

ОБ АППАРАТНОЙ ФУНКЦИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРИБОРОВ С МНОГОКРАТНОЙ ДИФРАКЦИЕЙ

Ю. Г. Козлов

Рассмотрено влияние дифракции на нескольких элементах на вид аппаратной функции. Показано, что вид и ширина аппаратной функции не зависит от числа дифракций, а лишь от выходной апертуры прибора. Рассмотрение проведено для целевых приборов и СИСАМа. Выведено наиболее общее выражение, описывающее интерференцию двух волновых фронтов, образованных многолучевыми устройствами и, в частности, дифракционной решеткой. На основании полученной формулы выведены выражения для различных случаев использования селективного интерферометра, в частности, в качестве спектрометра с интерференционной селективной амплитудной модуляцией.

Существует несколько типов спектрометров, в которых свет после прохождения входного отверстия испытывает многократную дифракцию на одном или нескольких диспергирующих элементах. В частности, широко применяются двойные монохроматоры и спектрографы [1], спектрометры со скрещенной дисперсией [2] и т. д. Однако вопрос о влиянии многократной дифракции на аппаратную функцию прибора становится более актуальным при рассмотрении схем спектрометров с интерференционной селективной амплитудной модуляцией (СИСАМов), в большинстве которых каждая из двух интерферирующих волн дифрагирует либо последовательно на двух дифракционных решетках [3], либо на одной решетке несколько раз [4, 5].

В работе [6] вычисляется аппаратная функция системы «СИСАМ+ИФП» (интерферометр Фабри—Перо). По аналогии с этим рассмотрением в работе [7] указано, что СИСАМ, построенный по обратно-круговой схеме [3], имеет аппаратную функцию вида $\sin x/x \sin 2x/2x$ (x — параметр сканирования), и это утверждение развивается потом в работе [8]. Следуя логике этих работ, можно было бы ожидать, что аппаратная функция целевых приборов и СИСАМа по схеме [5] имела бы вид функции $\sin x/x$ в степенях, больших или по крайней мере равных двум.

Ошибочность такого вывода становится достаточно очевидной, если проанализировать вывод аппаратной функции СИСАМа с точки зрения взаимодействий двух наклоненных относительно друг друга фронтов, как это дано в работе [9], где интегрирование по выходному зрачку интерференционной картины, локализованной в плоскости решеток, может дать лишь функцию $\sin x/x$ в первой степени при идеальной настройке прибора.

Попробуем рассмотреть явление многократной дифракции более строго. Для простоты будем вести рассуждения в терминах изображения некоего первичного точечного или линейного когерентного источника. Аналогом последнего может служить самосветящаяся щель спектрометра. Из теории уширения спектрального контура известно ([1], стр. 12), что, если есть n независимых друг от друга причин уширения и каждая из них описывается функцией $f_n(x)$, то результирующий контур $F_n(x)$ может быть получен по рекуррентной формуле

$$F_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x-x') F_{n-1}(x') dx'. \quad (1)$$

Следовательно, зная величины уширений, т. е. аппаратных искажений каждого из элементов спектрометра, можно последовательно проследить трансформацию изображения входного точечного источника или щели. Для общности можно определить уширение, даваемое входной щелью, либо δ -функцией, либо функцией $\sin x/x$ с очень большим аргументом. Кроме того, заметим, что наш способ рассмотрения соответствует случаю когерентного освещения диспергирующего элемента, т. е. функции свертки включают под знак интеграла амплитуды, и для получения интенсивности на выходе прибора нужно взять квадрат интеграла свертки.

Итак, для двух причин уширения, описываемых соответственно функциями $f_1(x)$ и $f_2(x)$, имеем

$$F_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x') f_2(x-x') dx'. \quad (2)$$

Если первым элементом является щель, а вторым призма или дифракционная решетка, для которых $f_2 = a \sin x/x$, то в силу свойства δ -функции

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x') f(x') dx' = f(x) \quad (3)$$

имеем $I = [F]^2 = a^2 \sin^2 x/x^2$, т. е. обычное выражение для прибора с однократной дифракцией.

Пусть теперь после первой дифракции, дающей распределение амплитуды по углам, световая волна падает без промежуточных диафрагм на такой же элемент или на тот же самый [4], т. е. $f_1(x) = f(x)$. Можно записать

$$F_3(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax'}{ax'} \frac{\sin a(x-x')}{a(x-x')} dx'. \quad (4)$$

После преобразования дроби и разложения $\sin a(x-x')$ получим с точностью до постоянного множителя, нас не интересующего,

$$I_3 = A \frac{\sin^2 ax}{(ax)^2}. \quad (5)$$

Таким образом, не происходит даже удвоения аргумента $\text{sinc}(ax)$. Относительно свойств двойных монохроматоров (см., например, [1], стр. 106) можно утверждать, что и в том случае, когда промежуточная щель узка, $f_2(x') = \delta(x-x')$, и в том случае, если она полностью отсутствует, угловое распределение определяется формулой (5). Промежуточная щель может лишь убрать рассеянный свет.

В самом общем случае двух различных диспергирующих элементов имеем

$$F_3(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax'}{ax'} \frac{\sin b(x-x')}{b(x-x')} dx'. \quad (6)$$

Интегрирование дает при $a > b > 0$

$$I_3(x) = B \frac{\sin^2 bx}{(bx)^2}. \quad (7)$$

Следует заметить, что выражение для распределения амплитуд, кроме величины $\sin x/x$, содержит фазовый множитель e^{ix} . Однако свертка множителей первой и второй решеток дает новый множитель, содержащий

только фазу, зависящую от параметра x , который можно вынести из-под знака интеграла $e^{ix'}e^{i(x-x')} = e^{ix}$.

Полученный результат полностью соответствует положению в обычной оптике, где угловые размеры дифракционного изображения системы, идеальной в смысле отсутствия аберраций, например линзовой, определяются наименьшей апертурной диафрагмой.

Действительно, коэффициенты a и b , входящие в аргумент, имеют физический смысл ширины отверстия, на котором происходит дифракция. Следовательно, можно утверждать, что аппаратная функция щелевого прибора с многократной дифракцией определяется наименьшей апертурной диафрагмой, а если апертуры отдельных элементов одинаковы, то при прохождении света через эти элементы аппаратная функция не только не меняет формы, но и сохраняет свою ширину.

При этом следует учитывать, что изменение апертуры следует считать с учетом изменения реальной ширины пучка на каждом элементе: инвариантами являются величины $L \cos \varphi$, где L — реальная ширина диспергирующего элемента, φ — угол преломления или дифракции.

Разрешающая способность спектрального прибора зависит от двух причин: ширины аппаратного контура и суммарной дисперсии элементов. Например, увеличение ширины заштрихованной части решетки приводит к сужению аппаратной функции, но дисперсия остается прежней. Уменьшение же шага штриха решетки не меняет аппаратного контура, но увеличивает дисперсию. Однако и в том и в другом случае разрешающая способность прибора увеличивается.

Перейдем теперь к интерференционным спектральным приборам, принцип действия которых основан на явлении селективной интерференции. Определим оптическую аппаратную функцию СИСАМа как изменение амплитуды модуляции светового потока при освещении интерферометра монохроматическим источником света $B(\nu) = \delta(\nu_0 - \nu)$ и сканировании вблизи положения автоколлимации.

Кроме понятия оптической аппаратной функции, можно рассматривать реальную аппаратную функцию, которая является результатом преобразования оптической АФ регистрирующим устройством. В настоящем сообщении мы остановимся лишь на оптической аппаратной функции СИСАМа (ОАФ).

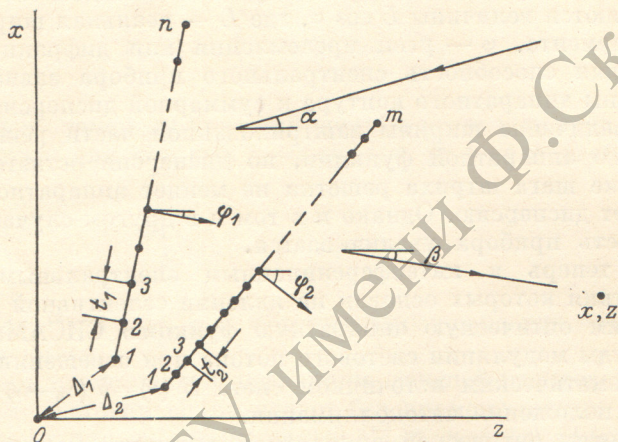
В отличие от щелевых спектральных приборов процесс формирования оптического отклика всего прибора является более сложным: сначала световой пучок делится по амплитуде пополам, затем по крайней мере один из них проходит один или несколько диспергирующих элементов, и только после этого пучки интерферируют на светосводящем элементе, образуя первичную интерференционную картину. Фотоприемник регистрирует интерференционно промодулированную часть картины, локализованную на бесконечности (вторичная картина — интерференционная картина).

Из сказанного выше следует, что какое бы число диспергирующих элементов ни проходил пучок света, дифракционное распределение амплитуды по углам определяется наименьшей диафрагмой, установленной на пути пучка, т. е. шириной выходного зрачка. Однако многократные дифракции на одной или нескольких решетках изменяют разрешающую способность приборов за счет суммирования, а в некоторых случаях вычитания дисперсий, как это происходит, например, при использовании метода компенсации поля. Основываясь на этих рассуждениях, можно сделать вывод, что в обратно-круговых схемах [3] любая из решеток может быть заменена зеркалом. При этом мы, конечно, потеряем в разрешении, но зато очень сильно выиграем в помехоустойчивости прибора.

Мы в праве утверждать, что при рассмотрении любого СИСАМа можно пользоваться его приведенной схемой, т. е. пространственным совмещением диспергирующих элементов путем построения их изображений в зеркалах, как это делалось, например, Конном [9].

Теперь, взяв произвольную приведенную схему селективного интерферометра, дадим наиболее строгий вывод формулы, описывающий вид АФ СИСАМа. При этом мы пользуемся основным принципом построения оптической схемы прибора, сформулированном в работе [10]: дисперсии плеч интерферометра должны быть различными.

Итак, пусть имеются две упорядоченные системы одинаковых $n+m$ линейных вибраторов. Количество вибраторов соответственно в первой и второй системах n и m . Расположение вибраторов в каждой системе вполне упорядочено (штрихи решетки эквидистантны), но не обязательно одинаковое (разные постоянные решеток). Относительное расположение систем произвольно. На рисунке показан разрез систем плоскостью xz , перпендикулярной направлению линейных вибраторов. Поскольку мы считаем вибраторы линейными, то в наших рассуждениях отсутствует понятие функции штриха. Это допущение для нас не существенно, так



К выводу формулы интерференции двух фронтов, образованных двумя произвольно расположенными различными дифракционными решетками.

Δ_1 и Δ_2 — разность фаз между произвольной точкой O и наиболее удаленными излучателями, соответственно первой и второй систем, t_1 и t_2 — постоянные первой и второй решеток, φ_1 и φ_2 — угол между нормальными решеток и осью z , n и m — количество штрихов первой и второй решеток, α — угол между падающей волной и осью z , β — угол между осью z и направлением на точку наблюдения.

как функция штриха определяет макрораспределение энергии по углам и может сказаться лишь на весьма медленном изменении коэффициента пропускания всего прибора.

Рассуждения начнем, используя величины, характеризующие фазовые соотношения. Δ_1 и Δ_2 — фаза какого-либо одного вибратора соответственно первой и второй системы. Выбор этого вибратора, от которого нужно начинать отсчет разности фаз, достаточно произволен. Удобно приписать начальные фазы Δ_1 и Δ_2 вибраторам, наиболее удаленным от наблюдателя. В нашем рассмотрении δ_1 и δ_2 — разности фаз между двумя соседними вибраторами в каждой из систем. Амплитуды колебаний всех вибраторов будем считать одинаковыми, так что последующий расчет интенсивности следует считать приведенным к величине $n+m$.

Результат взаимодействия двух систем волн можно записать так же, как это делается во всех случаях многолучевой интерференции. Комплексную амплитуду в точке с координатами x, z получим в виде

$$A(\Delta_1, \Delta_2, \delta_1, \delta_2, n, m) = e^{i\Delta_1} (1 + e^{i\delta_1} + e^{i2\delta_1} + \dots + e^{i(n-1)\delta_1}) + e^{i\Delta_2} (1 + e^{i\delta_2} + e^{i2\delta_2} + \dots + e^{i(m-1)\delta_2}). \quad (8)$$

Ряды, стоящие в скобках, есть геометрические прогрессии с числом членов n и m и знаменателями $e^{i\delta_1}$ и $e^{i\delta_2}$. Заменяя ряды их суммами, получим

$$A = e^{i\Delta_1} \frac{1 - e^{in\delta_1}}{1 - e^{i\delta_1}} + e^{i\Delta_2} \frac{1 - e^{im\delta_2}}{1 - e^{i\delta_2}}. \quad (9)$$

Для получения результирующего распределения интенсивности, создаваемой двумя системами, домножим выражение (9) на сопряженное. Опуская промежуточные выкладки, получим

$$I = \frac{\sin^2 \frac{n\delta_1}{2}}{\sin^2 \frac{\delta_1}{2}} + \frac{\sin^2 \frac{m\delta_2}{2}}{\sin^2 \frac{\delta_2}{2}} + \frac{2 \sin \frac{n\delta_1}{2} \sin \frac{m\delta_2}{2}}{\sin \frac{\delta_1}{2} \sin \frac{\delta_2}{2}} \cos \left[\frac{(n-1)\delta_1 - (m-1)\delta_2}{2} + D \right], \quad (10)$$

где $D = \Delta_2 - \Delta_1$.

При перемножении комплексно сопряженных величин члены, содержащие Δ_1 и Δ_2 , фигурируют в виде $\Delta_1 - \Delta_2$. Это обосновывает введение параметра $D = \Delta_2 - \Delta_1$, который является разностью фаз между первыми вибраторами. Этот параметр определяет расположение в пространстве систем относительно друг друга. Такой вид зависимости J от Δ_1 и Δ_2 позволяет также поместить начало координат на место расположения одного из $n+m$ вибраторов. Теперь установим связь между фазовыми величинами δ и реальными, характеризующими дифракционную решетку и ее ориентацию. К последним относятся постоянные решеток t_1 и t_2 и углы φ_1 и φ_2 между нормальными к плоскостям решеток и направлением оси z . Введем в рассмотрение также угол наблюдения β , отсчет которого будем производить также относительно направления z .

Рассмотрим два любых вибратора с координатами $X_1=0$, $Z_1=0$ и X_2 , Z_2 разности $X_1 - X_2 = x$ и $Z_1 - Z_2 = z$, которые будем считать малыми по сравнению с расстояниями до точки наблюдения X и Z . Тогда, взяв полный дифференциал выражения $R = \sqrt{(X-x)^2 + (Z-z)^2}$, мы получим

$$dR = \frac{(X-x) dx}{\sqrt{(X-x)^2 + (Z-z)^2}} + \frac{(Z-z) dz}{\sqrt{(X-x)^2 + (Z-z)^2}} = \cos \beta dx + \sin \beta dz. \quad (11)$$

Если данные вибраторы суть соседние штрихи решетки одной системы, то $dx = t \sin \varphi$ и $dz = t \cos \varphi$, и величина dR есть δ , характеризующая данную систему. Для первой системы получим

$$\delta_1 = \frac{2\pi t_1}{\lambda} \sin(\varphi_1 + \beta), \quad (12)$$

а для второй

$$\delta_2 = \frac{2\pi t_2}{\lambda} \sin(\varphi_2 + \beta). \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) дают связь между δ и истинными величинами t и φ только в том случае, если все вибраторы излучают одновременно. В реальных условиях колебания вибраторов возбуждаются не одновременно, а с дополнительным сдвигом фаз, опять же упорядоченным в каждой системе. Кроме того, направления нормалей системы могут быть несколько некопланарны с плоскостью xz и отстоять на некоторый угол Θ . Тогда результирующая разность хода будет записываться таким образом:

$$\delta = \frac{2\pi t \cos \Theta}{\lambda} [\sin(\varphi + \alpha) + \sin(\varphi + \beta)], \quad (14)$$

где α — угол падения возбуждающей волны.

Полученная формула содержит информацию о любом двухлучевом спектроинтерферометре. Последний может быть и неселективным и селективным с любыми соотношениями между длинами плеч, любыми диспергирующими элементами (t и φ) и модуляционными особенностями (D).

В настоящей работе мы рассмотрим действие приборов с селективной интерференцией, причем будем считать, что интерференционная модуляция осуществляется изменением величины D , но конкретный вид закона изменения $D(t)$ во времени задавать не будем, так как вопросы интерфе-

ренционной модуляции достаточно хорошо рассмотрены в литературе [11, 12]. Формальное наличие модуляции дает нам право не рассматривать первые два слагаемых в формуле (10), которые определяют немодулированную засветку фотоприемника и могут влиять только на отношение сигнал/шум при регистрации потока квантовым приемником.

Сделаем следующие упрощающие предположения: в плечах интерферометра установлены одинаковые дифракционные решетки, сканирование осуществляется синхронным поворотом их вблизи положения автоколлимации, где $\varphi = \varphi_0$, относительно направления наблюдения z , т. е. вблизи угла $+\varphi_0$ для одной из них и $-\varphi_0$ для другой.

Круглая скобка под знаком косинуса после преобразования примет вид

$$y = \frac{4\pi t}{\lambda} \sin \varphi \cos(\alpha + \beta). \quad (15)$$

В реальных условиях углы α и β , а также угол сканирования $\varphi - \varphi_0$ мнogo меньше $\pi/2$ и, следовательно, величина $\cos y$ есть медленно меняющаяся функция этих углов. Поэтому при последующем интегрировании по этим параметрам $\cos y$ может быть вынесен из-под знака интеграла. Изменение амплитуды модуляции светового потока будет описываться формулой

$$I = A \frac{\sin \frac{n\delta_1}{2} \sin \frac{n\delta_2}{2}}{\frac{n\delta_1}{2} \frac{n\delta_2}{2}}, \quad (16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{2\pi t}{\lambda} [\sin(\varphi + \alpha) + \sin(\varphi + \beta)], \\ \delta_2 &= \frac{2\pi t}{\lambda} [\sin(-\varphi + \alpha) + \sin(-\varphi + \beta)]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Рассмотрим следующие случаи.

1. Источник излучения точечный и находится на оси z ($\alpha = 0$). Решетки установлены в положение автоколлимации и сканирование производится не поворотом решеток, а бесконечно узкой щелью на выходе, так что знаки углов φ становятся не существенными из-за соотношения $\sin \varphi_0 = k\lambda/2t$

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= 2\pi k + \frac{2\pi t \cos \varphi_0}{\lambda} \beta, \\ \delta_2 &= -2\pi k + \frac{2\pi t \cos \varphi_0}{\lambda} \beta. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Считая β малым параметром, получаем

$$I = A \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi t n \cos \varphi_0}{\lambda} \beta \right). \quad (19)$$

Видим, что в этом случае амплитуда модулированного сигнала в зависимости от угла β меняется по закону $\operatorname{sinc}^2 x$. Однако эти условия не являются характерными для СИСАМа.

2. Источник излучения точечный и находится на оси z ($\alpha = 0$). Регистрируется интегральный по β поток, но выделяется только модулированная его часть. При этом происходит сканирование, т. е. угол $\varphi = \varphi_0 + \tilde{\varphi}$ меняется вблизи его нулевого значения (положения автоколлимации). Для величин δ_1 и δ_2 имеем

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= 2\pi k + \frac{2\pi t \cos \varphi_0}{\lambda} (\beta + 2\tilde{\varphi}), \\ \delta_2 &= -2\pi k + \frac{2\pi t \cos \varphi_0}{\lambda} (\beta - 2\tilde{\varphi}). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Изменение модулированного потока при сканировании дается выражением

$$I = A' \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\sin B(\beta + 2\bar{\varphi}) \sin B(\beta - 2\bar{\varphi})}{(\beta + 2\bar{\varphi})(\beta - 2\bar{\varphi})} d\beta, \quad (21)$$

где $B = 2\pi bn \cos \varphi_0 / \lambda$. Вычисление выражения (21) дает

$$I = A' \frac{\sin 2B\bar{\varphi}}{2B\bar{\varphi}} (\text{Si } \beta_2 - \text{Si } \beta_1). \quad (22)$$

Подынтегральное выражение имеет значительную величину внутри очень малого интервала углов β . Поэтому мы вправе вести интегрирование по бесконечным пределам. Следовательно, аппаратная функция СИСАМа по определению, данному выше, имеет вид для точечного источника

$$I = A'' \frac{\sin 2B\bar{\varphi}}{2B\bar{\varphi}}. \quad (23)$$

3. Достаточно легко показать, что если точечный источник находится не на оси z ($\alpha \neq 0$), то сигнал будет промодулирован либо в той же фазе, что и при $\alpha = 0$, либо в противофазе. Причем смена фазы происходит при довольно больших значениях α , определяемых разрешением прибора ($\alpha_0 \simeq \sqrt{2/R}$), что следует из теории интерференционных спектральных приборов, для которых $\Omega R = 2\pi$ [13]. Из этого следует, что при освещении спектрометра протяженным источником света аппаратная функция останется неизменной по форме, но амплитуда ее будет меняться по закону $\text{Si}(\alpha)$: сначала почти линейно расти с увеличением размеров источника (или входного отверстия), а затем немного осциллировать относительно асимптотического значения $\text{Si}(\alpha)$. Действительно, рассуждая по аналогии с вышесказанным, можно считать, что в случае протяженного источника регистрируемый сигнал при сканировании меняется по закону

$$I = A'' \frac{\sin 2B\bar{\varphi}}{2B\bar{\varphi}} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} f(\alpha) d\alpha, \quad (24)$$

что дает аппаратную функцию в виде

$$I = A'' \frac{\sin 2B\bar{\varphi}}{2B\bar{\varphi}} \text{Si } \alpha_0. \quad (25)$$

Если входное отверстие круглое и интерференционная картина представляет собой кольца, то, переходя к телесному углу, следует полученное выражение домножить на 2π .

Итак, на основании всего вышесказанного можно сделать следующие выводы.

1. Многократная дифракция никоим образом не сказывается на виде аппаратной функции, а ее ширина определяется дифракцией на меньшей апертуре. Это справедливо и для щелевых, и для интерференционных спектральных приборов. Выводы работ [7, 8] ошибочны.

2. Наиболее общее описание двухлучевой интерференции может быть сделано на основе формулы (10), в которой основные параметры, ответственные за форму регистрируемого сигнала, вводятся независимо друг от друга.

В заключение автор приносит благодарность за плодотворную дискуссию А. И. Лопатину, А. В. Ляпцеву и Л. Е. Соловьеву.

Литература

- [1] А. Н. Зайдель, Г. И. Островская, Ю. И. Островский. Техника и практика спектроскопии. «Наука», М., 1976.
- [2] И. В. Пейсахсон. Оптика спектральных приборов. Л., 1975.
- [3] В. М. Архипов. Авт. свид. № 138393 от 27 января 1960 г.

- [4] Ф. М. Герасимов, С. С. Наумов. Опт. и спектр., 4, 682, 1958.
[5] Ю. Г. Козлов, А. И. Лопатин. Авт. свид. № 495945 от 30 января 1975 г.
[6] В. М. Архипов, В. А. Розуванова. Ж. прикл. спектр., 15, 1081, 1871.
[7] В. М. Архипов, В. А. Розуванова. Оптико-механич. промышл., № 5, 30, 1974.
[8] П. Ф. Паршин, В. М. Архипов. Опт. и спектр., 44, 576, 1978.
[9] P. Socpnes. Rev. Opt., 38, 416, 1959.
[10] Тр. XVII всесоюзн. съезда по спектр., Горький, 1977.
[11] П. Ф. Паршин, В. М. Архипов, А. А. Быценко, А. П. Киселев. Ж. прикл. спектр., 24, 879, 1976.
[12] Ю. И. Колесов, В. Н. Листвин, В. А. Страхов. Радиофиз. и электр., 22, 9, 1977.
[13] Дж. Белл. Введение в Фурье-спектроскопию. «Мир», 1975.

Поступило в Редакцию 14 декабря 1978 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. СКОРИНЫ