УДК 621.373 : 535

МАСШТАБНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ДЛЯ НАСЫЩАЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОМ ГАЗОВОМ ЛАЗЕРЕ

И. В. Соколов

Теоретически рассмотрено влияние дисперсии активной среды кольцевого газового лазера на частоту биений встречных волн в случае, когда интенсивность волн не мала и нельзя воспользоваться теорией возмущений по силе поля. В пренебрежении эффектами модуляции заселенности вычислен масштабный коэффициент для среды, состоящей из одного изотопа (вне центра линии усиления) и для равноизотопной смеси. Результат выражен через плазменную функцию от комплексного аргумента. Для активной среды, у которой контур усиления определяется неоднородным уширением, даны приближенные формулы для масштабного коэффициента, применимые вблизи центра линии усиления равноизотопной смеси.

Введение

Вопрос о влиянии дисперсионных свойств активной среды кольцевого газового лазера на частоту биений встречных волн исследовался экспериментально и теоретически в ряде работ [1-4]. В случае малых интенсивностей встречных волн дисперсионные вклады в частоту биений рассчитывались с помощью теории возмущений [1, 2]. Однако в некоторых экспериментах поля не являются слабыми, и для интерпретации получаемых данных требуется знать поведение масштабного коэффициента для встречных волн насыщающей интенсивности. Это необходимо также для выбора условий, при которых частота биений встречных волн наименее чувствительна к колебаниям интенсивности поля, частоты генерации и других физических параметров.

В данной работе проведен расчет масштабного коэффициента для насыщающих встречных линейно поляризованных волн в активной среде, состоящей из двух или одного изотопа (в случае одного изотопа — для генерации вне области лэмбовского провала). Добротности встречных волн считаются равными. Найдено общее выражение для масштабного коэффициента и его значение в полях такой интенсивности, что $\Gamma\sqrt{1+I} \ll kv_0$, $|\omega - \omega^n|$, т. е. когда уширение сильным полем еще не превратило неоднородную линию усиления в однородно уширенную (выше Γ — постоянная поперечной релаксации, I — безразмерная интенсивность, kv_0 — допплеровская ширина, ω — частота генерации, $\omega^n = \omega^{\mathrm{I}}$, ω^{II} — частоты переходов в изотопах).

Две встречные волны одной моды имеют частоты ω_1, ω_2 и волновые векторы $k_1 = k$, $k_2 = -k$

$$E(z, t) = \sum_{i=1,2} E_i(t) \cos(\omega_i t - k_i z), \tag{1}$$

безразмерная интенсивность каждой волны I_i определена как $I_i = d^2 E_i^2 (\gamma_a + \gamma_b)/2\hbar^2 \Gamma \gamma_a \gamma_b$, где d — матричный элемент дипольного момента, γ_a и γ_b — постоянные распада рабочих уровней.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Принятое нами условие $\Gamma\sqrt{1+I} \ll |\omega-\omega^n|$ означает, что вклад атомов с малыми скоростями в комплексную восприимчивость на частоте генерации мал, и можно пренебречь модуляцией заселенности. Соотношение $\Gamma \gg \gamma_a, \gamma_b$, которое часто бывает выполнено, улучшает это приближение.

Обозначим полную восприимчивость среды на частоте i $(i=1, 2)$ волны как $\bar{\varkappa}_i(\Delta)=\varkappa_i(\Delta^{\mathrm{I}})+\varkappa_i(\Delta^{\mathrm{II}})$, где $\varkappa_i(\Delta^n)$ есть вклад одного изотопа. Исходное выражение для одноизотопной восприимчивости найдено в [5] и имеет (без модуляции заселенности) следующий вид:

$$\varkappa_1(\Delta^n)=-\frac{i}{\sqrt{\pi}}\frac{d^2N}{\hbar k v_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} du e^{-\eta^2u^2}\times$$

$$\times\left\{[1-i(\Delta^n+f-u)]\left[1+\frac{I_1}{1+(\Delta^n+f-u)^2}+\frac{I_2}{1+(\Delta^n-f+u)^2}\right]\right\}^{-1}, \tag{2}$$

где $(\omega_1+\omega_2)/2=\omega$ — частота генерирующей моды; $(\omega_1-\omega_2)/\Gamma=2f$ — безразмерная частота биений встречных волн; $(\omega-\omega^n)/\Gamma=\Delta^n$ — расстройка частоты относительно центра линии изотопа; $[\omega-(\omega^{\mathrm{I}}+\omega^{\mathrm{II}})/2]/\Gamma=\Delta$ — расстройка относительно центра линии усиления двухизотопной среды; $(\omega^{\mathrm{I}}-\omega^{\mathrm{II}})/\Gamma=2s$ — частотный интервал между линиями изотопов (причем $\Delta^{\mathrm{I}}=\Delta-s$, $\Delta^{\mathrm{II}}=\Delta+s$); $N=N^{\mathrm{I}}=N^{\mathrm{II}}$ — число активных атомов изотопа; $u=kv/\Gamma$ — безразмерная скорость атома; $\eta=\Gamma/kv_0$. Для нахождения $\varkappa_2(\Delta^n)$ следует заменить в (2) величину $[1-i(\Delta^n+f-u)]$ на $[1-i(\Delta^n-f+u)]$.

Определение масштабного коэффициента в насыщающих полях

В установившемся режиме генерации и в отсутствие обратного рассеяния масштабный коэффициент связан с восприимчивостью следующим соотношением:

$$\omega_1-\omega_2=\Omega_{\mathrm{p}}-2\pi\omega(\bar{\varkappa}_1'-\bar{\varkappa}_2')\approx\Omega_{\mathrm{p}}(1+K_1), \tag{3}$$

где $\Omega_{\mathrm{p}}=\Omega_1-\Omega_2$ — разность резонаторных частот встречных волн, связанная с вращением и невзаимностью; $\bar{\varkappa}_i=\bar{\varkappa}_i'+i\bar{\varkappa}_i''$. Выделим линейный по Ω_{p} (т. е. по $(\omega_1-\omega_2)\approx\Omega_{\mathrm{p}}$) вклад в восприимчивость. Если $\Omega_{\mathrm{p}}=0$, то $I_1=I_2=I$, $\bar{\varkappa}_1=\bar{\varkappa}_2$. При вращении резонатора восприимчивость зависит от Ω_{p} как явно (через $f\approx\Omega_{\mathrm{p}}/2\Gamma$), так и через возникающие добавки к интенсивностям, $I_i=I+\delta I_i$. Эти добавки найдем из условия баланса усиления и потерь в неподвижном (а) и вращающемся (б) лазере

$$\frac{\omega}{Q}+4\pi\omega\bar{\varkappa}_i''=0, \tag{4а}$$

$$\frac{\omega}{Q}+4\pi\omega\left\{\bar{\varkappa}_i''+\frac{\partial\bar{\varkappa}_i''}{\partial I_1}\delta I_1+\frac{\partial\bar{\varkappa}_i''}{\partial I_2}\delta I_2+\frac{\partial\bar{\varkappa}_i''}{\partial f}f\right\}=0. \tag{4б}$$

Учтем свойство симметрии комплексной восприимчивости, очевидное из (2)

$$\left.\begin{aligned}\varkappa_1(I_1, I_2, \Delta^n, f)&=\varkappa_2(I_1\leftrightarrow I_2, \Delta^n, -f),\\ \bar{\varkappa}_1(I_1, I_2, \Delta, f)&=\bar{\varkappa}_2(I_1\leftrightarrow I_2, \Delta, -f),\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

откуда следует

$$\frac{\partial\bar{\varkappa}_1}{\partial f}=-\frac{\partial\bar{\varkappa}_2}{\partial f};\quad \frac{\partial\bar{\varkappa}_1}{\partial I_1}=\frac{\partial\bar{\varkappa}_2}{\partial I_2};\quad \frac{\partial\bar{\varkappa}_1}{\partial I_2}=\frac{\partial\bar{\varkappa}_2}{\partial I_1}. \tag{6}$$

В (6) и (4б) подразумевается, что после взятия производных полагаем $I_1=I_2=I$, $f=0$. Из этих соотношений находим

$$\delta I_1=-\delta I_2;\quad \delta I_1=-f\frac{\partial\bar{\varkappa}_2''}{\partial f}\left(\frac{\partial\bar{\varkappa}_1''}{\partial I_1}-\frac{\partial\bar{\varkappa}_1''}{\partial I_2}\right)^{-1}. \tag{7}$$

Явная и через δI_i зависимость восприимчивости от частоты биений встречных волн приводит к выражению для масштабного коэффициента вида

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

$$K_1 = -\frac{2\pi\omega}{\Gamma}\left\{\frac{\partial\varkappa_1'}{\partial f} - \frac{\partial\varkappa_1''}{\partial f}\frac{\partial\varkappa_1'}{\partial J}\left(\frac{\partial\varkappa_1''}{\partial J}\right)^{-1}\right\}. \qquad (8)$$

Первое слагаемое есть вклад сдвига частот встречных волн на дисперсионном контуре, второе — вклад разности интенсивностей. Введены переменные I, J, такие, что $I_1 = I + J$, $I_2 = I - J$.

Зависимость масштабного коэффициента от параметров активной среды

В Приложении 1 рассчитан масштабный коэффициент одноизотопной среды (вне центра одноизотопной линии усиления). В Приложении 2 найден масштабный коэффициент среды, состоящей из двух изотопов (1 : 1), который имеет следующий вид:

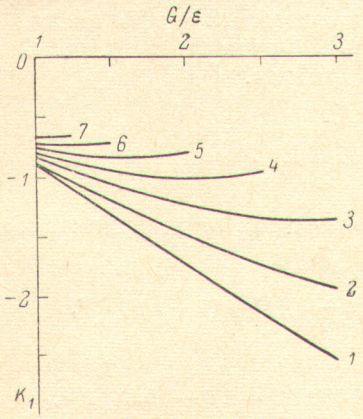

Рис. 1. Масштабный коэффициент (без множителя $c\varepsilon/2lkv_0$) в зависимости от превышения усиления над потерями.

Частота генерации совпадает с центром линии усиления. Кривая *1* отвечает давлению $p \to 0$, *2* — $p = 1/2$ тор, *3* — 1, *4* — 3/2, *5* — 2, *6* — 5/2, *7* — 3 тор.

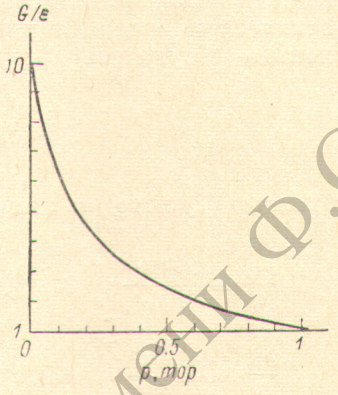

Рис. 2. Превышение над порогом, при котором масштабный коэффициент не зависит от расстройки (в порядке δ^2), как функция от давления в активной среде.

$$K_1 = -\frac{cG}{2lkv_0 Z_i(\xi)}\left\{2(\xi Z_r(\xi) + 1) + \eta Z_i(\xi)\left[\frac{\varepsilon}{G} + (4\xi^2 - 3)\frac{G}{\varepsilon}\right] + \right.$$
$$+ 2\delta^2\left[Z_r(\xi)(2\xi^3 - 3\xi) + 2\xi^2 - 2\right] +$$
$$\left. + \delta^2\eta Z_i(\xi)\frac{1}{\xi^2}\left[(-4\xi^4 + 1)\frac{\varepsilon}{G} + (32\xi^6 - 56\xi^4 - 14\xi^2 + 1)\frac{G}{\varepsilon}\right]\right\}. \qquad (9)$$

Здесь G/ε — отношение усиления и потерь за проход [см. (21)]; l — периметр резонатора; $Z_r(\xi)$ и $Z_i(\xi)$ — вещественная и мнимая часть плазменной функции; δ и ξ — расстройка частоты генерации от центра линии и полуразность частот изотопов в единицах kv_0.

Воспользуемся следующими значениями параметров активной среды He—Ne лазера на длине волны 0.63 мкм: $kv_0 = 1000$ МГц, $|\omega^{\mathrm{I}} - \omega^{\mathrm{II}}| = 870$ МГц; $\Gamma = (10 + 60p)$ МГц, где p—давление в активной среде в мм рт. ст. На рис. 1 представлена зависимость масштабного коэффициента на центре линии от превышения усиления над потерями для ряда значений давления (при этом опущен численный множитель $c\varepsilon/2lkv_0$, который обычно имеет порядок 10^{-3}).

Значительный интерес представляет область лазерных параметров, где масштабный коэффициент слабо зависит от расстройки частоты генерации относительно центра линии. На рис. 2 представлена связь между значениями превышения G/ε и давления, при которых обращается в ноль коэффициент при δ^2 в (9). При этом в квадратичном по расстройке приближении масштабный коэффициент независим от частоты генерации.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Представляет интерес сравнить наши результаты с приближенным вычислением масштабного коэффициента для сильного поля в работе [3]. Вклад дисперсии среды в частоту биений встречных волн авторы [3] учитывают как разность частотных затягиваний стоячей волны при ее последовательной настройке на частоты ω_1 и ω_2. Нетрудно видеть, что влияние взаимного насыщения встречных волн при этом передается неверно. Вращение резонатора приводит к сдвигу беннетовских провалов от встречных волн в одну и ту же сторону на контуре усиления, в то время как изменение частоты стоячей волны сдвигает беннетовские провалы в разные стороны. Оценка показывает, что соответствующая погрешность в масштабном коэффициенте имеет порядок величины $\eta I/\sqrt{1+I}$ по сравнению с величинами в фигурной скобке в (9) и (18), т. е. не меньше самих зависящих от интенсивности вкладов в масштабный коэффициент.

В заключение автор благодарит Э. Е. Фрадкина и В. А. Соколова за полезные обсуждения результатов работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

С помощью (2) находим значения производных от восприимчивости

$$\frac{\partial \varkappa_1}{\partial f}=\frac{2id^2N\eta^2}{\sqrt{\pi}\,\hbar k v_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} due^{-\eta^2u^2}u\,[1+i\,(\Delta-u)]\,[1+(\Delta+u)^2]\,P^{-1},$$

$$\frac{\partial \varkappa_1}{\partial I}=\frac{i}{\sqrt{\pi}}\frac{d^2N}{\hbar k v_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} due^{-\eta^2u^2}\{u^2\,[8\Delta^2+4i\Delta\,(\Delta^2-1)]-4iu^4\Delta\}\,P^{-2}, \tag{10}$$

где P — полином вида

$$P=[1+(\Delta-u)^2]\,[1+(\Delta+u)^2]+I\,[2+(\Delta+u)^2+(\Delta-u)^2]. \tag{11}$$

Поскольку здесь рассматриваются одноизотопные величины, значок изотопа при Δ опустим. Разложим величины P^{-1} и P^{-2} на простые дроби и воспользуемся известными свойствами плазменной функции (см. [6])

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} dy\,\frac{e^{-y^2}}{y-x}=\sqrt{\pi}\,Z(x);\qquad \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy\,\frac{e^{-y^2}}{(y-x)^2}=-2\sqrt{\pi}\,(xZ(x)+1),$$

где $\operatorname{Im} x>0$. Нули P имеют вид $u_{1,2,3,4}=\pm a\pm ib$ [7], где

$$\left.\begin{aligned} a&=\left\{-\frac{1}{2}(1-\Delta^2+I)+\frac{1}{2}\,[(1+\Delta^2)(1+\Delta^2+2I)]^{1/2}\right\}^{1/2},\\ b&=\left\{\frac{1}{2}(1-\Delta^2+I)+\frac{1}{2}\,[(1+\Delta^2)(1+\Delta^2+2I)]^{1/2}\right\}^{1/2}.\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Это решение имеет место при $\Delta^2>I^2/4\,(1+I)$, т. е. им можно пользоваться вблизи центра линии усиления двухизотопной среды. Разложение на простые дроби найдем, используя симметрию нулей, в виде

$$\left.\begin{aligned} P^{-1}&=2\operatorname{Re}\left\{\frac{M}{u-u_1}-\frac{M}{u+u_1}\right\},\\ P^{-2}&=2\operatorname{Re}\left\{\frac{L}{u-u_1}-\frac{L}{u+u_1}\right\}+2\operatorname{Re}\left\{\frac{M^2}{(u-u_1)^2}+\frac{M^2}{(u+u_1)^2}\right\},\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

где

$$u_1=a+ib;\quad M=[8iab\,(a+ib)]^{-1};\quad L=-8M^3\,[iab+(a+ib)^2].$$

В результате вычислений можно получить для производных от восприимчивости

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \varkappa_1}{\partial f} &= \frac{8id^2N\eta}{\hbar k v_0}\{\eta^{-1}(-i+2\Delta+i\Delta^2)\operatorname{Re}\{Mx^2Z(x)\} - i\eta^{-3}\operatorname{Re}\{Mx^3(xZ(x)+1)\}\},\\
\frac{\partial \varkappa_1}{\partial J} &= \frac{id^2N}{\hbar k v_0}\{[8\Delta^2+4i\Delta(\Delta^2-1)][4\eta^{-2}\operatorname{Re}\{Lx(xZ(x)+1)\}+\\
&+4\eta^{-1}\operatorname{Re}\{M^2[Z(x)(-2x^3+2x)-2x^2+1]\}]-\\
&-4i\Delta[2\eta^{-4}\operatorname{Re}\{Lx[2x^3Z(x)+2x^2+1]\}-\\
&-2\eta^{-3}\operatorname{Re}\{M^2[Z(x)(4x^5-8x^3)+4x^4-6x^2-1]\}]\}.
\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Здесь $x=\eta u_1$. Подстановка этих величин в общее выражение (8), которое верно и в одноизотопном случае (при замене $\bar{\varkappa}_i \to \varkappa_i$), дает масштабный коэффициент в среде, состоящей из одного изотопа.

Если среда обладает широкой неоднородной линией, $kv_0 \gg \Gamma\sqrt{1+I}$, то при достаточно больших расстройках, $|\omega-\omega^n| \gg \Gamma\sqrt{1+I}$, вид масштабного коэффициента упрощается. Величины $\eta\sqrt{1+I}$, $\Delta^{-1}\sqrt{1+I}$ являются малыми параметрами, и для $x=\eta u_1 \equiv \alpha+i\beta$ находим

$$\alpha=\eta|\Delta|\left[1+O\left(\frac{I^2}{\Delta^4}\right)\right]\approx\eta|\Delta|; \quad \beta=\eta\sqrt{1+I}\left[1+O\left(\frac{1}{\Delta^2}\right)\right]\approx\eta\sqrt{1+I}. \quad (15)$$

Разложим величины $Z(x)$, M, L в (14) в ряд около значения $x=\alpha$, считая β малым параметром того же порядка, что и введенные выше. После подстановки в эти ряды приближенных значений α и β из (15) находим для комплексной восприимчивости

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \varkappa_1'}{\partial f} &= \frac{d^2N\eta}{\hbar k v_0}\left\{2(\alpha Z_r(\alpha)+1)+\eta Z_i(\alpha)\left[\frac{1}{\sqrt{1+I}}+(4\alpha^2-3)\sqrt{1+I}\right]\right\},\\
\frac{\partial \varkappa_1''}{\partial f} &= \frac{d^2N\eta}{\hbar k v_0}\frac{2\eta\Delta Z_i(\alpha)}{\sqrt{1+I}},\\
\frac{\partial \varkappa_1'}{\partial J} &= \frac{d^2N}{\hbar k v_0}\frac{Z_i(\alpha)}{4\Delta}\left\{(1+I)^{-3/2}-\frac{4\alpha^2-1}{\sqrt{1+I}}\right\},\\
\frac{\partial \varkappa_1''}{\partial J} &= \frac{d^2N}{2\hbar k v_0}Z_i(\alpha)(1+I)^{-3/2}.
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Вещественная и мнимая части плазменной функции от вещественного аргумента $Z_r(\alpha)$ и $Z_i(\alpha)$ даются соотношениями

$$Z_r(\alpha)=-2e^{-\alpha^2}\int_0^\alpha dy e^{-y^2}; \quad Z_i(\alpha)=\sqrt{\pi}\,e^{-\alpha^2}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Найдем масштабный коэффициент для двухизотопной (1 : 1) среды. Полагая, что частотный интервал между линиями изотопов достаточно велик, $|\omega^{\mathrm{I}}-\omega^{\mathrm{II}}| \gg \Gamma\sqrt{1+I}$, для вклада каждого изотопа используем разложение (16), где необходимо восстановить значок изотопа (при этом $\Delta^{\mathrm{I}}=\Delta-s$, $\Delta^{\mathrm{II}}=\Delta+s$, $\alpha^{\mathrm{I}}=\eta|\Delta^{\mathrm{I}}|$, $\alpha^{\mathrm{II}}=\eta|\Delta^{\mathrm{II}}|$).

Величины $\partial\bar{\varkappa}_1/\partial f$, $\partial\bar{\varkappa}_1/\partial J$ разложим в ряд по степеням расстройки частоты генерации относительно центра двухизотопной линии Δ. Так как восприимчивость обладает следующим свойством симметрии, вытекающим из (2)

$$\left.\begin{aligned}
\varkappa_i(I_1, I_2, \Delta^n, f) &= -\varkappa_i^*(I_1, I_2, -\Delta^n, -f),\\
\bar{\varkappa}_i(I_1, I_2, \Delta, f) &= -\bar{\varkappa}_i^*(I_1, I_2, -\Delta, -f),
\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

то фактически можно ограничиться расчетом для одного изотопа; учет второго сводится к удвоению или сокращению вкладов определенной четности по расстройке.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Масштабный коэффициент вблизи центра линии усиления двухизотопной среды получаем в виде

$$K_1 = -4\pi\omega \frac{d^2 N}{\hbar (kv_0)^2} \left\{ 2(\xi Z_r(\xi) + 1) + \eta Z_i(\xi) \left[\frac{1}{\sqrt{1+I}} + (4\xi^2 - 3)\sqrt{1+I} \right] + \right.$$
$$+ 2\delta^2 [Z_r(\xi)(2\xi^3 - 3\xi) + 2\xi^2 - 2] +$$
$$\left. + \delta^2 \eta Z_i(\xi) \frac{1}{\xi^2} \left[-\frac{(2\xi^2 - 1)(\xi^2 + 1)}{\sqrt{1+I}} + (24\xi^6 - 46\xi^4 + 11\xi^2 + 1)\sqrt{1+I} \right] \right\}, \quad (18)$$

где удержаны вклады нулевой и второй степени по расстройке, нулевой и первой степени по параметру $\eta\sqrt{1+I} \ll 1$. Через δ, ξ обозначены расстройка от центра линии и полуразность частот изотопов в единицах kv_0: $\delta = \eta\Delta = [\omega - (\omega^{\mathrm{I}} + \omega^{\mathrm{II}})/2]/kv_0$, $\xi = (\omega^{\mathrm{I}} - \omega^{\mathrm{II}})/2kv_0$.

При малых интенсивностях, $I \ll 1$, найденный нами масштабный коэффициент (18) совпадает с вычисленным в третьем порядке теории возмущений в работе [8], если в результате [8] опустить вклад пленения излучения.

Чтобы найти частотную зависимость K_1 при постоянной накачке, нужную для эксперимента, следует выразить интенсивность I через накачку, потери и частоту генерации. Мы определим интенсивность из условия (4а) баланса усиления и потерь, где мнимая часть полной комплексной восприимчивости вблизи центра линии усиления двухизотопной среды есть

$$\varkappa_1'' = -\frac{2d^2 N}{\hbar k v_0} \left\{ \frac{Z_i(\xi)}{\sqrt{1+I}} - 2\eta(\xi Z_r(\xi) + 1) + \delta^2 \left[\frac{Z_i(\xi)(2\xi^2 - 1)}{\sqrt{1+I}} - \right. \right.$$
$$\left. \left. - 2\eta(Z_r(\xi)(2\xi^3 - 3\xi) + 2\xi^2 - 2) \right] \right\}. \quad (19)$$

При расчете восприимчивости (19) использованы те же приближения, что и для нахождения масштабного коэффициента (18).

Безразмерную интенсивность в зависимости от расстройки находим, используя (4а) и (19), в следующем виде:

$$\sqrt{1+I} \approx \frac{N}{N_{\text{пор.}}} [1 + \delta^2(2\xi^2 - 1)] = \frac{G}{\varepsilon} [1 + \delta^2(2\xi^2 - 1)]. \quad (20)$$

Здесь через $N_{\text{пор.}}$ обозначена пороговая заселенность, при которой относительное усиление на центре линии за один проход активной среды G равно потерям на проход ε

$$\frac{N}{N_{\text{пор.}}} = \frac{8\pi d^2 N Q}{\hbar k v_0} Z_i(\xi); \quad \varepsilon = \frac{l\omega}{cQ}; \quad G = -4\pi\omega\varkappa_i'' \frac{l}{c} = \frac{8\pi d^2 N l}{\hbar v_0} Z_i(\xi), \quad (21)$$

где l — периметр резонатора. В (20) мы удержали лишь старший по параметру $\eta \ll 1$ вклад; этого достаточно для подстановки в (18). Окончательный вид масштабного коэффициента вблизи центра линии усиления двухизотопной среды дается в зависимости от усиления, потерь и частоты генерации формулой (9).

Литература

[1] Волновые и флуктуационные процессы в лазерах (под ред. Ю. Л. Климонтовича). «Наука», М., 1974.
[2] F. Aronowitz. Appl. Optics, *11*, 2146, 1972.
[3] F. Aronowitz, J. E. Killpatrick, S. P. Callaghan. IEEE J. Quant. Electron., *QE-10*, 201, 1974.
[4] В. Е. Привалов, Ю. В. Филатов. Квант. электрон., *2*, 1489, 1975.
[5] Э. Е. Фрадкин. Автореф. докт. дисс., ЛГУ, 1975.
[6] В. Н. Фаддеева, Н. М. Терентьев. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М., 1954.
[7] И. И. Маторин, Я. И. Ханин. Квант. электрон., *3*, 2221, 1976.
[8] В. А. Соколов, Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., *43*, 555, 1977.

Поступило в Редакцию 7 июня 1978 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины