

УДК 539.196 : 532.78

ВЛИЯНИЕ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ  
В МЕЖМОЛЕКУЛЯРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
НА ОПТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

В. И. Сугаков и С. В. Шияновский

Методом функций Грина исследовано влияние диполь-дипольного резонансного взаимодействия на распространение света в одноосных жидкокристаллических кристаллах при частотах, близких к собственным полосам поглощения. Анализируются вклады близко-действующего и дальнодействующего взаимодействий в нулевой и первый моменты полосы поглощения. Обнаружена зависимость моментов от направления распространения света по отношению к директору. Найденные явления близки по своей природе к явлениям в молекулярных кристаллах (неаналитичность закона дисперсии для экситонов при малых значениях волнового вектора) и доступны для экспериментального обнаружения.

Детальных исследований особенностей собственных полос поглощения в жидкокристаллах крайне мало. В то же время собственные полосы чувствительны к внутренней структуре системы и известно, какую полезную информацию дает изучение собственных полос в кристаллах.

В данной работе проводится выяснение ряда особенностей собственных полос поглощения в жидкокристаллах, накладываемых резонансным взаимодействием между молекулами. Резонансное взаимодействие в диполь-дипольном приближении медленно убывает с ростом расстояния между молекулами. Поэтому важным является учет взаимодействия между удаленными молекулами. Дальнодействующее резонансное взаимодействие, как известно из теории экситонов [1], в анизотропных кристаллах приводит к качественному явлению — зависимости оптических свойств системы от направления распространения света. Мы покажем, что это явление имеет место также в жидкокристаллах. Величина резонансного взаимодействия зависит от ориентации молекулы. Это позволяет обнаружить ряд явлений в оптических свойствах, обусловленных степенью ориентационной упорядоченности молекул, в частности, параметром порядка жидкого кристалла.

Полученные в работе результаты применимы к одноосным (ориентированным) молекулярным системам. Однако при анализе результатов мы будем применять их к частному случаю таких систем — одноосным жидким кристаллам.

Частотные зависимости  
диэлектрической восприимчивости

Разобъем все состояния жидкого кристалла на две подсистемы. Первая, быстрая подсистема включает в себя внутренние возбужденные состояния молекул жидкого кристалла, к ним относятся либо электронные возбужденные состояния, либо внутримолекулярные колебания. Вторая, медленная подсистема включает в себя поступательное и вращательное движения недеформированных молекул. Состояния второй подсистемы будем описывать классически, т. е. точками на фазовой траектории.

В адиабатическом приближении состояния быстрой подсистемы определяются решениями уравнения Шредингера со следующим гамильтонианом:

$$H_e = \sum_{n, f} [\mathcal{E}_{0f} + D_{nf}(R)] B_{nf}^+ B_{nf} + \sum_{n, m} M_{nm}^{fg}(R) B_{nf}^+ B_{mg}, \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}_{pf}$  — энергия возбуждения  $f$ -го состояния изолированной молекулы,  $D_{nf}(R)$  — изменение энергии статического взаимодействия  $n$ -й молекулы с окружением при переходе молекулы из основного состояния в  $f$ -е возбужденное;  $M_{nm}^{fg}(R)$  — матричный элемент резонансного взаимодействия между  $n$ -й и  $m$ -й молекулами;  $B_{nf}^+$  и  $B_{nf}$  — соответственно операторы рождения и уничтожения возбуждения типа  $f$  на  $n$ -й молекуле;  $R$  — условное обозначение совокупности координат центров тяжести и ориентаций всех молекул жидкого кристалла.

Оптические свойства системы можно описать поперечным тензором диэлектрической восприимчивости  $\chi_{\alpha\beta}^\perp(\omega, Q)$ , связывающим дипольный момент единицы объема и поперечную часть электрического поля

$$P_\alpha = \chi_{\alpha\beta}^\perp(\omega, Q) E_\beta^\perp, \quad (2)$$

где  $\omega$  и  $Q$  — соответственно частота и волновой вектор электромагнитной волны.

При вычислении  $\chi_{\alpha\beta}^\perp(\omega, Q)$ , используя адиабатическое приближение, усреднение проводим в два этапа: сначала по квантовомеханическим состояниям, а затем по координатам и ориентации молекул. Тогда можно показать, что поперечный тензор диэлектрической восприимчивости выражается через запаздывающую функцию Грина  $G_{nf}^\beta(\omega, Q)$

$$\chi_{\alpha\beta}^\perp(\omega, Q) = -\frac{1}{v} \left\langle \sum_f d_{nf}^\alpha G_{nf}^\beta(\omega, Q) \right\rangle_R, \quad (3)$$

где  $v$  — объем одной молекулы,  $d_{nf}$  — дипольный момент перехода молекулы из основного состояния в  $f$ -е возбужденное,  $\langle \rangle_R$  — усреднение по координатам и ориентации молекул,  $G_{nf}^\beta(\omega, Q)$  является решением следующей системы уравнений:

$$(\hbar^2 \omega^2 - \mathcal{E}_{nf}^2) G_{nf}^\beta(\omega, Q) = 2\mathcal{E}_{nf} \left[ d_{nf}^\beta + \sum_{m, g} M_{nm}^{fg}(Q) G_{mg}^\beta(\omega, Q) \right], \quad (4)$$

где  $\mathcal{E}_{nf} = \mathcal{E}_{0f} + D_{nf}(R)$ ,

$$M_{nm}^{fg}(Q) = M_{nm}^{fg}(R) e^{-iQr_{nm}} = d_{nf}^\alpha \varphi_{nm}^{\alpha\beta}(Q) d_{mg}^\beta, \quad (5)$$

$r_{nm}$  — вектор, соединяющий центры тяжести  $n$ -й и  $m$ -й молекул.

Будем рассматривать оптические свойства системы вблизи частоты перехода с основного на некоторый изолированный  $i$ -й уровень. Тогда, решая систему уравнений (4) методом последовательных приближений по степеням  $M/(\hbar\omega - \mathcal{E}_i)$  ( $g \neq i$ ), удается  $\chi_{\alpha\beta}^\perp(\omega, Q)$  разделить на два слагаемых: диэлектрическую восприимчивость  $\chi_{\alpha\beta}^{\perp 0}$ , создаваемую остальными уровнями и поэтому слабо зависящую от частоты, и резонансное слагаемое, которое выражается через  $G_{ni}^\beta(\omega, Q)$  и компоненту эффективного дипольного момента перехода  $d_n^\alpha$

$$\chi_{\alpha\beta}^\perp(\omega, Q) = \chi_{\alpha\beta}^{\perp 0} - \frac{1}{v} \left\langle d_n^\alpha G_{ni}^\beta(\omega, Q) \right\rangle_R. \quad (6)$$

Величины  $\chi_{\alpha\beta}^{\perp 0}$  и  $d_n^\alpha$  удобно выразить через тензор вклада далеких уровней  $\Gamma_m^{\xi\mu}$  в поляризуемость  $m$ -й молекулы

$$\chi_{\alpha\beta}^{\perp 0} = \frac{1}{v} \left\langle \Gamma_n^{\alpha\gamma} \left[ \delta_{\gamma\beta} - \sum_m \varphi_{nm}^{\gamma\xi}(Q) \Gamma_m^{\xi\mu} (\delta_{\mu\beta} - \dots) \right] \right\rangle_R, \quad (7)$$

$$d_n^\alpha = d_{ni}^\gamma \left[ \delta_{\gamma\beta} - \sum_m \varphi_{nm}^{\gamma\xi}(Q) \Gamma_m^{\xi\mu} (\delta_{\mu\beta} - \dots) \right], \quad (8)$$

$$\Gamma_m^{\xi\mu} = - \sum_{g \neq i} \frac{2\mathcal{E}_{mg}}{\hbar^2\omega^2 - \mathcal{E}_{mg}^2} d_m^\xi d_m^\mu. \quad (9)$$

Для функции  $G_{ni}^\beta(\omega, Q)$  уравнение (4) преобразуется к виду

$$(\hbar\omega - \tilde{\mathcal{E}}_n) G_{ni}^\beta(\omega, Q) = \chi \left[ \tilde{d}_n^\beta + d_{ni}^\gamma \sum_{m \neq n} \tilde{\varphi}_{nm}^\gamma d_m^\xi G_{mi}^\beta(\omega, Q) \right], \quad (10)$$

где

$$\chi = \frac{2\mathcal{E}_{ni}}{\hbar\omega + \mathcal{E}_{ni}}, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_n = \mathcal{E}_{ni} + d_{ni}^\alpha \tilde{\varphi}_{nm}^\alpha d_{ni}^\beta \quad \text{не зависит от } Q, \quad (12)$$

$$\tilde{\varphi}_{nm}^\xi = \sum_l \varphi_{nl}^{\gamma\mu}(Q) \left[ \delta_{lm} \delta_{\mu\xi} - \Gamma_l^{\mu\nu} \sum_k \varphi_{lk}^{\nu\beta}(Q) (\delta_{km} \delta_{\beta\xi} - \dots) \right]. \quad (13)$$

Предполагая, что ширина полосы поглощения значительно меньше расстояния между уровнями, можно в области поглощения считать величины  $\chi_{\alpha\beta}^{10}$ ,  $\tilde{d}_n^\alpha$ ,  $\tilde{\varphi}_{nm}^\xi$  и  $\chi$  не зависящими от частоты ( $\chi = 1$ ). В этом приближении уравнение (10) имеет вид уравнения для двухуровневой системы.

Таким образом, учет остальных уровней сводится к изменению энергии возбуждения и перенормировке дипольного момента перехода и матрицы резонансного взаимодействия, причем величина перенормировки зависит от направления волнового вектора.

### Вычисление моментов полос поглощения

Решение уравнения (10) зависит от многих факторов: данных о дисперсионном взаимодействии между молекулами, о распределении молекул по ориентации, корреляционных функций и т. д. Более общие результаты можно получить методом моментов, которые определяются по формулам

$$M_0^\alpha = 4\pi T_0^{\alpha\alpha}, \quad (14)$$

$$M_r^\alpha = \frac{T_r^{\alpha\alpha}}{T_0^{\alpha\alpha}}, \quad (15)$$

$$T_r^{\alpha\alpha} = \int \text{Im } \chi_{\alpha\alpha}^\perp(\omega, Q) \omega^2 d\omega, \quad \alpha = x, y, \quad (16)$$

где интегрирование проводится по области полосы поглощения, а система координат выбрана таким образом, что ось  $Oz$  совпадает с направлением волнового вектора  $Q$ , ось  $Ox$  перпендикулярна директору  $N$  (рис. 1).

Как известно, в одноосном жидкокристалле могут распространяться две волны. В обычной волне вектор электрического поля направлен вдоль оси  $Ox$  и моменты поглощения  $M_r^x$  не зависят от направления  $Q$ . В необычной волне вектор электрического поля перпендикулярен оси  $Ox$  и моменты поглощения  $M_r^y$  зависят от направления распространения волны.

Для вычисления моментов рассмотрим последовательность функций  $\Omega_{n,r}^\beta$ ,

$$\Omega_{n,r}^\beta = \int \text{Im } G_{ni}^\beta(\omega, Q) \omega^2 d\omega, \quad (17)$$

где интегрирование проводится по области полосы поглощения.

Поскольку в этой области  $G_{ni}^\beta(\omega, Q)$  совпадает с функцией Грина, для двухуровневой системы из соотношения Лемана—Челена следует выражение для  $\Omega_{n,0}^\beta$ ,

$$\Omega_{n,0}^\beta = -\frac{1}{\hbar} \tilde{d}_n^\beta. \quad (18)$$

Умножая уравнение (10) на  $\omega^r$  и интегрируя по  $\omega$ , получаем рекуррентную формулу

$$\hbar \Omega_{n,r+1}^\beta = \tilde{\mathcal{E}}_n \Omega_{n,r}^\beta + \sum_{m \neq n} d_{ni}^\gamma \tilde{\varphi}_{nm}^\gamma d_{mi}^\xi \Omega_{m,r}^\beta. \quad (19)$$

Из формул (6), (16) и (17) следует выражение для  $T_r^{\alpha\beta}$

$$T_r^{\alpha\beta} = -\frac{1}{v} \langle d_n^\alpha d_{n*}^\beta \rangle_R. \quad (20)$$

С помощью полученных формул в принципе можно определить все моменты поглощения. Однако, поскольку корреляционные функции в жидком кристалле неизвестны, в выражениях для эффективного дипольного момента перехода и матрицы резонансного взаимодействия члены, связанные со вкладом далеких уровней, заменены своими средними значениями

$$d_n^\alpha = d_{ni}^\gamma [\delta_{\gamma\alpha} - \Phi_{\gamma\xi}(Q) \chi_{\xi\alpha}^{10}], \quad (21)$$

$$\Phi_{\gamma\xi}(Q) = v \left\langle \sum_m \varphi_{nm}^{\gamma\xi} \right\rangle_R = [\delta_{\gamma\mu} - \Phi_{\gamma\mu}(Q) \chi_{\mu\nu}^{10}] \Phi_{\nu\xi}(Q), \quad (22)$$

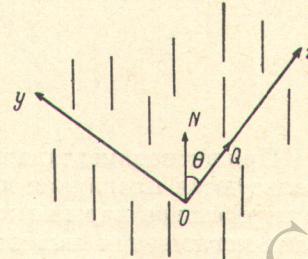


Рис. 1. Ориентация координатных осей, волнового вектора  $Q$  и директора  $N$ .

где

$$\Phi_{\gamma\xi}(Q) = v \left\langle \sum_m \varphi_{nm}^{\gamma\xi}(Q) \right\rangle_R = 4\pi \left( \frac{Q_\gamma Q_\xi}{Q^2} - L_{\gamma\xi} \right), \quad (23)$$

$L_{\gamma\xi}$  — компонента тензора Лорентца.

Тогда, выражая  $\chi_{\alpha\beta}^{10}$  через диагональные компоненты  $\epsilon_{\parallel}^0$  и  $\epsilon_{\perp}^0$  нерезонансной части тензора диэлектрической проницаемости, получаем выражение для нулевых моментов

$$M_0^x = M_0^+ = \frac{4\pi}{\hbar v} D_\perp [1 + L_\perp (\epsilon_{\perp}^0 - 1)]^2, \quad (24)$$

$$M_0^y = \frac{M_0^+ (\epsilon_{\parallel}^0)^2 \cos^2 \theta + M_0^+ (\epsilon_{\perp}^0)^2 \sin^2 \theta}{(\epsilon_{\parallel}^0 \cos^2 \theta + \epsilon_{\perp}^0 \sin^2 \theta)}, \quad (25)$$

где

$$M_0^z = \frac{4\pi}{\hbar v} D_\parallel [1 + L_\parallel (\epsilon_{\parallel}^0 - 1)]^2, \quad (26)$$

$\Theta$  — угол между волновым вектором и директором;  $D_\parallel$  и  $D_\perp$  — соответственно средние квадраты параллельной и перпендикулярной директору проекции дипольного момента, зависящие от параметра порядка  $S$  и угла  $\psi$  между дипольным моментом и длинной осью молекулы

$$\left. \begin{aligned} D_\parallel &= \frac{d_i^2}{3} [(2S+1) \cos^2 \psi + (1-S) \sin^2 \psi], \\ D_\perp &= \frac{d_i^2}{3} \left[ (1-S) \cos^2 \psi + \left(1 + \frac{S}{2}\right) \sin^2 \psi \right]. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Аналогичным способом вычисляются первые моменты поглощения. В пренебрежении корреляциями тензор  $T_1^{\alpha\beta}$  имеет вид

$$T_1^{\alpha\beta} = \frac{1}{\hbar^2 v} \left\{ \langle \mathcal{E}_n d_n^\alpha d_n^\beta \rangle_R + \frac{1}{v} \langle d_n^\alpha d_{n*}^\beta \rangle_R [\Phi_{\gamma\xi}(Q) - F_{\gamma\xi}] \langle d_{m*}^\xi d_m^\beta \rangle_R \right\}, \quad (28)$$

где

$$F_{\gamma\xi} = v \langle \tilde{\varphi}_{nm}^{\gamma\xi} \rangle_R \text{ не зависит от } Q. \quad (29)$$

Из формулы (28) легко получить выражения для первых моментов

$$M_1^x = M_1^+ = \frac{1}{\hbar} \left\{ \mathcal{E}_\perp - \frac{4\pi}{v} D_\perp L_\perp [1 + L_\perp (\epsilon_{\perp}^0 - 1)] \right\}, \quad (30)$$

$$M_1^y = \frac{M_1^+ M_0^+ (\epsilon_{\parallel}^0)^2 \cos^2 \theta + M_1^+ M_0^+ (\epsilon_{\perp}^0)^2 \sin^2 \theta}{M_0^+ (\epsilon_{\parallel}^0)^2 \cos^2 \theta + M_0^+ (\epsilon_{\perp}^0)^2 \sin^2 \theta} +$$

$$+ \frac{(\varepsilon_0^0 M_0^\parallel - \varepsilon_0^0 M_0^\perp)^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{[M_0^\perp (\varepsilon_0^\parallel)^2 \cos^2 \theta + M_0^\parallel (\varepsilon_0^\perp)^2 \sin^2 \theta] (\varepsilon_0^0 \cos^2 \theta + \varepsilon_0^0 \sin^2 \theta)}, \quad (31)$$

где

$$M_1^\parallel = \frac{1}{\hbar} \left\{ \mathcal{E}_\parallel - \frac{4\pi}{v} D_\parallel L_\parallel [1 + L_\parallel (\varepsilon_0^\parallel - 1)] \right\}, \quad (32)$$

$$\mathcal{E}_\perp = \frac{W_\perp}{D_\perp} - \frac{1}{v} F_\perp D_\perp, \quad (33)$$

$$\mathcal{E}_\parallel = \frac{W_\parallel}{D_\parallel} - \frac{1}{v} F_\parallel D_\parallel, \quad (34)$$

$$W_{\alpha\beta} = \langle \tilde{\mathcal{E}}_n d_{ni}^\alpha d_{ni}^\beta \rangle_R. \quad (35)$$

### Обсуждение

При экспериментальных исследованиях оптических свойств обычно используются планарная или гомеотронная ориентации жидкого кристалла и нормальное падение электромагнитной волны. В этих случаях моментами поглощения являются  $M_r^\parallel$  и  $M_r^\perp$  соответственно для параллельной и перпендикулярной директору ориентации вектора напряженности электрического поля. Для нулевых моментов, определяющих интегральные интенсивности поглощения, соответствующие формулы (24) и (26) уже были получены методом локального поля [2], однако используемый в данной работе метод позволяет качественно учесть корреляции, которые, сохранив вид формулы (24) и (26), нарушают условие равенства единице следа тензора Лорентца.

В выражениях для первых моментов, определяющих центры тяжести полос поглощения [формулы (30) и (32)], различные члены имеют разную физическую природу. Первое слагаемое ( $\mathcal{E}_\perp$  или  $\mathcal{E}_\parallel$ ) представляет собой энергию возбуждения с учетом смещения, обусловленного различием дисперсионного взаимодействия в возбужденном и основном состояниях молекулы. Различие между  $\mathcal{E}_\perp$  и  $\mathcal{E}_\parallel$  вызвано тем, что дисперсионное взаимодействие зависит от угла между длинной осью молекулы и директором, в то же время при поглощении света в разных компонентах спектра главный вклад дают молекулы с разной ориентацией. Это явление было рассмотрено и наблюдалось Долгановым [3] для примеси нафтацена в нематическом жидком кристалле 4-метоксибензилиден-4-бутиланилина. По порядку величины различие между  $\mathcal{E}_\perp$  и  $\mathcal{E}_\parallel$  составляет сотни обратных сантиметров.

Второе слагаемое связано с диполь-дипольным резонансным взаимодействием. Его относительный вклад при  $D_\parallel > D_\perp$  сильно зависит от анизотропии тензора Лорентца. Для изотропного тензора это слагаемое приводит к большему длинноволновому сдвигу центра тяжести полосы поглощения для необыкновенной волны, чем для обычной, а в случае сильно анизотропного тензора Лорентца имеет место обратная ситуация. При  $D_\perp > D_\parallel$  длинноволновое смещение центра тяжести полосы поглощения для обычной волны будет больше. Величина смещения зависит от силы осциллятора перехода и составляет десятки—сотни обратных сантиметров.

При произвольном направлении распространения света моменты поглощения необыкновенной волны зависят от угла  $\theta$  между волновым вектором  $\mathbf{Q}$  и директором  $\mathbf{N}$ . Для нулевого момента эта зависимость (25) легко объяснима: при изменении направления распространения меняется угол между вектором напряженности электрического поля и директором, меняется энергия взаимодействия электромагнитной волны с жидким кристаллом и, следовательно, интегральное поглощение.

Зависимость первого момента от направления распространения света сложнее (31). Изменение первого слагаемого имеет ту же причину, что и изменение нулевого момента. Появление второго слагаемого обусловлено дальнодействующим характером резонансного взаимодействия и приводит

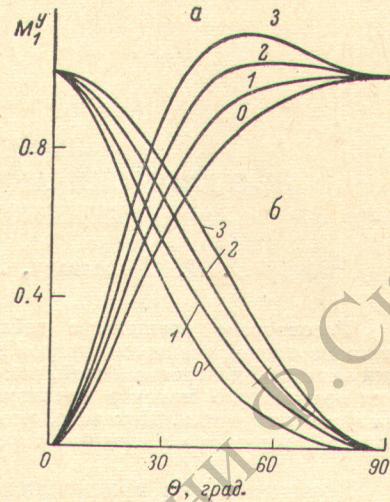
к коротковолновому сдвигу центра тяжести. Этот сдвиг имеет ту же природу, что и неаналитичность закона дисперсии для экситонов в молекулярных кристаллах [1].

На рис. 2 представлена зависимость первого момента от угла  $\theta$  между волновым вектором и директором. Нижние кривые соответствуют отсутствию резонансного взаимодействия. Видно, что появление резонансного взаимодействия качественно изменяет кривую (при  $M_1^{\parallel} > M_1^{\perp}$  появляется немонотонная зависимость от угла). Величина взаимодействия зависит от параметра порядка и равна нулю в изотропной фазе.

Таким образом, в данной работе получены формулы, связывающие нулевой и первый моменты полосы поглощения с тензором локального поля и парамет-

Рис. 2. Зависимость первого момента необыкновенной волны  $M_1^y$  от угла  $\theta$  между волновым вектором  $Q$  и директором  $N$  при  $\epsilon_{\parallel}^0 = \epsilon_{\perp}^0$ ,  $M_0''/M_0' = 4$ .

$a - M_1^{\parallel} = 1$ ,  $M_1^{\perp} = 0$ ;  $b - M_1^{\parallel} = 0$ ,  $M_1^{\perp} = 1$ . Цифры у кривых указывают значения величины  $A = (M_0'' - M_0')^2/M_0'^2$ .



ром порядка жидкого кристалла. Обнаружено, что центр тяжести полосы поглощения зависит от направления распространения электромагнитной волны по отношению к директору.

Рассматриваемые явления могут быть измерены экспериментально, например, в нематическом жидкокристалле, ориентация директора в котором измеряется под действием электрического или магнитного поля. Величины  $\epsilon_{\parallel}^0$  и  $\epsilon_{\perp}^0$  могут быть определены из данных о диэлектрической проницаемости вне полосы поглощения,  $d_i^2$  — по данным об интегральном поглощении в изотропной фазе. Поэтому измерение четырех величин  $M_0^{\perp}$ ,  $M_0^{\parallel}$ ,  $M_1^{\perp}$  и  $M_1^{\parallel}$  в пренебрежении корреляциями позволяет определить четыре параметра  $\epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $S$  и  $L$  (напомним, что  $L_{\perp} + 2L_{\parallel} = 1$ ). Таким образом, можно найти важные параметры жидкого кристалла: изменение дисперсионного взаимодействия при переходе молекулы в возбужденное состояние, параметр порядка и тензор Лоренца.

#### Литература

- [1] А. С. Давыдов. Физика твердого тела. «Наука», М., 1976; В. М. Агранович. Теория экситонов. «Наука», М., 1968.
- [2] Л. М. Блинов. Электро- и магнитооптика жидкких кристаллов. «Наука», М., 1978.
- [3] В. К. Долганов. ФТТ, 19, 3269, 1977.

Поступило в Редакцию 3 мая 1979 г.