

ДВИЖЕНИЕ ПУЧКА АТОМОВ В ПОЛЕ РЕЗОНАНСНОЙ СТОЯЧЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Э. Б. Гельман, Д. Ф. Зарецкий и В. В. Ломоносов

Рассмотрено движение пучка атомов через область поля резонансной стоячей электромагнитной волны. Показано, что взаимодействие атомов пучка с резонансным лазерным полем приводит к селективному нагреву атомов пучка.

Световое давление в процессе взаимодействия бегущей электромагнитной волны с атомом (молекулой) обусловлено эффектами резонансного поглощения и спонтанного излучения квантов [1]. В стоячей электромагнитной волне световое давление обусловлено индуцированными процессами поглощения и излучения квантов [2-4]. В этом случае световое давление может приводить как к увеличению [3, 4], так и уменьшению [5] кинетической энергии атомов.

По этой причине в пучке атомов, которые пересекают область пространства, где существует стоячая электромагнитная волна, происходит перераспределение частиц по энергиям и скоростям. Ранее был рассмотрен случай хорошо коллимированного пучка, когда компонента скорости атомов в направлении \mathbf{k} распространения волны практически равна нулю: $v_z \rightarrow 0$ (ось z направлена по \mathbf{k}) [3]. В случае плохой коллимации пучка количественные результаты отсутствуют.

Во всех работах, где рассматривался эффект светового давления, оператор взаимодействия атома с полем H' представлялся в виде

$$H' = \mathbf{dE}(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где \mathbf{d} — оператор дипольного момента атома, а $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ — напряженность электрического поля электромагнитной волны. Взаимодействие (1) приводит к появлению силы, которая действует на атом в направлении \mathbf{k} .

Взаимодействие (1) возникает и в том случае, когда атом покоится. Учет движения центра тяжести атома может привести к появлению силы, которая направлена вдоль напряженности электромагнитного поля \mathbf{E} . Эту силу можно наблюдать, посылая атомарный пучок вдоль вектора \mathbf{k} , т. е. в случае, когда взаимодействие (1) практически не проявляется.

Постановка задачи. Гамильтониан

Гамильтониан системы атом + электромагнитное поле представим в виде

$$H = \sum_{i=1}^z \frac{\left(\mathbf{p}_i + \frac{|e|\hbar}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i, t) \right)^2}{2m} + \frac{\left(\mathbf{p}_\alpha - \frac{Z|e|\hbar}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_\alpha, t) \right)^2}{2M} + V, \quad (2)$$

где e , m — заряд и масса электрона, M и $Z|e|\hbar$ — масса и заряд ядра, \mathbf{p}_i и \mathbf{p}_α — операторы импульса электрона и ядра соответственно, \mathbf{r}_i и \mathbf{r}_α — координаты i электрона и ядра, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ — векторный потенциал внешнего электромагнитного поля, V — потенциальная энергия взаимодействия между

электронами и ядром атома. Введем координаты центра тяжести атома и относительные координаты

$$\xi_i = r_i - r_a, \quad R = \frac{m \sum_i r_i + M r_a}{M + m}. \quad (3)$$

Тогда гамильтониан (2) в соответствующих координатах приобретает вид ($Zm/M \ll 1$)

$$H = H_1 + H_2 + H', \quad (4)$$

где H_1 — гамильтониан, описывающий поведение электронной системы без электромагнитного поля, $H_2 = \mathbf{P}^2/2M$ — гамильтониан, описывающий движение центра тяжести атома и

$$H' = \frac{|e|}{mc} \sum_{i=1}^Z \left(\bar{q}_i + \mathbf{P} \frac{m}{M} \right) A(\mathbf{R} + \xi_i, t) + \frac{e^2}{2mc^2} \sum_{i=1}^Z A^2(\mathbf{R} + \xi_i, t) + \frac{Z^2 e^2}{2Mc^2} A^2(\mathbf{R}, t) + \frac{Z|e|}{Mc} \sum_i q_i A(\mathbf{R}, t) - \frac{Z|e|}{Mc} \mathbf{P} A(\mathbf{R}, t), \quad (5)$$

где

$$q_i = -i\hbar \nabla_{\xi_i}; \quad \mathbf{P} = -i\hbar \nabla_{\mathbf{R}}.$$

Кроме того, обычно в плоской электромагнитной волне векторный потенциал зависит от координаты как $k\mathbf{r}$, и, считая $k\xi \ll 1$, можно произвести разложение в (5) по этому параметру. Ограничиваясь первым порядком по $k\xi$, получим

$$A(k\xi_i + k\mathbf{R}, t) \approx A(k\mathbf{R}, t) + k\xi_i A'(k\mathbf{R}, t), \quad (6)$$

где $A'(k\mathbf{R}, t) \equiv \partial/\partial k\mathbf{R} \cdot A(k\mathbf{R}, t)$. Подставляя (5) в (4) и оставляя везде первый порядок по $k\xi$, получим ($m/M \ll 1$)

$$H' = \frac{|e|}{mc} \sum_{i=1}^Z q_i A(k\mathbf{R}, t) + \frac{e^2}{2mc^2} Z A^2(k\mathbf{R}, t) + \frac{|e|}{Mc} \mathbf{P} A'(k\mathbf{R}, t) \times \\ \times \sum_{i=1}^Z k\xi_i + \frac{|e|^2}{mc^2} A'(k\mathbf{R}, t) A(k\mathbf{R}, t) \sum_{i=1}^Z k\xi_i. \quad (7)$$

Как видно из (6), в общем случае координаты центра тяжести атома не отделяются от относительных координат \mathbf{R} . Для оценки члена, пропорционального импульсу \mathbf{P} , воспользуемся адиабатическим приближением $dE/\hbar \gg k\mathbf{P}/M$, в этом приближении соответствующий член гамильтониана имеет вид

$$H'_2 \approx -4 \frac{|e|}{Mc} \mathbf{P} A_0(k\mathbf{d}) \sin 2k\mathbf{R} \cos^2 \omega t \sin \frac{dE_0 \sin k\mathbf{R}}{4\hbar} t \cdot \cos \frac{dE_0 \sin k\mathbf{R}}{4\hbar} t. \quad (8)$$

Используя канонические уравнения движения, убеждаемся, что учет взаимодействия (8) приводит к появлению силы, направленной вдоль вектора \mathbf{E}_0 . Величина этой силы по отношению к силе, определяемой выражением (1), имеет малость порядка $dE/\hbar \omega \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$. Эта малость может быть скомпенсирована увеличением длины пути атома в поле стоячей волны, например, в том случае, когда атом движется вдоль поля.

Рассмотрим случай, когда атомный пучок пересекает область стоячей электромагнитной волны перпендикулярно вектору \mathbf{k} . В этом случае практически следует учитывать только взаимодействие вида (1). Векторный потенциал стоячей электромагнитной волны запишем в виде

$$A = A_0 \cos(k\mathbf{R} - \omega t) + A_0 \cos(k\mathbf{R} + \omega t) = 2A_0 \cos k\mathbf{R} \cos \omega t \quad (9)$$

и будем считать, что взаимодействие атома с электромагнитным полем в резонансном приближении описывается гамильтонианом

$$H' = \frac{|e|}{mc} \sum_{i=1}^Z q_i A(\mathbf{kR}, t). \quad (10)$$

Нестационарное уравнение Шредингера для волновой функции $\Psi(\mathbf{R}, t)$ которая описывает движение атома в поле стоячей волны, имеет вид

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi, \quad (11)$$

где гамильтониан H включает оператор кинетической энергии и оператор взаимодействия (10).

Движение атома в поле волны

В двухуровневом приближении волновую функцию ψ можно представить в виде суммы

$$\psi = u(\mathbf{R}, t) \varphi_0 + v(\mathbf{R}, t) \varphi_1 e^{-i\omega_0 t}, \quad (12)$$

где φ_0, φ_1 — волновые функции соответственно основного и возбужденного состояний атома.

В этом приближении, используя соотношения (9)–(11), получим ($\hbar = c = M = 1$)

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2} u'' - 2iV \cos kze^{-i\omega_0 t} \cos \omega t v &= i\dot{u}(\mathbf{R}, t), \\ -\frac{1}{2} v'' + 2iV \cos kze^{i\omega_0 t} \cos \omega t u &= i\dot{v}(\mathbf{R}, t), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$V = \mathbf{d}_{10} \mathbf{E}_0,$$

где \mathbf{d}_{10} — матричный элемент перехода (электрический диполь), а $\mathbf{E}_0 = A_0 \boldsymbol{\omega}$ — напряженность электрического поля волны.

Введем обозначения

$$\varepsilon = \omega - \omega_0, \quad u = \tilde{u} e^{-iE_n t + i \frac{\varepsilon}{2} t}, \quad v = \tilde{v} e^{-iE_n t - i \frac{\varepsilon}{2} t}; \quad (14)$$

тогда в резонансном приближении $\varepsilon \ll \omega_0$ получим для функций \tilde{u} и \tilde{v} систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\tilde{u}''}{2} - 2iV \cos kz \tilde{v} &= \left(E_n - \frac{\varepsilon}{2}\right) \tilde{u}, \\ -\frac{\tilde{v}''}{2} + 2iV \cos kz \tilde{u} &= \left(E_n + \frac{\varepsilon}{2}\right) \tilde{v}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Взаимодействие атома с внешним электромагнитным полем не может быть как угодно велико. Реально напряженность электромагнитного поля не должна превышать 10^5 В/см, так как для больших полей становится существенным процесс ионизации. Поэтому энергия взаимодействия V не превышает величину порядка $10^{-3} \div 10^{-4}$ эВ. Тем не менее критерий квазиклассики $2V \gg \hbar^2$ для всех разумных величин полей выполняется с запасом. Представим квазиклассическое решение системы (15) в виде

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u} &= C_1(\varphi) \exp\left(i \int p(\varphi') d\varphi'\right), \\ \tilde{v} &= C_2(\varphi) \exp\left(i \int p(\varphi') d\varphi'\right), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $C_1(\varphi)$ и $C_2(\varphi)$ — вьюные функции переменной $\varphi = kz$, $p(\varphi)$ — квазиклассический импульс частицы в направлении k . Систему уравнений для определения $p(\varphi)$ находим, подставляя (16) в (15)

$$\left. \begin{aligned} -\frac{p^2}{2} C_1 + 2iV \cos \varphi C_2 + (E_n - \varepsilon/2) C_1 &= 0, \\ -\frac{p^2}{2} C_2 - 2iV \cos \varphi C_1 + (E_n + \varepsilon/2) C_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В результате получим

$$\frac{p^2}{2} = E_n \pm \sqrt{4V^2 \cos^2 \varphi + \varepsilon^2/4}. \quad (18)$$

Энергия E_n находится из начального условия $p^2(\varphi_0) = p_0^2$, где p_0 — начальный импульс в направлении k в той точке, где атом входит в поле. Окончательно имеем

$$\frac{p^2}{2} = \frac{p_0^2}{2} \pm \sqrt{4V^2 \cos^2 \varphi + \varepsilon^2/4} - \sqrt{4V^2 \cos^2 \varphi_0 + \varepsilon^2/4}. \quad (19)$$

Соотношение (19) позволяет найти дисперсию кинетической энергии частицы после ее прохождения через стоячую волну. Поскольку размеры атомарного пучка намного превышают длину волны электромагнитного поля, то дисперсию $\Delta^2 = (p^2 - p_0^2)^2/4$ следует усреднить по всем φ_0 .

Рассмотрим два предельных случая.

а. Изменение фазы $\Delta\varphi$ после прохождения атома через стоячую волну велико $\Delta\varphi \gg 1$. Тогда имеем

$$\overline{\Delta^2} = \frac{\varepsilon^2}{2} + 4V^2 - 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{4V^2 \cos^2 \varphi + \varepsilon^2/4} d\varphi \right)^2. \quad (20)$$

Интеграл в правой части (20) сводится к эллиптической функции. В результате получим

$$\overline{\Delta^2} = \frac{\varepsilon^2}{2} + 4V^2 - 2 \left(4V^2 + \frac{\varepsilon^2}{4} \right) \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 E^2(\alpha), \quad \alpha^2 = \frac{4V^2}{4V^2 + \varepsilon^2/4}. \quad (21)$$

Если расстройка $\varepsilon \rightarrow 0$, то $\alpha \rightarrow 1$. В этом пределе $E(\alpha) \rightarrow 1$ и, следовательно, имеем

$$\overline{\Delta^2} \rightarrow 4V^2 \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2}. \quad (22)$$

Если кинетическая энергия движения частицы вдоль поля велика, т. е. $p_0^2/2 \gg V$, то дисперсия импульса $(\Delta p)^2$ в соответствии с (22) и (15) равна

$$\overline{(\Delta p)^2} \simeq 4V^2 \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2 p_0^2}. \quad (23)$$

б. Изменение фазы $\Delta\varphi \ll 1$ после прохождения атома через стоячую волну мало $\Delta\varphi \ll 1$. В этом случае имеем

$$\overline{\Delta^2} \simeq \frac{V^2}{\pi} (\Delta\varphi)^2 \int_{-\pi/6}^{\pi/2} \frac{\sin^2 2\varphi_0}{\cos^2 \varphi_0 + \beta^2} d\varphi_0, \quad \beta = \frac{\varepsilon}{4V}. \quad (24)$$

После элементарного интегрирования получим

$$\overline{\Delta^2} \simeq 2V^2 [1 + 2\beta^2 - 2\beta(1 + \beta^2)^{1/2}] (\Delta\varphi)^2 \equiv 2V^2 f(\beta) (\Delta\varphi)^2. \quad (25)$$

Аналогично случаю а) дисперсия импульса в пределе $p_0^2 \gg V$ равна

$$\overline{\Delta p^2} \simeq \frac{2V^2 f(\beta) (\Delta\varphi)^2}{p_0^2}. \quad (26)$$

В этом случае величина $\Delta\varphi = kv_0\Delta t$, где v_0 — компонента скорости вдоль вектора k , а Δt — время, в течение которого поле взаимодействует с атомом, т. е. время жизни атома относительно спонтанного излучения, или длительность импульса лазерного излучения, или, наконец, время пролета атома через поле.

Дисперсия импульса $\overline{\Delta p^2}$ в предельном случае малых начальных импульсов $p^2 \ll V$ равна p^2 , а следовательно, определяется выражением (22), если $\Delta\varphi \gg 1$, и выражением (25), если $\Delta\varphi \ll 1$.

Расчет распределения плотности атомного пучка в поле стоячей электромагнитной волны

В предыдущем разделе было показано, что энергия частицы в поле стоячей электромагнитной волны ($\varepsilon < V$) меняется по закону ($\Delta\varphi < 1$) (20)

$$\xi - \xi_0 = \pm 1, \quad (27)$$

где $\xi = p^2/2mV$, $\xi_0 = p_0^2/2mV$. Выражение (27) справедливо при условии, когда время взаимодействия атома с полем (Δt) меньше или порядка спонтанного времени жизни возбужденного уровня $\tau_{\text{сп}}$. Испускание спонтанного кванта нарушает когерентность взаимодействия атома с внешним электромагнитным полем. Поэтому процесс изменения энергии атома в поле можно представить как набор случайных приращений со средним временем между ними $\tau_{\text{сп}}$. Такой процесс аналогичен процессу случайных блужданий с равновероятным приращением энергии $+1$ или -1 . Пусть $q(x, \xi, t)$ — плотность вероятности обнаружить атом в момент времени t с энергией ξ при условии, что в момент $t=0$ атом имел энергию x ; тогда

$$q(x, \xi, t) = \frac{1}{V2\pi\lambda t} \exp\left\{-\frac{(x-\xi)^2}{2\lambda t}\right\}, \quad \lambda = \tau_{\text{сп}}^{-1}. \quad (28)$$

Отметим, что выражение (28) для $q(x, \xi, t)$ совпадает с аналогичным выражением для диффузионных процессов. Пусть источник атомов расположен на границе области электромагнитного излучения и создает атомный пучок с расходимостью α и распределением f скорости v_{\parallel} атомов вдоль оси пучка и пусть $F_0(z_0)$ — плотность распределения атомов пучка в отсутствие электромагнитного излучения на плоскости, перпендикулярной пучку и удаленной на расстояние l от источника (ось z направлена параллельно электромагнитной волне).

Тогда плотность распределения $F(z)$ атомов пучка, взаимодействующих с излучением, связана с $F_0(z)$ соотношением

$$F(s) = 2 \frac{|s|}{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} F_0(v) dv \int_0^{\infty} f(v) v^2 q\left(\left(\frac{vs}{\alpha}\right)^2, \left(\frac{v\alpha}{\alpha}\right)^2, \frac{N\tau_{\text{сп}}}{v}\right) dv, \quad (29)$$

где $s = z/l$, $v = v_{\parallel}/v_0$, $v_0 = \sqrt{2kT/m}$ средняя тепловая скорость атомов, $N = l_0/v_0\pi\alpha$ — среднее число актов спонтанного излучения, l_0 — ширина области электромагнитного излучения ($l_0 \ll l$), $\alpha = V/kT$ и $v = z_0/l$, $|z_0| \ll \alpha l$.

В случае эффузионного источника имеем [6]

$$f(v) = 2v^3 e^{-v^2}$$

и если F_0 — равномерное на $(-\alpha l, \alpha l)$ распределение, то при $\alpha \ll 1$

$$F(s) = \frac{2|s|}{\sqrt{\pi\alpha}} e^{-s^2/\alpha} \frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} e^{-\frac{v^4 - 2v^2 s^2}{\alpha}} dv \approx \frac{2|s|}{\sqrt{\pi\alpha}} e^{-s^2/\alpha} \left\{1 + \frac{2s^2}{3\alpha} \alpha^2 + \frac{2s^4 - \alpha}{5\alpha^2} \alpha^4 + \dots\right\}, \quad (30)$$

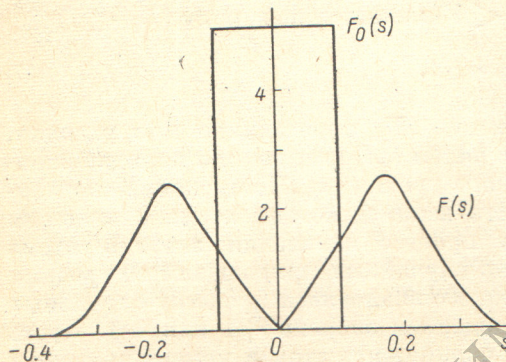
где $\sigma = (N/3.25)(V/kT)^2$. Это распределение имеет максимумы при $s = \pm s_m$, где s_m в первом по α приближении

$$s_m = \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{2} + \frac{\alpha^2}{6} + \frac{\alpha^4}{36\sqrt{\sigma}} \right)^{1/2}. \quad (31)$$

При $\alpha = 0.1$, $\sigma = 4 \cdot 10^{-3}$ ($N = 300$, $V = 10^{-3}$ эВ, $kT = 0.15$ эВ) имеем условие нулевого приближения $s_m = (\sigma/4)^{1/4} \approx 0.178$

$$F(u) = \frac{|u|}{\sqrt{\pi}} e^{-u^4/4}, \quad (32)$$

где $u = s/s_m$. Вид этого распределения и соответствующего распределения $F_0(s)$ представлен на рисунке. Результаты расчета распределения атомов на экране, представленные на рисунке, выполнены для точечного источника атомов.



Для источника конечных размеров функцию распреде-

$F(s)$ — распределение атомов на экране после прохождения области действия лазера; $F_0(s)$ — первоначальное распределение атомов на экране; $\alpha = 0.1$, $\sigma = \frac{N}{3.25} \left(\frac{V}{kT} \right)^2 = 4 \cdot 10^{-3}$, $kT = 0.18$ эВ, $N = 300$, $V = 10^{-3}$ эВ.

ления необходимо усреднить по площади источника, что приведет к некоторому заполнению провала при малых s , но качественно функция распределения $F(s)$ не изменится. Таким образом, взаимодействие пучка атомов с резонансным электромагнитным полем стоячей электромагнитной волны приводит к селективному оптическому нагреву пучка атомов.

Перераспределение атомов по скоростям после прохождения пучка через стоячую резонансную электромагнитную волну приводит к селективному нагреву пучка. Этот результат получен в пределе сильных полей.

$$\frac{dE_0}{\hbar} \gg \frac{1}{\tau_{\text{сп.}}} \quad (33)$$

и без учета столкновения между атомами. Условие (33) выполняется в случае лазеров постоянного действия. Столкновениями между атомами можно пренебречь, если плотность атомов в пучке $\sim 10^{15}$ ат/см³.

Как видно из рисунка, эффект селективного нагрева становится вполне заметным для реальных параметров атомного пучка и лазерного поля.

В заключение авторы выражают благодарность Г. А. Рябенко, А. П. Казанцеву и И. С. Григорьеву за ценные обсуждения.

Литература

- [1] A. Ashkin. Phys. Rev. Lett., 25, 1321, 1970.
- [2] Г. А. Аскарьян. ЖЭТФ, 42, 1567, 1962.
- [3] А. П. Казанцев. ЖЭТФ, 63, 1628, 1972.
- [4] А. П. Казанцев. ЖЭТФ, 66, 1599, 1974.
- [5] В. С. Летохов, В. Г. Миногин. ЖЭТФ, 71, 195, 1976.
- [6] И. Рамзей. Молекулярные пучки. ИЛ, М., 1960.

Поступило в Редакцию 10 апреля 1979 г.