

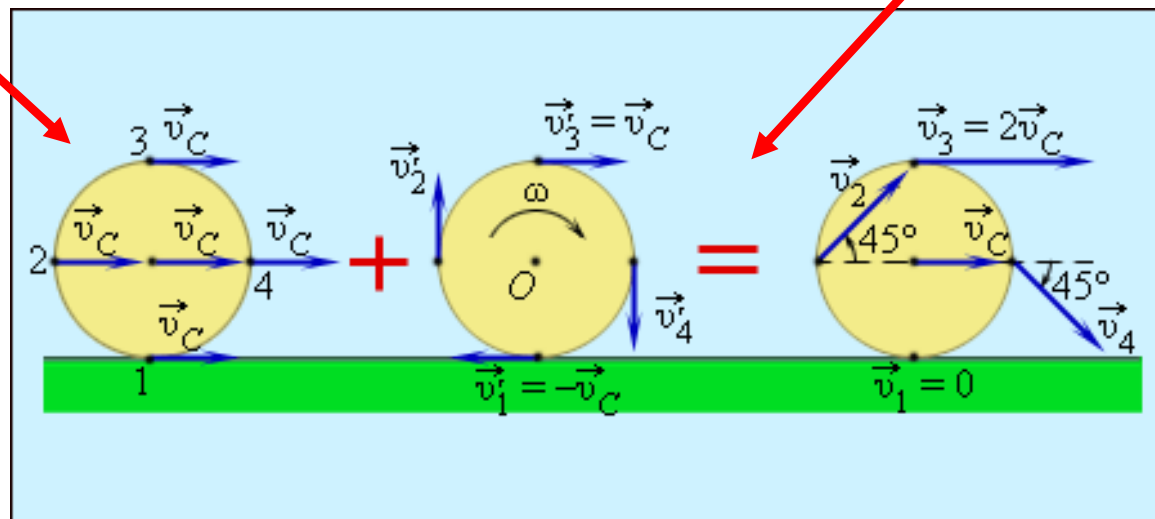
ЛЕКЦИЯ 8

Механика твердого тела

- 1 Кинетическая энергия вращающегося твердого тела.
- 2 Плоское движение твердого тела.
- 3 Гироскоп. Прецессия гироскопа.

Кинетическая энергия вращательного движения

Любое движение твердого тела можно представить как сумму двух движений:
поступательного движения со скоростью центра масс тела и вращения относительно оси, проходящей через центр масс.



$$E_k = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}$$

При плоском движении кинетическая энергия движущегося твердого тела равна сумме кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения относительно оси, проходящей через центр масс тела и перпендикулярной плоскостям, в которых движутся все точки тела:

Опыт с двумя скатывающимися цилиндрами.

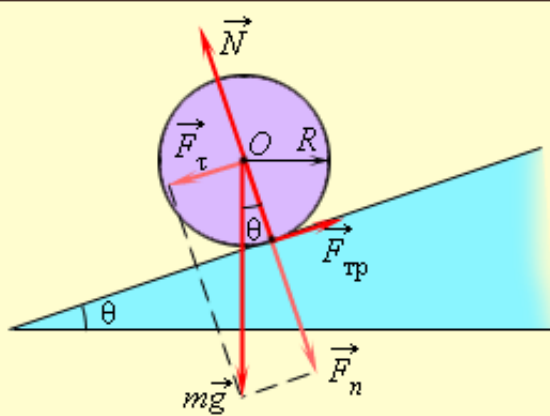
Если суммарный момент M внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то момент импульса $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$ относительно данной оси сохраняется:

$\Delta L = 0$, если $M = 0$.

$$\mathbf{L} = I \cdot \boldsymbol{\omega} = \text{Const}$$

закон сохранения
момента импульса.

В случае ускоренно движущихся осей при условии, что ось вращения проходит через центр массы тела и ее направление в пространстве остается неизменным основное уравнение динамики вращательного движения не изменяет своего вида .



быстрее будет скатываться с наклонной плоскости тело, обладающее **меньшим** моментом инерции

$$I_C \varepsilon = I_C \frac{\omega}{t} = I_C \frac{V}{R \cdot t} = I_C \frac{a \cdot t}{R \cdot t} = I_C \frac{a}{R} = M = F_{mp} R$$

II закон Ньютона для
центра масс

$$m\mathbf{a} = mg \sin \Theta - F_{тр}$$

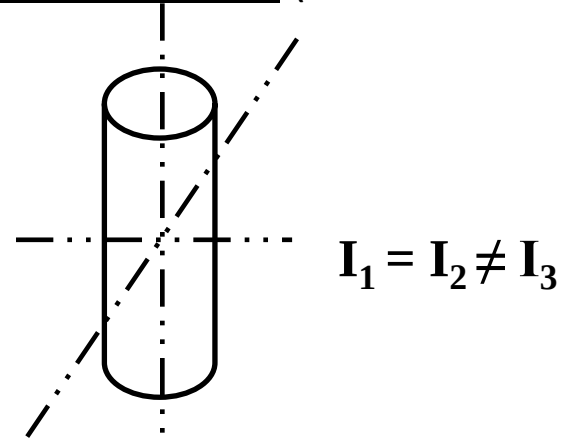
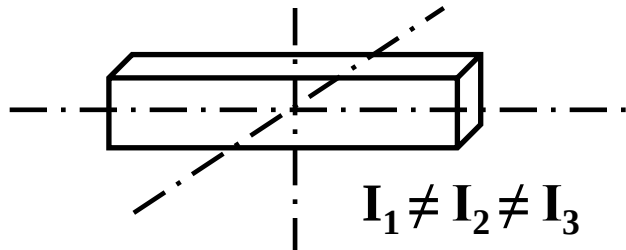
$$a = \frac{mg \sin \Theta}{\left(\frac{I_C}{R^2} + m\right)}$$

Исключая из этих
уравнений $F_{тр}$,
получим

При равных m и R у **полого цилиндра** момент инерции $I_C = mR^2$ в 2 раза больше чем у **сплошного цилиндра** $I_C = 1/2 mR^2$

Свободные оси

оси вращения тел, которые не изменяют своей ориентации в пространстве без действия на нее внешних сил называются свободными осями (или осями свободного вращения)

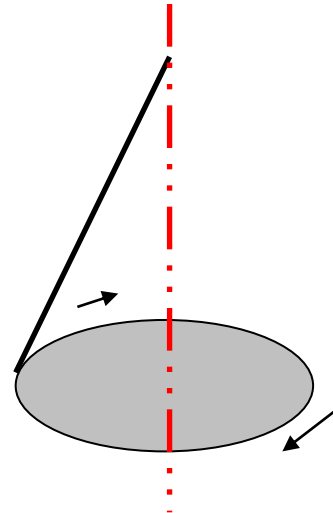
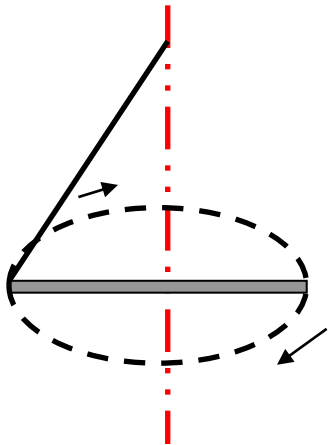


Если телу сообщить вращение (без жесткого закрепления оси вращения с телом), то оно будет поворачиваться так, чтобы:

- 1) центр масс системы оказался на оси вращения
- 2) Момент инерции относительно оси вращения (проходящей через ц.м.) имел максимальное значение



устойчивое вращение тела



Гироскопы

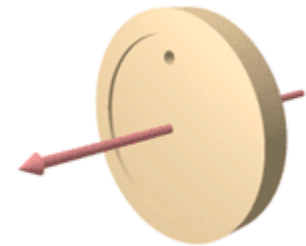
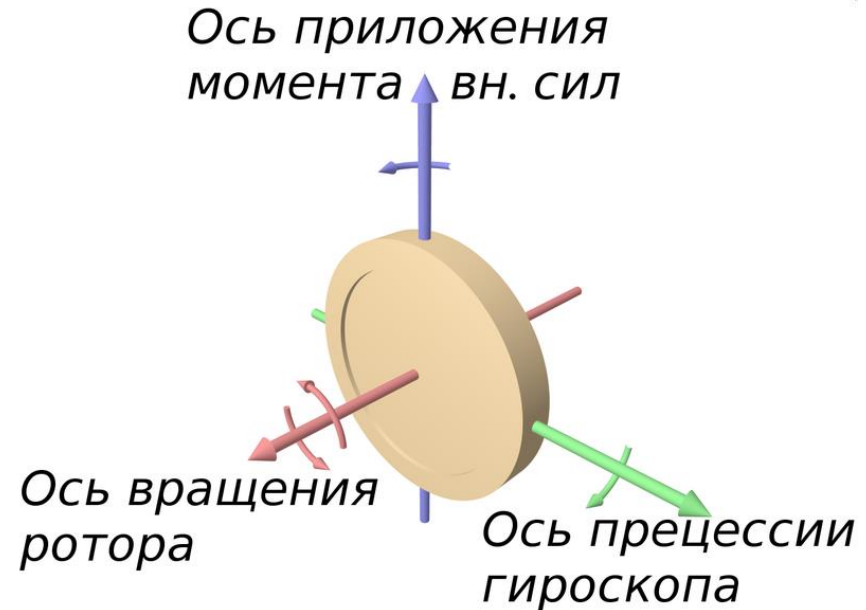
гироскопы — массивные однородные тела, вращающиеся с большой угловой скоростью около своей оси симметрии, являющейся свободной осью

При воздействии момента внешней силы вокруг оси, перпендикулярной оси вращения ротора, гироскоп начинает поворачиваться вокруг оси прецессии, которая перпендикулярна моменту внешних сил.

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\vec{\epsilon},$$

Угловая скорость прецессии Ω гироскопа определяется его моментом импульса и моментом приложенной силы:

$$\vec{M} = \vec{\Omega}_P \times \vec{L},$$



Применение гироскопов

Чаще всего используются гироскопы, помещённые в карданов подвес. Такие гироскопы имеют 3 степени свободы, то есть он может совершать 3 независимых поворота вокруг осей AA' , BB' и CC' , пересекающихся в центре подвеса, который остаётся по отношению к основанию неподвижным.

- в различных гироскопических навигационных приборах (гирокомпас, гиригоризонт и т. д.)
- поддержание заданного направления движения транспортных средств, например судна (авторулевой) и самолета (автопилот)
- использование в смартфонах и игровых приставках.

