

ЛЕКЦИЯ 4

Динамика механических систем и законы сохранения

- 1 Силы внутренние и внешние. Замкнутая система. Импульс системы.
- 2 Законы изменения и сохранения импульса системы.
- 3 Центр масс. Реактивное движение.
- 4 Уравнение Мещерского и формула Циолковского.

Импульс или количество движения

материальной точки - вектор, равный произведению массы точки на ее скорость:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}.$$

Импульсом или количеством движения системы материальных точек назовем векторную сумму импульсов отдельных материальных точек, из которых эта система состоит.

Для системы из двух материальных точек

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2.$$

В инерциальной системе отсчета изменение импульса \mathbf{p} материальной точки со временем представляется уравнением

$$\Delta \mathbf{p} / \Delta t = \Delta(m \mathbf{v}) / \Delta t = m(\Delta \mathbf{v} / \Delta t) = m \mathbf{a} = \mathbf{F}.$$

если $m = \text{const}$

Величина \mathbf{F} , равная скорости изменения импульса во времени, называется силой, действующей на рассматриваемую материальную точку.

Очевидно, *сила \mathbf{F} есть вектор*, поскольку она равна изменению вектора \mathbf{p} со временем.

Импульс силы. Количество движения.

Согласно второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ | x dt

$$\vec{F} \cdot dt = m \cdot d\vec{v} = d(m \cdot \vec{v}) \quad \text{если } m = \text{const}$$

$\vec{F} \cdot dt$ - импульс силы.

$\vec{k} = m \cdot \vec{v}$ - импульс тела (количество движения)

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} d(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{k}}{dt}$$

второй закон Ньютона

Во второй закон Ньютона входит результирующая сила. Поэтому прежде чем применять второй закон Ньютона, нужно сначала найти векторную сумму всех сил, действующих на данное тело.

Это положение очень существенно, и оно имеет дополнительное физическое содержание, которое можно проверить экспериментально.

Центр инерции. Закон сохранения количества движения.

внутренними – называются силы, с которыми на данное тело воздействуют остальные тела системы;

внешними – называются силы, обусловленные воздействием тел, не принадлежащих системе.

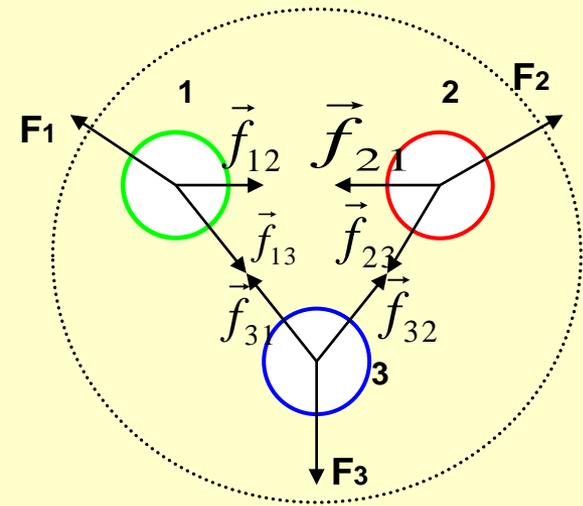
Центр инерции – это точка, положение которой задается радиус-вектором \vec{r}_c :

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}$$

где m_i масса i -го тела, \vec{r}_i – его радиус – вектор, m – масса системы

Количество движения системы (k) равно произведению массы системы на скорость ее центра инерции.

$$\vec{k} = m \cdot \vec{v}_c$$



$$\frac{d}{dt} \vec{k}_1 = \vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \vec{F}_1$$

$$\frac{d}{dt} \vec{k}_2 = \vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \vec{F}_2$$

$$\frac{d}{dt} \vec{k}_3 = \vec{f}_{31} + \vec{f}_{32} + \vec{F}_3$$

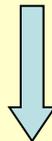
$$\frac{d}{dt} (\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3) = \frac{d}{dt} \vec{k} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\frac{d}{dt} \vec{k} = \mathbf{0}$$

закон сохранения количества движения: количество движения замкнутой системы не изменяется.

$$\vec{k} = m \cdot \vec{v}_c$$

центр инерции замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным



Инерциальные системы отсчета