УДК 535.317.1

# АБЕРРАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ФРЕНЕЛЕВСКИХ КОПИЙ ГОЛОГРАММ

*В. А. Ванин и Г. И. Грейсух*

**Получены выражения для коэффициентов первичных аберраций копий-голограмм, получаемых интерференционным копированием голограмм-оригиналов в зоне дифракции Френеля. Исследовано влияние условий копирования на аберрации в восстановленном изображении.**

Как отмечалось в работе [1], в настоящее время в связи с началом практического использования голографии в народном хозяйстве актуальной задачей является разработка высококачественных методов копирова-

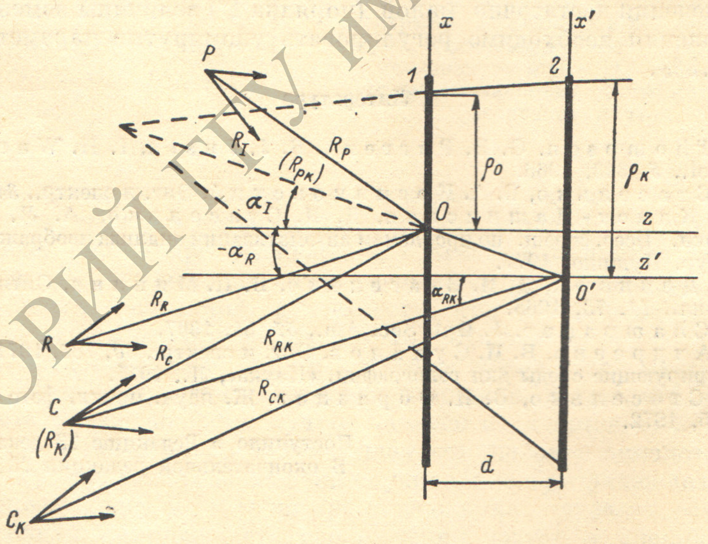


**Схема интерференционного копирования голограмм в зоне дифракции Френеля.**

*1* — голограмма-оригинал, *2* — копирующий фотоматериал. *P*, *R*, *C*, *I* — объектный, опорный, восстанавливающий и восстановленный источники оригинала; $P_K$, $R_K$, $C_K$ — объектный, опорный, восстанавливающий источники копии.

ния голограмм. В этой же работе было показано, что наиболее перспективным является интерференционный метод копирования, который применим для всех типов голограмм.

Качество изображения, восстанавливаемого голограммой-копией, так же как и обычной голограммой, в значительной степени определяется ее аберрациями. Рассмотрим аберрационные характеристики копий голограмм и их зависимость от условий копирования. Аберрационный анализ проведем для наиболее широко применяемой схемы интерференционного копирования в зоне дифракции Френеля [1]. Копии, полученные по этой схеме, будем называть ниже френелевскими копиями.

На рисунке представлена наиболее общая схема получения френелевских копий внеосевых голограмм. Предполагается, что голограмма-оригинал и копия регистрируются в бесконечно тонкой фоточувствительной среде, являющейся идеальным квадратичным детектором. Голограмма-оригинал и копия лежат в параллельных плоскостях и, расстояние между ними равно $d$. Голограмма-оригинал образована двумя точечными источниками $P$ и $R$ (объектным и опорным) на длине волны $\lambda_0$. При копировании голограмма освещается источником $C$ на длине волны $\lambda_c$. Этот источник является восстанавливающим для оригинала и опорным для копии $(R_k)$. Голограмма-копия формирует изображение на длине волны $\lambda_{ck}$, восстанавливающий источник — $C_k$, радиус апертуры голограммы-оригинала — $\rho_0$, радиус апертуры копии — $\rho_k$.

Волновая аберрация френелевской копии голограммы $W$ является суммой волновой аберрации фронта, реконструированного голограммой-оригиналом $W_0$ и аберрации $W_k$, обусловленной несоответствием восстанавливающего и опорного фронтов копии

$$W = W_0 + W_k. \tag{1}$$

В системе координат с центром в точке $O'$ в плоскости копии (см. рисунок) и в приближении третьего порядка, позволяющем считать волновую аберрацию при распространении волнового фронта неизменной, аберрационные коэффициенты оригинала в плоскости копии имеют вид

$$\left.\begin{aligned} S_{0k} &= h^4 S_0, \\ C_{0k} &= h^3 C_0, \\ A_{0k} &= h^2 A_0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $h=\rho_0/\rho_k$, а $S_0$, $C_0$, $A_0$ — коэффициенты сферической аберрации, комы и астигматизма голограммы-оригинала в ее собственной плоскости, вычисляемые в системе координат с центром в точке $O$. Из рисунка видно, что отношение радиусов апертуры голограммы-оригинала и копии может быть выражено через координаты восстановленного оригиналом изображения $R_I$, $\alpha_I$ и величину зазора $d$

$$h = \frac{R_I \cos \alpha_I}{R_I \cos \alpha_I + d}. \tag{3}$$

Используя известные формулы для первичных аберраций внеосевых голограмм [2] и суммируя аберрации оригинала и копии (также вычисленные в системе координат с центром в точке $O'$), получим выражение для волновой аберрации фронта восстановленного голограммой-копией

$$W = \frac{2\pi}{\lambda_{ck}}\Big[-\frac{1}{8} S'\rho^4 + \frac{1}{2}\rho^3 (C'_x \cos\theta + C_y \sin\theta) - \\ - \frac{1}{2}\rho^2 (A'_x \cos^2\theta + A'_y \sin^2\theta + 2A'_{xy} \cos\theta \sin\theta)\Big], \tag{4}$$

где

$$\left.\begin{aligned} S' &= S_k + \mu_k h^4 S_0, \\ C' &= C_k + \mu_k h^3 C_0, \\ A' &= A_k + \mu_k h^2 A_0, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$\rho$, $\theta$ — полярные координаты в плоскости копии; $\mu_k = \lambda_{ck}/\lambda_c$; $S_k$, $C_k$, $A_k$ — аберрационные коэффициенты собственно копии, обусловленные неадекватностью восстанавливающего и опорного фронтов копии.

Аберрационные коэффициенты как оригинала, так и собственно копии имеют вид

$$S=\mu\left(\frac{1}{R_R^3}-\frac{1}{R_p^3}\right)-\frac{1}{R_c^3}-\frac{1}{R_I^3},$$

$$C_x=\mu\left(\frac{x_R}{R_R^3}-\frac{x_p}{R_p^3}\right)-\frac{x_c}{R_c^3}-\frac{x_I}{R_I^3}, \quad (6)$$

$$A_x=\mu\left(\frac{x_R^2}{R_R^3}-\frac{x_p^2}{R_p^3}\right)-\frac{x_c^2}{R_c^3}-\frac{x_I^2}{R_I^3},$$

где $\mu=\mu_0=\lambda_c/\lambda_0$ в аберрационных коэффициентах оригинала и $\mu=\mu_k$ в коэффициентах копии; $R$ и $x$ — координаты точечных источников относительно центров соответствующих голограмм, т. е. точек $O$ и $O'$; индексы $P$, $R$, $C$, $I$ относятся к объектным, опорным, восстанавливающим и восстановленным источникам оригинала или копии. Коэффициенты $C_y$, $A_y$ и $A_{xy}$ вычисляются аналогично.

Расстояния от соответствующих точечных источников до центра копии, входящие в аберрационные коэффициенты копии, связаны с расстояниями от тех же источников до центра оригинала соотношением

$$R_{ik}=\sqrt{R_i^2+\frac{d^2}{\cos^2\alpha_I}+2\frac{R_i d}{\cos\alpha_I}\cos(\alpha_I-\alpha_i)}, \quad (7)$$

для $R_{pk}$ формула (7) принимает следующий вид:

$$R_{pk}=R_I+\frac{d}{\cos\alpha_I}. \quad (8)$$

Из (5) и (6) следует, что при $d=0$ волновая аберрация френелевской копии $W$ не зависит от условий копирования, а определяется лишь формой фронта и длиной волны восстанавливающего излучения. Аберрации в изображении отсутствуют при выполнении условий $\lambda_{ck}=\lambda_0$, $R_{ck}=R_R$, $\alpha_{ck}=\alpha_R$. Если длины волн и координаты опорного, копирующего и восстанавливающего источников совпадают, то волновая аберрация тождественно равна нулю при любой величине зазора между копией и оригиналом.

Анализ аберрационных коэффициентов френелевской копии в общем виде весьма затруднителен, поэтому рассмотрим частный случай $\alpha_p=0$; $R_R=\infty$, $\alpha_R=0$; $R_c=\infty$, $\alpha_c=0$; $R_{ck}=\infty$, $\alpha_{ck}=0$; $\mu_0\neq\mu_k\neq1$, при котором имеет место лишь сферическая аберрация, и на этом примере проанализируем зависимость величины аберрации копии от условий копирования. Легко показать, что в этом случае

$$S_0=\frac{\mu_0(\mu_0^2-1)}{R_p^3}, \quad (9)$$

$$S_k=\frac{\mu_k\mu_0^3(\mu_k^2-1)}{(R_p+\mu_0 d)^3}. \quad (10)$$

Подставляя выражения (9) и (10) в формулы (5) и (4), получим

$$W=-\frac{1}{8}\frac{2\pi}{\lambda_{ck}}\frac{\mu_k\mu_0\rho_k^4}{(R_p+\mu_0 d)^3}\left[\mu_0^2(\mu_k^2-1)+\frac{R_p(\mu_0^2-1)}{R_p+d\mu_0}\right]. \quad (11)$$

При $\mu_k\mu_0=1$, т. е. при восстановлении копии когерентным излучением с длиной волны, на которой регистрировался оригинал (случай, часто встречаемый на практике), формула (11) принимает вид

$$W=-\frac{1}{8}\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{\rho_k^4 d\mu_0(1-\mu_0^2)}{(R_p+d\mu_0)^4}. \quad (12)$$

Учитывая, что $\rho_k/(R_p+\mu_0 d)=\operatorname{tg} u$, где $u$ апертурный угол голограммы-копии, запишем (12) в следующем виде:

$$W=-\frac{1}{8}\operatorname{tg}^4 u\, d\mu_0(1-\mu_0^2). \quad (13)$$

Волновое число в этом выражении опущено и волновая аберрация $W$ представляет собой линейное отклонение восстановленного фронта от сферы сравнения. Из выражения (13) следует, что величина волновой сферической аберрации френелевской копии при заданном значении $\mu_0$ растет с увеличением апертурного угла $u$ и величины зазора $d$.

Используя известное соотношение между величинами поперечной и волновой аберрации [3]

$$\delta l = -\frac{4W}{\operatorname{tg} u}, \tag{14}$$

найдем поперечную сферическую аберрацию копии

$$\delta l = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^3 u d \mu_0 (1 - \mu_0^2). \tag{15}$$

Величина $\delta l$ в данном случае определяет минимальный размер элемента, разрешаемого голограммой-копией.

Простой расчет показывает, что при малых апертурных углах ($u \leqslant 20°$) и практически используемых величинах зазора ($d \leqslant 100$ мкм), копирование голограмм оригиналов, записанных на $\lambda_0 = 0.633$ мкм, возможно зеленым и синим когерентным излучением без заметного ухудшения разрешения в восстановленном изображении.

Интересно отметить тот факт, что выражение (15) подобно выражению для поперечной сферической аберрации плоскопараллельной пластинки [3] с той лишь разницей, что вместо показателя преломления $n$ стоит величина $1/\mu_0$, характеризующая изменение длины волны копирующего излучения относительно длины волны записи голограммы-оригинала. Физически это понятно, поскольку ход дифрагированного пучка при записи и восстановлении копии осевой голограммы при $\mu_0 \neq 1$ эквивалентен ходу луча через плоско-параллельную пластинку с показателем преломления $n$ [1].

В заключение отметим, что полученное в данной работе выражение для волновой аберрации фронта, восстановленного голограммой-копией, использовалось авторами для оценки качества френелевских копий внеосевых голограмм различных типов. Расчеты проводились на ЭВМ. Оценки качества изображения, допустимые величины зазоров между копией и голограммой хорошо согласуются с данными, полученными методом машинного расчета хода лучей и результатами эксперимента.

### Литература

[1] В. А. Ванин. Квант. электрон., *5*, 1413, 1978.
[2] E. B. Champagne. J. Opt. Soc. Am., *57*, 51, 1967.
[3] И. А. Турыгин. Прикладная оптика. «Машиностроение», М., 1966.

Поступило в Редакцию 19 апреля 1979 г.