УДК 535.853+535.411.01

ШУМЫ В ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРИИ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ

М. Н. Попова

Проведено вычисление шума в спектре, получаемом методом Фурье-спектрометрии, обусловленного флуктуациями числа фотоэлектронов в приемнике. Получена общая формула для собственно фотонного шума (при постоянной интенсивности). Вычислен шум из-за случайных флуктуаций интенсивности источника в случаях $\Delta\omega \ll \delta\omega_0$ ($\Delta\omega$ — ширина спектра исследуемого излучения, $\delta\omega_0$ — предел разрешения), $\Delta\omega \gg \delta\omega_0$ (излучение гауссово, промодулированное по амплитуде независимым случайным образом из-за нестабильности источника). Результаты для шума из-за флуктуаций интенсивности полностью сохраняют силу и в случае тепловых приемников.

Практика последних лет показала, что Фурье-спектрометры успешно работают не только в инфракрасной области спектра, где шум приемника не зависит от интенсивности падающего на него излучения и вследствие этого применение Фурье-спектрометров особенно эффективно, но и в видимой области, где доминирует фотонный шум [1]. В то время как не зависящий от интенсивности тепловой шум в Фурье-спектрометрии исследован достаточно подробно [2, 3], для фотонного шума, насколько нам известно, строгое рассмотрение проведено только в пренебрежении флуктуациями интенсивности исследуемого излучения и в предположении, что детали в спектре этого излучения много шире предела разрешения спектрометра [4]. Имеются также оценки для случая чисто линейчатых спектров снова для строго постоянной интенсивности [5]. В то же время в некоторых случаях, как, например, при исследовании комбинационного рассеяния света, когда присутствует сильная линия несмещенной частоты, шум из-за колебаний интенсивности может стать определяющим.

В настоящей работе исследован шум в спектре, получаемом методом Фурье-спектрометрии, обусловленный флуктуациями числа фотоэлектронов в приемнике без предположения о постоянстве интенсивности исследуемого излучения. Результаты для шума из-за колебаний интенсивности полностью применимы и к тепловым приемникам (здесь для шума из-за колебаний интенсивности проводились лишь качественные оценки [6, 7]).

Постановка задачи

Световой поток, падающий на приемник излучения Фурье-спектрометра, задается выражением $\Phi(t)=\frac{k}{2}[E(t)+E(t+\tau)]^2$. Здесь $E(t)$ — средняя по входному отверстию напряженность поля, $\tau=2v/c\,t$ (v — скорость движения зеркала интерферометра Майкельсона). Коэффициент k пропорционален пропусканию прибора $\varkappa$. Если источник подчиняется закону Ламберта, $k=\varkappa u$, где $u=sO$ — геометрический фактор (s — площадь входного отверстия, O — телесный угол).

Будем считать, что источник стационарный. Тогда среднестатистическое значение (здесь и далее обозначаемое угловыми скобками) для потока $\Phi(t)$ есть

$$\langle\Phi(t)\rangle=k[I_0+\psi_E(\tau)], \qquad (1)$$

где $I_0 = \langle E^2(t)\rangle = \langle E^2(t+\tau)\rangle$ — не зависящая от времени средняя интенсивность, $\psi_E(\tau) = \langle E(t)\,E(t+\tau)\rangle$ — зависящая от разности времен τ функция корреляции. Справедливо Фурье-представление [8]

$$\psi_E(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} G_E(\omega)\cos\omega\tau d\omega = \int\limits_{0}^{\infty} B(\omega)\cos\omega\tau d\omega. \quad (2)$$

$G_E(\omega) = G_E(-\omega)$ — спектральная плотность мощности процесса $E(t)$, $B(\omega) = 2G_E(\omega)$ в области положительных частот — спектральная яркость.

Не вдаваясь в детали схемы регистрации, будем считать, что она усредняет с некоторым временем θ возникающий в приемнике излучения под действием светового потока $\Phi(t)$ фототок $i(t)$

$$i_\theta(t) = \frac{1}{\theta}\int\limits_{t-\frac{\theta}{2}}^{t+\frac{\theta}{2}} i(t)\,dt = \frac{e}{\theta}\,m_\theta(t). \quad (3)$$

Распределение числа фотоэлектронов $m_\theta(t)$, вылетающих из фотокатода за интервал времени $\left[t-\frac{\theta}{2},\ t+\frac{\theta}{2}\right]$, задается формулой [9]

$$P_m(t,\ \theta) = \left\langle \frac{x^m}{m!}\,e^{-x}\right\rangle,\quad x = \xi\theta\Phi_\theta(t), \quad (4)$$

где ξ — чувствительность фотокатода, $\Phi_\theta(t)$ — средний за время θ поток, падающий на фотокатод, угловые скобки означают усреднение по ансамблю возможных значений $\Phi_\theta(t)$.

Из (3), (4) следует, что $\langle i_\theta(t)\rangle = e\xi\langle\Phi_\theta(t)\rangle$. Будем считать источник стационарным, а время скользящего усреднения столь малым, чтобы не искажались частоты Фурье. В этом случае $\langle i_\theta(t)\rangle = \langle i(t)\rangle = q\langle\Phi(t)\rangle$, где $\langle\Phi(t)\rangle$ задается формулой (1), $q = e\xi$ — чувствительность фотоприемника.

Шум в интерферограмме[1] есть разность регистрируемой величины $i_\theta(t)$ и средней величины $\langle i(t)\rangle = \langle i_\theta(t)\rangle$

$$N(\theta,\ t) = i_\theta(t) - \langle i_\theta(t)\rangle = \frac{e}{\theta}\left[m_\theta(t) - \langle m_\theta(t)\rangle\right] \equiv \frac{e}{\theta}\,\Delta m_\theta(t). \quad (5)$$

Вычисляемое в Фурье-спектрометрии преобразование $\int\limits_0^T i_\theta(t)\cos\Omega t dt$ $\left(T\text{ — полное время регистрации, } \Omega = \omega\frac{2v}{2}\right)$ дает спектр $S(\omega)$ с шумом $N(\omega)$, равным преобразованию от шума в интерферограмме $N(t)$

$$N(\omega) = \int\limits_0^T N(t)\cos\Omega t dt. \quad (6)$$

Запишем здесь также выражение для $S(\omega)$ в области $\omega \gg \delta\omega_0$, где $\delta\omega_0 = \pi c/2L$ — предел разрешения ($L = vT$ — полное перемещение подвижного зеркала интерферометра),

$$S(\omega) = \frac{kq}{2}\int\limits_0^{\infty} B(\omega')\,f_T(\Omega-\Omega')\,d\omega'. \quad (7)$$

Здесь $f_T(\Omega) = T\operatorname{sinc}\Omega T\left(\operatorname{sinc}x \equiv \frac{\sin x}{x}\right)$ — аппаратная функция, $\Omega' = \omega'\frac{2v}{c}$.

[1] Мы называем интерферограммой полную величину $\langle i(t)\rangle$, а не только член, пропорциональный $\psi_E(\tau)$, как это обычно принято [4], так как в присутствии шумов провести строгое разделение невозможно.

Как следует из (6), (5), дисперсия шума в вычисленном спектре определяется функцией корреляции $\psi_m(\theta,\ t_1,\ t_2) = \langle \Delta m_\theta(t_1)\, \Delta m_\theta(t_2)\rangle$ для числа фотоэлектронов $m_\theta(t)$

$$D(\omega) = \langle N^2(\omega)\rangle = \frac{e^2}{\theta^2} \int_0^T \int_0^T \psi_m(\theta,\ t_1,\ t_2) \cos \Omega t_1 \cos \Omega t_2 dt_1 dt_2. \tag{8}$$

Корреляционную функцию ψ_m найдем, используя двумерное распределение $P_{m_1 m_2}(\theta,\ t_1,\ t_2)$ — обобщение распределения (4) [9],

$$\psi_m(\theta,\ t_1,\ t_2) = \xi\theta \left\langle \Phi\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)\right\rangle \left(1 - \frac{|t_1 - t_2|}{\theta}\right)_+ + \xi^2\theta^2\psi_\Phi(\theta,\ t_1,\ t_2). \tag{9}$$

Здесь $x_+ = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$. Первое слагаемое в (9) пропорционально корреляционной функции фотонного шума в интерферограмме. Это отличная от нуля на отрезке $|t_2 - t_2| < \theta$ треугольная функция. Второе слагаемое пропорционально корреляционной функции усредненного за время θ нестационарного светового потока $\Phi(t)$. Найдем по отдельности вклад этих двух слагаемых в выражение (8) для дисперсии шума в вычисленном спектре.

Фотонный шум

Подставляя (9) (первое слагаемое), (1), (2) в интеграл (8) и учитывая, что для всех частот ω спектра выполняется неравенство $\theta \ll T\delta\omega_0/\omega$ (оно следует из требования, чтобы при усреднении со временем θ не искажались частоты Фурье), получаем для дисперсии фотонного шума в области положительных частот

$$D_{\text{фот.}} = \frac{kq^2}{2\xi} I_0 T \left\{1 + \operatorname{sinc} 2\Omega T + \frac{1}{I_0 T} \int_0^\infty B(\omega') \left[f_T(\Omega) + \frac{1}{2} f_T(\Omega' - 2\Omega)\right] d\omega'\right\}. \tag{10}$$

Не зависящая от частоты составляющая и пик шириной $\delta\omega_0/2$ на нулевой частоте (второе слагаемое) появились из-за шума в постоянном члене интерферограммы. Они не пропадают и для интерферометра с двумя выходами, где постоянные составляющие двух приемников вычитаются, так как фотонные шумы приемников независимы. Свертка спектра с аппаратными функциями в (10) появилась из-за шума в переменной составляющей интерферограммы.

Запишем выражение для $D_{\text{фот.}}$ в двух предельных случаях соотношения между шириной спектра $\Delta\omega$ и минимальным разрешаемым спектральным интервалом $\delta\omega_0$. Среднюю частоту в спектре обозначим $\bar\omega$; $\bar\omega\frac{2v}{c} = \bar\Omega$.

1. $\Delta\omega \ll \delta\omega_0$. $D_{\text{фот.}} = \frac{kq^2}{2\xi} I_0 T \left[1 + \operatorname{sinc} 2\Omega T + \operatorname{sinc} 2\bar\Omega T + \frac{1}{2}\operatorname{sinc}(2\Omega - \bar\Omega)\right]$.

Кроме постоянной составляющей, имеются пики с полушириной $\delta\omega_0/2$ на частотах $\omega = 0$, $\bar\omega/2$. Не зависящий от частоты третий член практически равен нулю, если $\bar\omega > \delta\omega_0$. Оценим отношение сигнала к шуму для линии на частоте ω_0 с интегральной интенсивностью I_0 в случае спектра, состоящего из L линий (все $\Delta\omega \ll \delta\omega_0$) на частотах ω_l с интенсивностями I_l. Обращаясь к (7), находим для $\omega_0 \neq 0$, $\omega_l/2$: $\frac{S}{N} = S(\omega_0)/\sqrt{D_{\text{фот.}}(\omega_0)} = \sqrt{\frac{k\xi}{2}} I_0 \sqrt{T} \Big/ \sqrt{\sum_{l=0}^{L-1} I_l}$. Если все $I_l = I_0$, то $S/N \sim \sqrt{T/L}$, что согласуется с оценкой, приведенной в работе [1].

2. $\Delta\omega \gg \delta\omega_0$. $D_{\text{фот.}} = \frac{kq^2}{2\xi} I_0 T \left\{1 + \operatorname{sinc} 2\Omega T + \frac{\delta\omega_0}{2I_0}[B(0) + B(2\omega)]\right.$. Если $\Delta\omega \ll \bar\omega$, то слагаемое, пропорциональное $B(2\omega)$, присутствует в области частот $\bar\omega/2$ и имеет порядок величины $1/M$, где $M = \Delta\omega/\delta\omega_0$ — число спектральных элементов.

Сравним наш результат с результатами работы [4], где оценивался фотонный шум при регистрации сплошного спектра. Так как определения величин $S(\omega)$ и $D(\omega)$ у нас и в [4] отличаются множителем, запишем отношение сигнала к среднеквадратичному уровню шума. Для $\omega \gg \delta\omega_0$ имеем

$$\frac{S(\omega)}{\sqrt{D_{\text{фот.}}(\omega)}} = B(\omega)\,\delta\omega_0 \sqrt{\frac{k\xi T}{2I_0 + [B(0) + B(2\omega)]\,\delta\omega_0}}. \tag{11}$$

Выражение (11) согласуется с выражением (14) из [4]. Заметим только, что в [4] неправильно определен размерный коэффициент, связанный с чувствительностью приемной системы. Это видно уже из соображений размерности.

Шум из-за колебаний интенсивности исследуемого излучения

Дисперсия шума в спектре из-за колебаний интенсивности источника D_I определяется корреляционной функцией потока на выходе интерферометра $\psi_\Phi(t_1, t_2)$, в которую входят четвертые моменты типа $\langle E(t_1) \times E(t_1+\tau_1)\, E(t_2)\, E(t_2+\tau_2)\rangle$. Их значения зависят в общем случае от статистики излучения (четырехмерной функции распределения). Мы рассматриваем два частных случая, когда задача решается до конца: А) $\Delta\omega \ll \delta\omega_0$ (узкая линия); Б) гауссово излучение с медленной амплитудной модуляцией (этот случай соответствует реальным нелазерным источникам, амплитудная модуляция обусловлена их нестабильностью).

Не приводя громоздкой общей формулы для D_I в случае Б, мы ограничиваемся пределом при $\Delta\omega \gg \delta\omega_0$ (в противоположном предельном случае она приводит к результату пункта А). В обоих случаях предполагаем, что $\Delta\omega \ll \bar{\omega}$. Тогда $E(t)$ можно представить в виде $E(t) = A(t)\cos \times [\bar{\omega}t + \varphi(t)]$, где $A(t)$, $\varphi(t)$ — медленно (по сравнению с $\bar{\omega}t$) меняющиеся амплитуда и фаза.

А. Узкая линия ($\Delta\omega \ll \delta\omega_0$).

В этом случае среднее время постоянства амплитуды $A(t)$ и фазы $\varphi(t)$ (время когерентности) много больше разности времен прохождения светом двух плеч интерферометра $\tau = 2L/c$, и усредненный по периоду световых колебаний поток на выходе интерферометра запишется в виде

$$\Phi(t) = kI(t)(1 + \cos\bar{\Omega}t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{12}$$

где $I(t) = \frac{1}{2}A^2(t)$ — зависящая от времени случайная интенсивность. Подставляя в (8) второе слагаемое из (9) с $\Phi(t)$ в виде (12) и предполагая, что спектр колебаний интенсивности мало меняется на интервале $\frac{2v}{c}\delta\omega_0 = \frac{\pi}{T}$ (что составляет $\sim 10^{-5}$ Гц для $T = 8$ ч), получаем для дисперсии шума $D_I = D_I^+ + D_I^-$, где

$$D_I^{\pm}(\omega) = (kq)^2 \pi T \left\{\frac{1}{2}G_{I\theta}(\Omega) + \frac{1}{4}G_{I\theta}(\Omega \pm \bar{\Omega}) + \frac{1}{2}\left[G_{I\theta}(0) + \frac{1}{2}G_{I\theta}(\bar{\Omega})\right]\operatorname{sinc} 2\Omega T + \right.$$
$$\left. + G_{I\theta}\left(\frac{\bar{\Omega}}{2}\right)\operatorname{sinc} 2\left(\Omega \pm \frac{\bar{\Omega}}{2}\right)T + \frac{1}{4}G_{I\theta}(0)\operatorname{sinc} 2(\Omega \pm \bar{\Omega})\,T\right\}, \tag{13}$$

$G_{I\theta}(\omega) = G_I(\omega)\operatorname{sinc}^2 \omega\frac{\theta}{2}$ — спектр усредненных за время θ колебаний интенсивности.

Видно, что шум на частоте ω определяется спектральной плотностью колебаний интенсивности на низких частотах $\frac{2v}{c}\omega$, $\frac{2v}{c}(\omega \pm \bar{\omega})$. Шум состоит из пиков шириной $\frac{\delta\omega_0}{2}$ на частотах $\omega=0,\ \pm\frac{\bar\omega}{2},\ \pm\bar\omega$ и крыльев шириной $\frac{c}{2v}\Delta\omega_I = 2T\delta\omega_0\Delta\nu_I$ (здесь $\Delta\omega_I = 2\pi\Delta\nu_I$ — ширина спектра колебаний интенсивности), сопровождающих пики на частотах $\omega=0$, $\pm\bar\omega$.[2] Взяв для оценки $T=8$ ч, $\delta\omega_0=10^{-2}$ см$^{-1}$, $\bar\omega=10^4$ см$^{-1}$, получаем, что $\frac{c}{2v}\Delta\omega_I > \bar\omega$ уже при $\Delta\nu_I > 17$ Гц. Обычно $\Delta\omega_I \gg \frac{2v}{c}\bar\omega$ [10], и тогда в исследуемую область спектра около $\bar\omega$ дают вклад все три крыла; все G_J в (13) можно считать приблизительно равными друг другу и значению $G_J(0)$. Величину $G_J(0)$ можно взять из непосредственных измерений спектра колебаний интенсивности источника [10] или оценить по известной степени стабилизации $\mu = \sqrt{\langle\Delta I^2\rangle/I_0}$: $G_I(0) = \frac{I_0^2}{2\pi}g_I(\nu=0) = \mu^2 I_0^2/4\pi\Delta\nu_I$ [$g_I(\nu)$ — нормированный спектр по оси частот ν]. В силу высказанных выше соображений о выборе времени усреднения θ справедливы неравенства $\Omega\,\theta/2 < \pi/2$, $|\Omega-\bar\Omega|\,\theta/2 < \pi/2$, и поэтому в (13) $\operatorname{sinc}\Omega\,\theta/2 \approx \operatorname{sinc}|\Omega-\bar\Omega|\,\theta/2 \approx 1$. Выбирая постоянную времени θ так, чтобы $2\bar\Omega\,\theta/2 \approx \pi$, можно незначительно [примерно на 15%] уменьшить шум $N(\omega)$]. Для оценок дисперсии шума при $\omega \neq 0,\ \bar\omega/2,\ \bar\omega$ годится формула

$$D_I = \frac{3}{4}(kq)^2 I_0^2 g_I(\nu=0)\,T = \frac{3}{8}(kq)^2 I_0^2\frac{\mu^2}{\Delta\nu_I}T. \qquad (14)$$

Б. Сплошной спектр ($\Delta\omega \gg \Delta\omega_0$), гауссово излучение

В случае $\Delta\omega > \delta\omega_0$ амплитуду и фазу в $E(t)$ нельзя считать постоянными для всех τ. Рассмотрим $E(t) = \alpha(t)\,E(t)$, где $E(t)$ — гауссов процесс, $\langle\alpha^2(t)\rangle = 1$ и ширина спектра модулирующей функции $\alpha(t)$ не превосходит $c/2L$ (для Фурье-спектрометра с $L=4$ м $c/2L=40$ МГц). В этом случае $\Phi(t) = \beta(t)\,F(t)$, где $\beta(t) = \alpha^2(t)$, $F(t) = \frac{k}{2}[E(t) + E(t+\tau)]^2$, и корреляционная функция потока $\Phi(t)$ запишется в виде

$$\psi_\Phi(t_1, t_2) = \psi_F(t_1, t_2)\,[1 + \psi_\beta(t_1, t_2)] + \langle F(t_1)\rangle\langle F(t_2)\rangle\,\psi_\beta(t_1, t_2). \qquad (15)$$

Здесь функции корреляции ψ относятся к величинам, указанным нижними индексами.

Оценим сначала, какой вклад D_I^γ в дисперсию шума в спектре дают колебания мгновенной интенсивности гауссова света [первое слагаемое в (15)]. Найти D_I^γ можно, переходя к аналитическому сигналу [8], выразив четвертые моменты гауссовой случайной функции через произведения вторых моментов [8] и использовав спектральное представление функций корреляции. При $\Delta\omega \gg \delta\omega_0$ в области $\omega > \delta\omega_0$ получим $D_I^\gamma(\omega) = (kq)^2\pi T\left[G_{I\theta}^\gamma(\Omega) + \frac{1}{4}G_{I\theta}^\gamma(\Omega-\bar\Omega) + \frac{1}{4}G_{I\theta}^\gamma(\Omega+\bar\Omega)\right]$. Спектр колебаний интенсивности гауссова света $G_I^\gamma(\omega)$ полностью определяется спектром самого процесса $B(\omega)$: $G_I^\gamma(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} B(\omega')\,B(\omega'-\omega)\,d\omega'$. Поэтому его ширина равна $2\Delta\omega$, $\langle\Delta I^2\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} G_I^\gamma(\omega)\,d\omega = I_0^2$, справедлива оценка для нормированной величины $g_I^\gamma(\omega) = G_I^\gamma(\omega)/I_0^2$: $g_I^\gamma(0) = 1/2\Delta\omega$. Как и в случае монохроматической линии, шум в спектре состоит в основном из трех

---

[2] Центральный пик и крыло около него отсутствуют в Фурье-спектрометре с модуляцией разностью хода [6] при условии, что спектральная плотность колебаний интенсивности источника мала на частоте модуляции.

крыльев сравнимой величины (в выражении для D_I^γ опущены члены порядка $1/M$ по сравнению с первым). Крыло, центрированное на $\omega=0$, обусловлено постоянной составляющей интерферограммы. Оно не пропадает при модуляции разностью хода, так как спектральная плотность колебаний интенсивности гауссова света практически постоянна до очень высоких частот ($\sim 10^{10}$ Гц при $\Delta\omega \sim 0.1$ см$^{-1}$).

Оценим отношение сигнала к шуму из-за колебаний интенсивности гауссова света

$$\frac{S}{N}=\frac{S(\omega)}{\sqrt{D_I^\gamma(\omega)}}=\frac{1}{\sqrt{6\pi}}\frac{B(\omega)\,\delta\omega_0\sqrt{T}}{\sqrt{\int\limits_0^\infty B^2(\omega)\,d\omega}}=0.6\,\frac{B(\omega)}{B_{\text{ср.}}}\sqrt{c\delta\sigma_0 T}\left(\delta\sigma_0=\frac{\delta\omega_0}{2\pi c}\right). \qquad (16)$$

Это отношение практически очень велико для $B \sim B_{\text{ср.}}$ (взяв $\delta\sigma_0 = 10^{-2}$ см$^{-1}$, $T=8$ час, получим $S/N \sim 2\cdot 10^6$). Формула (16) определяет предельно малые по сравнению со средней яркости $B_{\min}$, которые могут быть зарегистрированы при идеально стабилизированном нелазерном источнике. Взяв $S/N=1$, $\delta\sigma_0=10^{-2}$ см$^{-1}$, $T=8$ ч, получаем оценку $B_{\min} = 5\cdot 10^{-7}\, B_{\text{ср.}}$.

Вклад вторых слагаемых в (15) в дисперсию шума в вычисленном спектре еще меньше, чем вклад чисто гауссовых членов, так как $|\psi_\beta| \leqslant 1$.

Приведем выражение для дисперсии шума из-за нестабильности источника D_I^β [вклад последних слагаемых в (15)] при $\Delta\omega \gg \delta\omega_0$ в двух случаях соотношения между шириной $\Delta\omega_\beta$ спектра модуляции интенсивности $g_I^\beta(\omega)$ и величиной $\frac{2v}{c}\Delta\omega = \pi\frac{M}{T}$: 1) $\Delta\omega_\beta \ll \frac{2v}{c}\Delta\omega$, 2) $\Delta\omega_\beta \gg \frac{2v}{c}\Delta\omega$ ($\frac{2v}{c}\Delta\omega$ составляет ~ 1 Гц для $M=6\cdot 10^4$, $T=8$ ч).

1. $\Delta\omega \gg \frac{c}{2v}\Delta\omega_\beta,\ \delta\omega_0$. Предположим, что спектр модуляции интенсивности отличен от нуля около частот $\pm\omega_ш$. В этом случае

$$D_I^\beta(\omega)=(kq)^2\pi T\left\{I_0^2 g_{I0}^\beta(\Omega)+\frac{1}{8}\langle\Delta\beta^2\rangle(\delta\omega_0)^2 T\,\mathrm{sinc}^2\,\omega_ш\frac{\theta}{2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[B\left(\omega+\frac{c}{2v}\omega_ш\right)+B\left(\omega-\frac{c}{2v}\omega_ш\right)+B\left(-\omega+\frac{c}{2v}\omega_ш\right)+B\left(-\omega-\frac{c}{2v}\omega_ш\right)\right]^2\right\}. \qquad (17)$$

Первое слагаемое — пики шума на частотах $\omega=\pm\frac{c}{2v}\omega_м$ шириной $\frac{c}{2v}\Delta\omega_\beta$ — обусловлено колебаниями постоянной составляющей интерферограммы. Оно записано при дополнительном предположении $\Delta\omega_\beta \gg \frac{2v}{c}\delta\omega_0$ (в общем случае — свертка спектра модуляции интенсивности с аппаратными функциями). Если $\frac{c}{2v}\omega_ш \sim \bar{\omega}$, то первое слагаемое дает основной вклад в шум в исследуемой области спектра около $\bar{\omega}$. Следующие слагаемые обусловлены колебаниями переменного члена интерферограммы. Они описывают паразитные спектры-спутники с центрами на частотах $\bar{\omega} \pm \frac{c}{2v}\omega_ш$ и $-\bar{\omega} \pm \frac{c}{2v}\omega_ш$. Высота спутников $\sim \sqrt{\langle\Delta\beta^2\rangle}\,\mathrm{sinc}\,\omega_ш\frac{\theta}{2}$ от высоты истинного спектра (подчеркнем, что соотношение высот не зависит от T). Если $\frac{c}{2v}\omega_ш > \bar{\omega}$, то спутники в области $\omega > 0$ имеют зеркальную симметрию по отношению к истинному спектру.

2. $\delta\omega_0 \ll \Delta\omega \ll \frac{c}{2v}\Delta\omega_\beta$. Нестабильность источника приводит к следующей дисперсии шума в вычисленном спектре:

$$D_I^\beta(\omega) = (kq)^2 \pi T \left\{ I_0^2 \left[g_{I\theta}^\beta(\Omega) + g_{I\theta}^\beta(0) \operatorname{sinc} 2\Omega T \right] + \frac{\delta\omega_0}{8} \int_0^\infty B^2(\omega')\, d\omega' \times \right.$$

$$\times \left[g_{I\theta}^\beta(\Omega + \bar{\Omega}) + g_{I\theta}^\beta(\Omega - \bar{\Omega}) \right] + \frac{\delta\omega_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega')\, B(\omega' - 2\omega)\, d\omega' g_{I\theta}^\beta(\Omega) +$$

$$\left. + \frac{\delta\omega_0}{8} \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega - \omega')\, B(\omega + \omega')\, d\omega' g_{I\theta}^\beta(0) + \frac{I_0 B(2\omega)}{2} g_{I\theta}^\beta(\Omega) \right\}. \quad (18)$$

D_I^β состоит из пика шириной $\delta\omega_0/2$ на нулевой частоте и сопровождающего этот пик крыла шириной $\frac{c}{2v}\Delta\omega_\beta$ и высотой, пропорциональной спектральной плотности колебаний интенсивности из-за модуляции $I_0^2 g_I^\beta(\Omega)$. Эти пик и крыло с центром на нулевой частоте обусловлены колебаниями постоянной составляющей интерферограммы [первые два слагаемых в (18)]. Следующее слагаемое в (18) — крылья шума шириной $\frac{c}{2v}\Delta\omega_\beta$, центрированные на $\pm\bar{\omega}$, по порядку величины в $1/8M$ раз более низкие, чем центральное крыло. Последние три слагаемых в (18) также имеют порядок величины $1/M$ по сравнению с первым слагаемым и описывают дополнительный шум в областях спектра шириной $\Delta\omega$ вокруг $\omega=0$, $\bar{\omega}$, $\bar{\omega}/2$ соответственно.

Если $\frac{c}{2v}\Delta\omega_\beta > 2\bar{\omega}$, что обычно выполняется (соответствующие оценки приводились выше), то можно пользоваться следующей формулой для оценки дисперсии шума из-за колебаний интенсивности в исследуемой области около $\bar{\omega}$:

$$D_I = \frac{1}{2}(kq)^2 T I_0^2 \left[\frac{\mu^2}{2\Delta\nu_I}\left(1 + \frac{1}{2M}\right) + \frac{1}{c\Delta\sigma} \right] \left(\Delta\sigma = \frac{\Delta\omega}{2\pi c} \right). \quad (19)$$

Нестабильность источника (первые два слагаемых), как правило, дает гораздо больший вклад в D_I, чем колебания интенсивности гауссова света (в 10^4 раз для источника с $\Delta\sigma = 10$ см$^{-1}$, стабилизированного с точностью $\mu = 1\%$ в полосе $\Delta\nu_I = 1$ кГц). Однако если удается устранить шум из-за нестабильности в постоянной составляющей интерферограммы методом модуляции разности хода, то для хорошо стабилизированного источника при высоком разрешении может доминировать гауссов шум (для $\mu = 1\%$, $\Delta\nu_I = 1$ кГц, так будет при $\delta\sigma_0 < 10^{-3}$ см$^{-1}$).

Сравнительная величина фотонного шума и шума из-за колебаний интенсивности

Из (10), (14) имеем оценку $\frac{D_I}{D_{\text{фот.}}} \sim kI_0\xi\frac{\mu^2}{\Delta_I}$. Справедливо $\xi = q_{\text{кат.}}/e$, где $q_{\text{кат.}}$ [А·Вт$^{-1}$] — чувствительность фотокатода, e — заряд электрона. Беря значения $q_{\text{кат.}} = 5\cdot10^{-2}$ А·Вт$^{-1}$ [11], $\mu = 1\%$, $\Delta\nu_I = 100$ Гц, получаем, что шум из-за колебаний интенсивности преобладает над фотонным, когда на фотокатод падает поток выше 10^{-12} Вт. Таким образом, даже работая с хорошо стабилизированным источником при потоках, далеких от предельных для ФЭУ ($10^{-8} \div 10^{-10}$ Вт [11]), в Фурье-спектроскопии следует учитывать шум из-за колебаний интенсивности.

Литература

[1] S. Gerstenkorn, P. Luc. Nouv. Rev. Opt., *7*, 149, 1976.
[2] Ж. Конн. В сб.: Инфракрасная спектроскопия высокого разрешения, 201. «Мир», М., 1972.
[3] П. Ф. Паршин. Опт. и спектр., *16*, 507, 1964.

[4] В. И. Цой, Т. Н. Соколова. Опт. и спектр., *36*, 418, 1974.
[5] A. S. Filler. J. Opt. Soc. Am., *63*, 589, 1973.
[6] J. Pinard. Ann. Phys., *4*, 147, 1969 (перевод в сб.: Инфракрасная спектроскопия высокого разрешения, 57. «Мир», М., 1972.
[7] T. Hirschfeld. Appl. Spectrosc., *30*, 234, 1976.
[8] С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику, ч. 1. «Наука», М., 1976.
[9] Е. Джейкман. В кн.: Спектроскопия оптического смещения и корреляция фотонов, 71. «Мир», М., 1978.
[10] В. М. Геликонов, Ю. И. Зайцев. Квант. электрон., *4*, 2367, 1977.
[11] И. И. Анисимова, Б. М. Глуховской. Фотоэлектронные умножители. «Сов. радио», М., 1974.

Поступило в Редакцию 11 июня 1979 г.