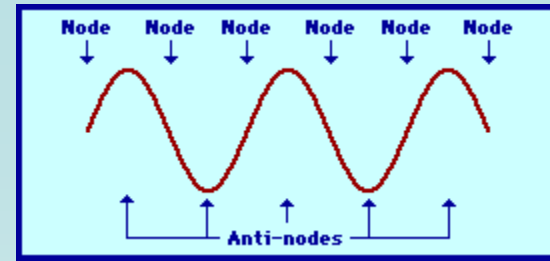


ЛЕКЦИЯ 12

Упругие волны

- 1 Распространение волн в упругой среде.
- 2 Продольные и поперечные волны.
- 3 Уравнение плоской и сферической волн.
- 4 Волновой вектор и волновое число.
- 5 Волновое уравнение.

Волны



Волна представляет собой колебания, которые при своем распространении не переносят с собой вещество. Волны переносят энергию из одной точки пространства в другую.

Распространение колебаний от точки к точке, от частицы к частице в упругой среде называется **механической волной**.

Виды волн

поперечные

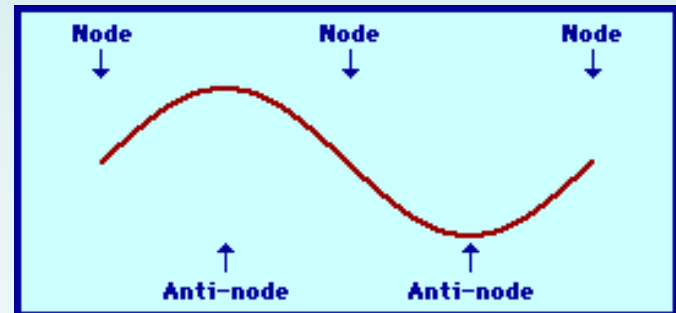
Если смещение частиц происходит перпендикулярно направлению распространения волны, то волна называется *поперечной*

Поперечная волна может распространяться только в твёрдой среде, потому что для её распространения нужна деформация сдвига.



продольные

Если смещение частиц совершается вдоль направления распространения волны, то такие волны называются *продольными*





Поперечные волны

Продольные волны

Причина

Деформация
сдвига

Сжатие и
растяжение

форма

Горб - впадина

Сгущение -
растяжение

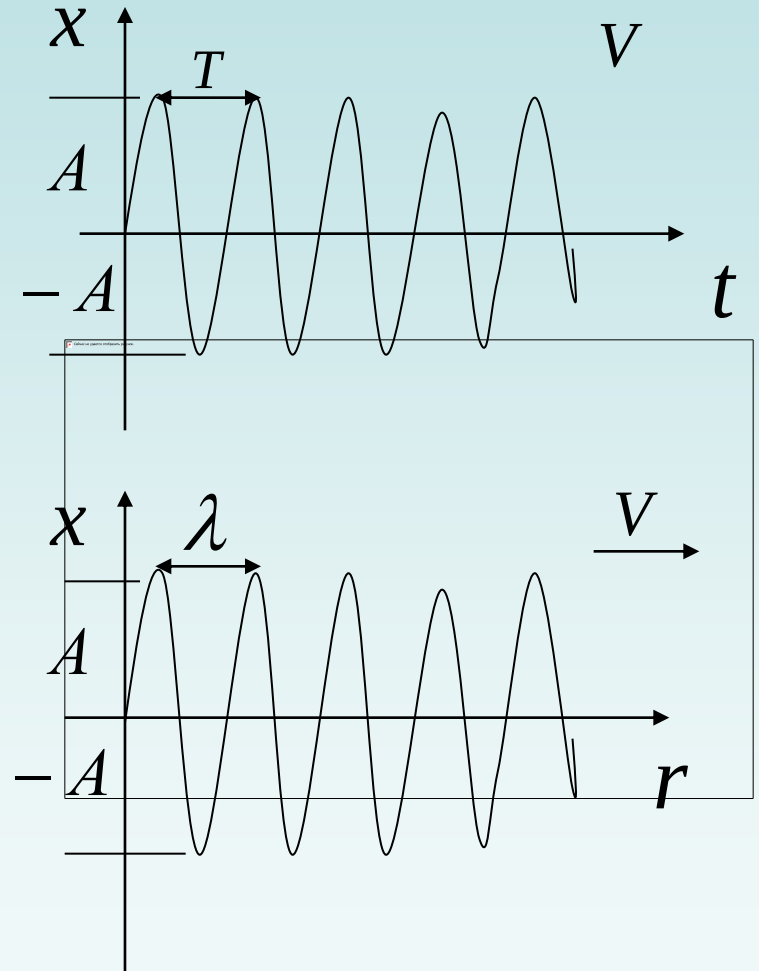
Возникновение

На границе
двух сред

Внутри
среды

Параметры волны

1. v – скорость распространения волны
2. λ – длина волны
3. A – амплитуда колебаний волны
4. L – путь волны по прямой
5. T – период волны (время, за которое волна проходит путь λ)
6. ν – частота колебаний волны
(число волн, возникающих за 1 секунду)
7. t – время, в течении которого распространяется волна.
8. x – отклонение каждой точки от положения равновесия
9. r – расстояние точки от источника колебаний



Основные характеристики

- **Период колебания** – это время, в течении которого тело совершает одно полное колебание.

T – период. $[T] = 1\text{с}$

- **Частота** - число колебаний, совершаемых телом за 1с.. $[v]$
 $= 1\text{Герц} = 1\text{Гц}$

- **Амплитуда** – наибольшее смещение тела от его положения равновесия

A – амплитуда. $[A] = 1\text{м}$

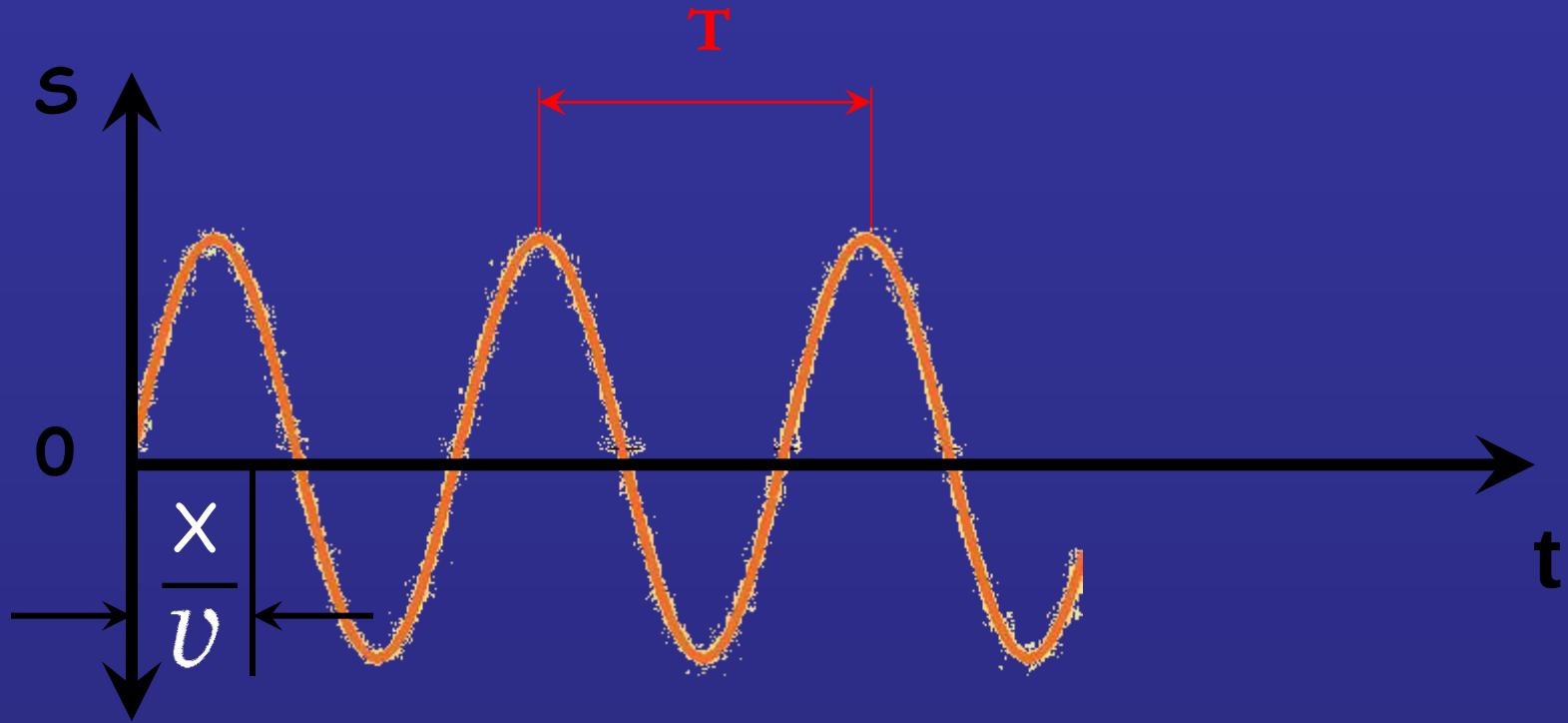
$$\lambda = v \cdot T.$$

Так как период T колебаний связан с частотой v колебаний соотношением $T = \frac{1}{v}$, то $\lambda = \frac{v}{v}$ или $v = \lambda \cdot v$.

- **Длина волны** – это расстояние, на которое распространяется волна за время равное периоду колебания.
- **Скоростью распространения волны** называют скорость перемещения гребня или впадины в поперечной волне.

Уравнение бегущей волны

($x \neq 0$)



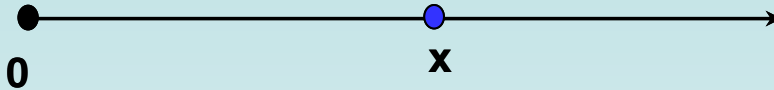
$$S = S_m \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

Уравнение волны

Выражает зависимость смещения колеблющейся точки от координаты ее равновесного положения и времени.

$$S=f(x,t)$$

$$S= A \cos \omega t$$



$$S= A \cos [\omega (t - x/V)]$$

$$S= A \cos [\omega (t - \tau)],$$

$$\tau = x/V,$$

$$S= A \cos [\omega (t - x/V)]$$

уравнение плоской волны.

$$\varphi = \omega (t - x/V)$$

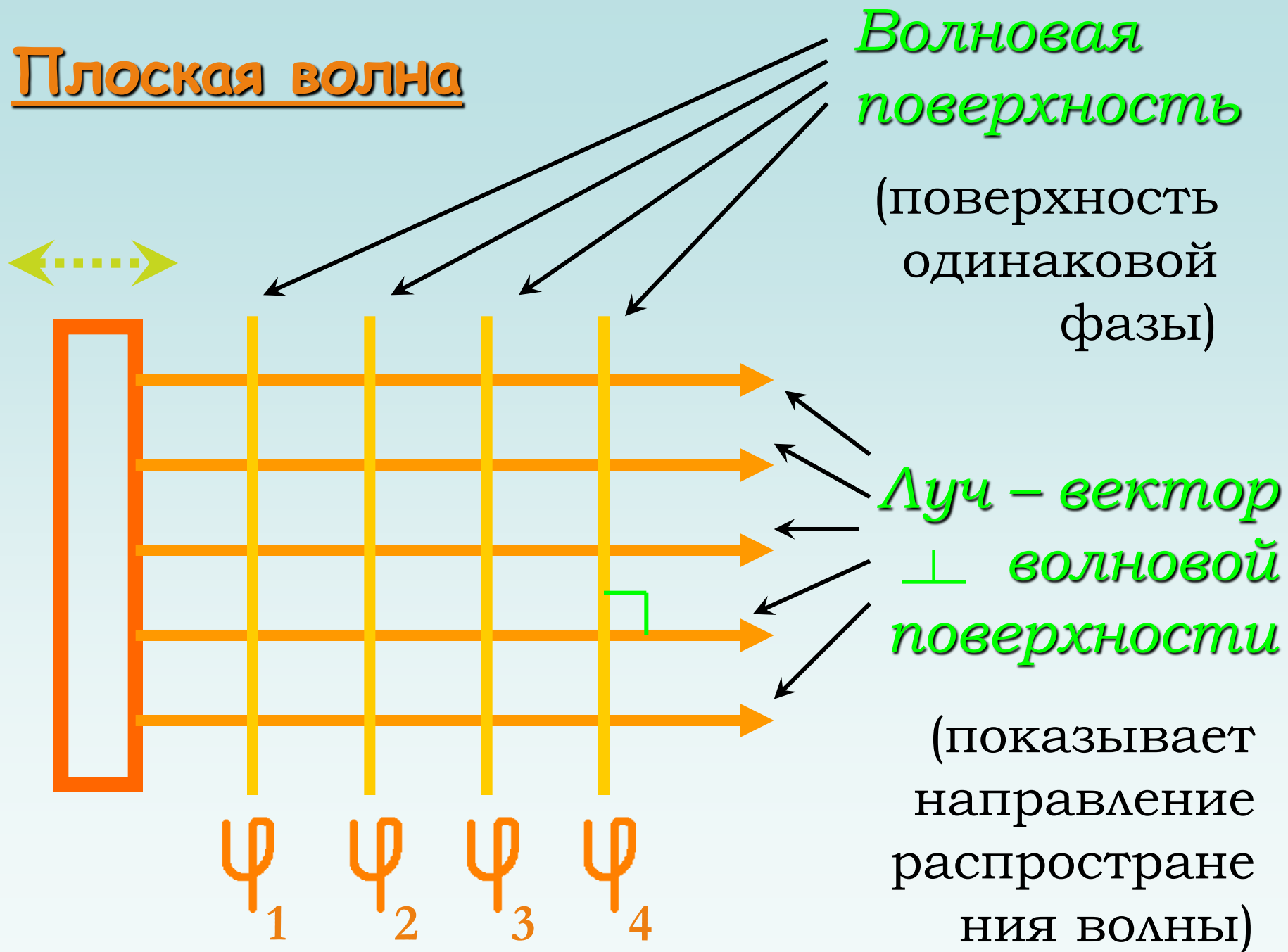
фаза волны

$$S= A \cos (\omega t - \omega x/V) = A \cos (\omega t - kx)$$

$$\omega = 2\pi/T$$
$$V = \lambda/T$$
$$k = \omega/V = 2\pi/\lambda$$

волновое число

Плоская волна



Сферическая волна



Амплитуда колебаний в сферической волне обязательно убывает по мере удаления от источника.

Скорость распространения фиксированной фазы колебаний называют фазовой скоростью

$$\varphi = \omega (t - x/V) = \text{Const}$$

$$d\varphi/dt = 0 = \omega (dt - dx/V) \rightarrow V = dx/dt$$

$$0 = \omega \cdot \left(1 - \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}\right)$$

скорость распространения фиксированной фазы колебаний, которую называют фазовой и есть обычная скорость распространения волны

$$V = dx/dt$$

Групповая скорость — это скорость перемещения энергии группы волн.

Волновое уравнение

$$S = A \cos (\omega t - kx)$$

$$S = A \cos [\omega (t - x/V)]$$

Продифференцируем это уравнение дважды по времени t и дважды по x .

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -A \cdot \omega \cdot \sin \omega \cdot (t - \frac{x}{V})$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega \cdot (t - \frac{x}{V})$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = -A \cdot \frac{\omega}{V} \cdot \sin \omega \cdot (t - \frac{x}{V})$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -A \cdot \frac{\omega^2}{V^2} \cdot \cos \omega \cdot (t - \frac{x}{V})$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$$

волновое уравнение