Phi_A$ .

Воспользуемся следующим обстоятельством. Известно, что нормаль к волновому фронту имеет смысл направления распространения светового луча, проходящего через данную точку. Поскольку предполагается, что в промежутке между рассматриваемыми плоскостями отсутствуют какие-либо оптические элементы, то распространение лучей происходит прямолинейно. Следовательно, если в точке  $(\xi, \eta)$  построить нормаль к фронту  $\Phi$  и продолжить ее до пересечения с плоскостью  $\xi', \eta'$  в некоторой точке  $(\xi', \eta')$ , то в этой точке она также должна являться нормалью к фронту  $\Phi'$ , и наоборот.

Направляющие косинусы нормали к волновому фронту даются выражениями

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_\xi &= \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, x, y)}{\partial \xi}, \\ \cos \alpha_\eta &= \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, x, y)}{\partial \eta}, \\ \cos \alpha_z &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_\xi - \cos^2 \alpha_\eta}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Согласно (1), получаем

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_\xi &= \frac{\xi - x}{z \sqrt{1 + \frac{R^2}{z^2}}} + F_\xi(\xi, \eta, x, y), \\ \cos \alpha_\eta &= \frac{\eta - y}{z \sqrt{1 + \frac{R^2}{z^2}}} + F_\eta(\xi, \eta, x, y), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $R^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2$ ,  $F_\xi = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi_A}{\partial \xi}$ ,  $F_\eta = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi_A}{\partial \eta}$ . Координаты точки пересечения нормали к фронту  $\Phi$  с плоскостью  $\xi', \eta'$  можно определить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \xi + t \frac{\cos \alpha_\xi}{\cos \alpha_z}, \\ \eta' &= \eta + t \frac{\cos \alpha_\eta}{\cos \alpha_z}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставляя (3), (4) в (5) и разлагая в ряд, получаем с точностью до 7-го порядка ( $F_\xi, F_\eta$  начинаются с 3-го порядка малости) следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \xi' &= \xi + \frac{t(\xi - x)}{z} + tF_\xi + \frac{tR^2}{2z^2} F_\xi + \frac{t(\xi - x)(R \cdot F)}{z^2} - \frac{tR^4}{8z^4} F_\xi + \\ &+ \frac{t(\xi - x)R^2(R \cdot F)}{2z^4} + \frac{t(R \cdot F)}{z} F_\xi + \frac{t(\xi - x)(F \cdot F)}{2z}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $R \cdot F = (\xi - x)F_\xi + (\eta - y)F_\eta$ ,  $F \cdot F = F_\xi^2 + F_\eta^2$ .

Повторяя изложенную процедуру для фронта  $\Phi'$ , найдем точку пересечения нормали к нему с плоскостью  $\xi, \eta$ . Это соотношение полностью аналогично (6) с заменой  $\xi$  на  $\xi'$ ,  $z$  на  $(z + t)$ ,  $t$  на  $-t$ ,  $F_{\xi, \eta}$  на  $F'_{\xi, \eta}$  и  $R$  на  $R'$

$$\begin{aligned} \xi &= \xi' - \frac{t(\xi' - x)}{z + t} - tF'_\xi - \frac{tR'^2}{2(z + t)^2} F'_\xi - \frac{t(\xi' - x)(R' \cdot F')}{(z + t)^2} + \frac{tR'^4}{8(z + t)^4} F'_\xi - \\ &- \frac{t(\xi' - x)R'^2(R' \cdot F')}{2(z + t)^4} - \frac{t(R' \cdot F')}{z + t} F'_\xi - \frac{t(\xi' - x)(F' \cdot F')}{2(z + t)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Еще два таких же по структуре соотношения имеют место для  $\eta$  и  $\eta'$ .

Поскольку, как уже говорилось, нормали к фронтам  $\Phi$  и  $\Phi'$  совпадают, соотношения (6) и (7) должны быть совместны. Подставляя  $\xi$  из (7) в (6) и рассматривая последовательно члены 3-го, 5-го и 7-го порядков (при этом

надо иметь в виду, что, например,  $F_{\xi} = F_{3\xi} + F_{5\xi} + F_{7\xi}$ , т. е. представляет собой сумму членов 3-го и т. д. порядков малости), получаем следующие выражения для аберраций в плоскости  $\xi', \eta'$ :

$$\begin{aligned}
 F'_{3\xi}(\xi', \eta', x, y) &= \frac{z}{z+t} F_{3\xi}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right), \\
 F'_{5\xi}(\xi', \eta', x, y) &= \frac{z}{z+t} F_{5\xi}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right) + \\
 &+ \frac{z}{z+t} \Delta_5 \left\{ F_{3\xi}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right) - tF'_{3\xi}, \frac{z\eta'+ty}{z+t} - tF'_{3\eta}, x, y \right\}, \\
 F'_{7\xi}(\xi', \eta', x, y) &= \frac{z}{z+t} F_{7\xi}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right) + \\
 &+ \frac{z}{z+t} \Delta_7 \left\{ F_{5\xi}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right) - tF'_{5\xi}, \frac{z\eta'+ty}{z+t} - tF'_{5\eta}, x, y \right\} + \\
 &+ \frac{z}{z+t} \Delta_7 \left\{ F_{3\xi}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right) - tF'_{3\xi} - tF'_{5\xi} - \frac{tR'^2}{2(z+t)^2} F'_{3\xi} - \right. \\
 &- \frac{t(\xi'-x)(R' \cdot F'_3)}{(z+t)^2}, \frac{z\eta'+ty}{z+t} - tF'_{3\eta} - tF'_{5\eta} - \frac{tR'^2}{2(z+t)^2} F'_{3\eta} - \\
 &\left. - \frac{t(\eta'-y)(R' \cdot F'_3)}{(z+t)^2}, x, y \right\} - \frac{3t(\xi'-x)}{2z(z+t)} (F'_3 \cdot F'_3).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь  $\Delta_5 \{F_{3\xi}(\dots)\}$  означает члены 5-го порядка малости, возникающие при подстановке в  $F_{3\xi}$  указанного аргумента и т. д.

Аналогичные выражения, естественно, имеют место и для  $F'_{\eta}$ .

Формулы (8) дают не волновые аберрации в плоскости  $\xi', \eta'$ , а их производные, которые имеют смысл разностей направляющих косинусов реальных лучей и направляющих косинусов лучей, идеально сходящихся в точку гауссова изображения. Осуществить переход к волновым аберрациям в общем виде удастся только в третьем порядке. Нетрудно показать, что

$$\Phi_{3A}(\xi', \eta', x, y) = \Phi_{3A}\left(\frac{z\xi'+tx}{z+t}, \frac{z\eta'+ty}{z+t}, x, y\right). \tag{9}$$

Для высших порядков эту операцию можно всегда провести в каждом конкретном случае. Заметим, однако, что  $F_{\xi}$  и  $F_{\eta}$  линейно связаны с геометрическими аберрациями в плоскости изображения и во многих случаях с ними удобнее работать, чем с волновыми аберрациями.

Рассмотрим теперь с помощью полученного аппарата осевую голографическую линзу с вынесенным зрачком. Пусть запись голограммы производится фронтами  $\Phi_1 = (2\pi z_1/\lambda) \{1 + (\xi^2 + \eta^2)/z_1^2\}^{1/2}$  и  $\Phi_2 = (2\pi z_2/\lambda) \{1 + (\xi^2 + \eta^2)/z_2^2\}^{1/2}$ , а воспроизведение — фронтом  $\Phi'_1 = (2\pi z_1/\lambda) \{1 + [(\xi - x_1)^2 + \eta^2]/z_1^2\}^{1/2}$ . В этом случае безаберрационный восстановленный фронт должен иметь вид  $\Phi'_2 = (2\pi z_2/\lambda) \{1 + [(\xi - x_2)^2 + \eta^2]/z_2^2\}^{1/2}$ , где  $x_2 = x_1(z_2/z_1)$ . Правило знаков для  $z_2, z_1$  остается прежним, т. е. при расходящемся фронте  $z > 0$ , и наоборот. Поскольку система имеет осевую симметрию, то нет смысла рассматривать отклонение восстанавливающего источника от оси сразу по двум координатам, и центр кривизны восстанавливающего фронта выбран в точке  $(x_1, 0)$ . При этом  $F_{\xi}$  и  $F_{\eta}$  пропорциональны соответственно меридиональным и сагиттальным геометрическим аберрациям. В приведенных выражениях  $\xi$  и  $\eta$  — координаты в плоскости голограммы.

Волновые аберрации восстановленного фронта в этой плоскости имеют вид [1]

$$\Phi_A = \Phi'_1 - \Phi'_2 - \Phi_1 + \Phi_2. \tag{10}$$

Беря производные по  $\xi$  и  $\eta$  от  $\Phi_A$  и ограничиваясь в их разложении членами 5-го порядка малости, получаем исходные соотношения

$$\begin{aligned}
F_{3\xi} &= -\frac{(\xi - x_1) [(\xi - x_1)^2 + \eta^2]}{2z_1^3} + \frac{\xi(\xi^2 + \eta^2)}{2z_1^3} + \\
&+ \frac{(\xi - x_2) [(\xi - x_2)^2 + \eta^2]}{2z_2^3} - \frac{\xi(\xi^2 + \eta^2)}{2z_2^3} + \frac{1}{2} S_3 \xi (\xi^2 + \eta^2), \\
F_{3\eta} &= -\frac{\eta [(\xi - x_1)^2 + \eta^2]}{2z_1^3} + \frac{\eta(\xi^2 + \eta^2)}{2z_1^3} + \\
&+ \frac{\eta [(\xi - x_2)^2 + \eta^2]}{2z_2^3} - \frac{\eta(\xi^2 + \eta^2)}{2z_2^3} + \frac{1}{2} S_3 \eta (\xi^2 + \eta^2), \\
F_{5\xi} &= \frac{3(\xi - x_1) [(\xi - x_1)^2 + \eta^2]^2}{8z_1^5} - \frac{3\xi(\xi^2 + \eta^2)^2}{8z_1^5} - \\
&- \frac{3(\xi - x_2) [(\xi - x_2)^2 + \eta^2]^2}{8z_2^5} + \frac{3\xi(\xi^2 + \eta^2)^2}{8z_2^5} - \frac{3}{8} S_5 \xi (\xi^2 + \eta^2)^2, \\
F_{5\eta} &= \frac{3\eta [(\xi - x_1)^2 + \eta^2]^2}{8z_1^5} - \frac{3\eta(\xi^2 + \eta^2)^2}{8z_1^5} - \\
&- \frac{3\eta [(\xi - x_2)^2 + \eta^2]^2}{8z_2^5} + \frac{3\eta(\xi^2 + \eta^2)^2}{8z_2^5} - \frac{3}{8} S_5 \eta (\xi^2 + \eta^2)^2.
\end{aligned} \tag{11}$$

Для общности в (11) введены сферические абберации 3-го и 5-го порядков (с коэффициентами  $S_3$  и  $S_5$ ), которые могут быть как следствием того, что запись голографической линзы производилась фронтами другой геометрии, чем восстановление (тогда  $S_3$  и  $S_5$  связаны между собой и вообще подвержены ограничениям), так и результатом введения определенной поправки в закон зависимости частоты структуры голографической линзы от радиуса при ее синтезе (в этом случае  $S_3$  и  $S_5$  независимы и произвольны).

Пусть выходной зрачок системы находится на расстоянии  $t$  от плоскости голограммы. Тогда для получения аббераций 3-го порядка в плоскости зрачка необходимо провести подстановку

$$\left. \begin{aligned}
\xi &= \frac{z_2}{z_2 + t} \xi' + \frac{t}{z_2 + t} x_2, \\
\eta &= \frac{z_2}{z_2 + t} \eta',
\end{aligned} \right\} \tag{12}$$

которая дает следующие результаты:

$$\left. \begin{aligned}
F'_{3\xi} &= -\frac{z_2^4}{2(z_2 + t)^4} \{-S_3 \xi' (\xi'^2 + \eta'^2) + Q_1 (3\xi'^2 + \eta'^2) x_2 + 3Q_2 \xi' x_2^2 + Q_3 x_2^3\}, \\
F'_{3\eta} &= -\frac{z_2^4}{2(z_2 + t)^4} \{-S_3 \eta' (\xi'^2 + \eta'^2) + 2Q_1 \xi' \eta' x_2 + Q_2 \eta' x_2^2\}.
\end{aligned} \right\} \tag{13}$$

В (13)  $\xi'$ ,  $\eta'$  — координаты в плоскости выходного зрачка, а коэффициенты  $Q_1$ — $Q_3$  имеют следующий вид:

$$Q_k = \frac{(t - z_1 - \frac{z_1}{z_2} t)^k}{z_1^3 z_2^k} - \frac{t^k}{z_1^3 z_2^k} - \frac{(-1)^k}{z_2^3} + \frac{t^k}{z_2^{3+k}} - S_3 \frac{t^k}{z_2^k}. \tag{14}$$

Имея теперь  $F'_{3\xi}$ ,  $F'_{3\eta}$ , получаем, согласно (8), абберации 5-го порядка голографической линзы с вынесенным зрачком

$$\left. \begin{aligned}
F'_{5\xi} &= \frac{3z_2^6}{8(z_2 + t)^6} \{-S_5 \xi' (\xi'^2 + \eta'^2)^2 + G_1 (5\xi'^2 + \eta'^2) (\xi'^2 + \eta'^2) x_2 + \\
&+ G_2 (10\xi'^3 + 6\xi' \eta'^2) x_2^2 + 2G_3 (5\xi'^2 + \eta'^2) x_2^3 + 5G_4 \xi' x_2^4 + G_5 x_2^5\} + \\
&+ \frac{tz_2^7}{4(z_2 + t)^7} \{-3S_3 \xi' (\xi'^2 + \eta'^2)^2 + 3S_3 Q_1 (5\xi'^2 + \eta'^2) (\xi'^2 + \eta'^2) x_2 + \\
&+ 2S_3 Q_2 (9\xi'^2 + 4\eta'^2) \xi' x_2^2 - 2Q_1^2 (9\xi'^2 + 5\eta'^2) \xi' x_2^2 + S_3 Q_3 (3\xi'^2 + \eta'^2) x_2^3 - \\
&- Q_1 Q_2 (18\xi'^2 + 5\eta'^2) x_2^3 - (9Q_2^2 + 6Q_1 Q_3) \xi' x_2^4 - 3Q_2 Q_3 x_2^5\},
\end{aligned} \right\} \tag{15}$$

$$F'_{5\eta} = \frac{3z_2^3}{8(z_2 + t)^6} \left\{ -S_5 \eta' (\xi'^2 + \eta'^2)^2 + 4G_1 (\xi'^2 + \eta'^2) \xi' \eta' x_2 + 2G_2 (3\xi'^2 + \eta'^2) \eta' x_2^2 + \right. \\ \left. + 4G_3 \xi' \eta' x_2^3 + G_4 \eta' x_2^4 \right\} + \frac{tz_2^3}{4(z_2 + t)^7} \left\{ -3S_3^2 \eta' (\xi'^2 + \eta'^2)^2 + 12S_3 Q_1 (\xi'^2 + \eta'^2) \xi' \eta' x_2 + \right. \\ \left. + 4S_3 Q_2 (2\xi'^2 + \eta'^2) \eta' x_2^2 - 2Q_1^2 (5\xi'^2 + \eta'^2) \eta' x_2^3 + 2S_3 Q_3 \xi' \eta' x_2^3 - \right. \\ \left. - 10Q_1 Q_2 \xi' \eta' x_2^3 - (Q_2^2 + 2Q_1 Q_2) \eta' x_2^4 \right\}.$$

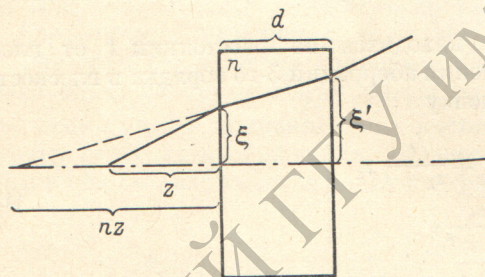
Здесь

$$G_k = \frac{\left(t - z_1 - \frac{z_1}{z_2} t\right)^k}{z_1^3 z_2^k} - \frac{t^k}{z_1^3 z_2^k} - \frac{(-1)^k}{z_2^k} + \frac{t^k}{z_1^{5+k}} - S_5 \frac{t^k}{z_1^k}. \quad (16)$$

В выражения (13) и (15) входит координата точки изображения  $x_2$ . В случае необходимости всегда можно перейти к координате предметной точки  $x_1$ , согласно соотношению  $x_1 = x_2 (z_1/z_2)$ . Тогда коэффициенты  $Q_k, G_k$  будут иметь вид

$$Q_k = \frac{\left(t - z_1 - \frac{z_1}{z_2} t\right)^k}{z_1^{3+k}} - \frac{t^k}{z_1^{3+k}} - \frac{(-1)^k}{z_1^k z_2^{3-k}} + \frac{t^k}{z_1^k z_2^3} - S_3 \frac{t^k}{z_1^k}, \\ G_k = \frac{\left(t - z_1 - \frac{z_1}{z_2} t\right)^k}{z_1^{5+k}} - \frac{t^k}{z_1^{5+k}} - \frac{(-1)^k}{z_1^k z_2^{5-k}} + \frac{t^k}{z_1^k z_2^5} - S_5 \frac{t^k}{z_1^k}. \quad (17)$$

В качестве второго примера рассмотрим абберации сферического волнового фронта, прошедшего плоскопараллельную пластину. Этот случай имеет



практическое значение, поскольку в реальных условиях голограммы всегда находятся на подложках. Пусть сферический волновой фронт падает на плоскопараллельную пластину, имеющую толщину  $d$  и показатель пре-

прохождения сферического волнового фронта через плоскопараллельную пластину.

ломления  $n$  (см. рисунок). Центр кривизны фронта находится на расстоянии  $z$  от передней поверхности пластины. Правило знака для  $z$  остается прежним. Для удобства проведем ось  $Z$  через центр кривизны фронта. В этом случае прошедший фронт обладает только сферической абберацией и можно ограничиться абберациями в меридиональной плоскости, т. е. рассматривать одномерную задачу.

Легко видеть, что если луч попадает в точку  $\xi$  передней поверхности пластины, то после преломления его направляющий косинус равен

$$\cos \alpha_\xi = \frac{\xi}{nz \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{z^2}}}. \quad (18)$$

При этом изображение источника должно находиться на расстоянии  $nz$  от этой поверхности, т. е. фронт сравнения имеет вид

$$\Phi_{\text{ср.}} = \frac{2\pi}{\lambda} nz \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{n^2 z^2}}. \quad (19)$$

Дифференцируя (19) и вычитая полученное из (18), находим выражения для аббераций фронта, преломленного передней поверхностью пластины

$$\left. \begin{aligned} F_{3\xi}^{(1)} &= -\frac{1}{2} \frac{\xi^3}{nz^3} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \\ F_{5\xi}^{(1)} &= \frac{3}{8} \frac{\xi^5}{nz^5} \left(1 - \frac{1}{n^4}\right). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Преобразуя (20), согласно (8), находим aberrации этого же фронта в плоскости второй поверхности пластины в виде

$$\left. \begin{aligned} F_{3\xi}^{(1)'} &= -\frac{1}{2} \frac{\xi'^3}{n \left(z + \frac{d}{n}\right)^3} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{z}{z + \frac{d}{n}}, \\ F_{5\xi}^{(1)'} &= \frac{3}{8} \frac{z\xi'^5}{n \left(z + \frac{d}{n}\right)^5} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) - \frac{3}{4} \frac{zd\xi'^5}{n^2 \left(z + \frac{d}{n}\right)^7} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Теперь для того, чтобы получить полные aberrации второй раз преломленного фронта, необходимо умножить  $F_{3\xi}^{(1)'}$ ,  $F_{5\xi}^{(1)'}$  на  $n$  (направляющий косинус луча при переходе из среды с показателем  $n$  в воздух увеличивается в  $n$  раз) и прибавить aberrации, вносимые второй поверхностью. Последние представляют собой aberrации фронта с  $z' = nz + d$ , преломляющегося на границе сред с показателями преломления  $n$  и 1, и легко получаются из (20) заменой  $z$  на  $nz + d$  и  $n$  на  $1/n$ . В итоге имеем следующие выражения (переходя при этом уже к двумерной записи):

$$\left. \begin{aligned} F_{3\xi} &= \frac{1}{2} \frac{\xi'(\xi'^2 + \eta'^2)}{\left(z + \frac{d}{n}\right)^3} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{d}{nz + d}, \\ F_{5\xi} &= -\frac{3}{8} \frac{\xi'(\xi'^2 + \eta'^2)^2}{\left(z + \frac{d}{n}\right)^5} \frac{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)d}{nz + d} \left[1 + \frac{1}{n^2} + \frac{2nz\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}{nz + d}\right]. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$F_{3\eta}$ ,  $F_{5\eta}$  записываются совершенно аналогично с заменой  $\xi'$  на  $\eta'$ , и наоборот.

Если координаты центра кривизны фронта в первоначальной системе координат (в системе, связанной с осью симметрии оптической системы, в которую входит пластина) равны  $(x, y)$ , то, подставляя в (22)  $\xi'' = \xi' + x$  и  $\eta'' = \eta' + y$ , получаем нужные выражения. Подчеркнем, что (22) справедливо, если зрачок находится на задней поверхности пластины. В противном случае требуется дальнейшее преобразование aberrаций, согласно (8).

Таким образом, предлагаемый в настоящей работе аппарат позволяет рассчитывать aberrации третьего и высших порядков оптических систем, состоящих из таких элементов, для которых известны aberrационные свойства в какой-либо из плоскостей. В настоящее время к таким элементам относятся осевые голограммы на плоской подложке. Получение выражения для «плоскостных» aberrаций сферической преломляющей поверхности позволит распространить подобный метод и на системы, включающие рефракционные линзы.

#### Литература

- [1] R. W. Meier. J. Opt. Soc. Am., 55, 987, 1965.
- [2] E. V. Champagne. J. Opt. Soc. Am., 57, 61, 1967.
- [3] В. Н. Чуриловский. Теория хроматизма и aberrаций третьего порядка. «Машиностроение», Л., 1968.

Поступило в Редакцию 3 августа 1978 г.