11 СТОРОННИЕ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩИЕ СИЛЫ. ЗАКОН ДЖОУЛЯ - ЛЕНЦА

Рассмотрим металлический образец произвольной формы, помещенный во внешнее электростатическое поле. Под действием поля электроны проводимости приходят в движение и перераспределяются по объёму проводника (см. раздел 4). Такое упорядоченное движение заряженных частиц наблюдается в металле только в течение очень короткого промежутка времени после включения внешнего электрического поля. Затем устанавливается равновесное распределение зарядов в пространстве, и электрический ток прекращается. Для поддержания постоянного электрического тока необходимо все время нарушать равновесное расположение зарядов и перемещать заряженные частицы в пространстве противоположно действию электростатических сил. Такая транспортировка заряженных частиц возможна только под действием некоторых сил, сторонних по отношению к электростатическому полю.

Под ***сторонней силой*** понимают силу не электростатического происхождения, которая отделяет положительно заряжённые частицы от отрицательно заряжённых. Любое устройство, в котором возникают сторонние силы, называется ***источником тока***. Источниками тока, например, являются гальванические элементы, аккумуляторы, термоэлементы. В результате действия сторонних сил положительные и отрицательные заряды концентрируются в различных частях источника тока, или, как говорят, на полюсах источника тока. Так как разноименные заряды притягиваются друг к другу, то их разделение и взаимное удаление возможно только под действием сил, которые ***не имеют электростатическую природу***. Поэтому сторонние силы могут быть, например, механическими, химическими, электромагнитными. Эти силы могут быть обусловлены, в частности, трением, химическими процессами, диффузией носителей тока в неоднородной среде либо через границу двух различных веществ, электрическими полями, создаваемыми переменными магнитными полями и т.д.

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над перемещаемыми зарядами. Величина, численно равная ***работе сторонних сил,*** совершаемой при перемещении единичного положительного заряда, называется ***электродвижущей силой (э.д.с.)*** ε, действующей в цепи или на её участке:

$$\varepsilon = \frac{A}{q}. \qquad (11.1)$$

В соответствии с (11.1), ***э.д.с. измеряется в вольтах***.

Поскольку сторонние силы действуют только внутри источника тока и не действуют на участках цепи, внешних по отношению к источнику, то можно сделать вывод, что ***э.д.с. источника численно равна работе, совершаемой***

сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда между полюсами внутри источника тока:

$$\varepsilon = \int_1^2 \vec{E}_{стор.} d\vec{l}\ , \tag{11.2}$$

где точка 1 находится на отрицательном полюсе, а точка 2 – на положительном полюсе источника тока;

$\vec{E}_{стор.}$ - ***напряжённость поля сторонних сил***, то есть отношение сторонней силы $\vec{F}_{стор.}$, действующей на частицу, к величине её заряда q:

$$\vec{E}_{стор.} = \frac{\vec{F}_{стор.}}{q}\ . \tag{11.3}$$

Формулу (11.2) можно обобщить на случай замкнутой цепи (например, если цепь содержит несколько источников тока):

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{стор.} d\vec{l}\ . \tag{11.4}$$

Согласно (11.4), э.д.с. численно равна работе сторонних сил, совершаемой при перемещении единичного положительного заряда по замкнутой цепи.

Помимо сторонних сил, на заряд действуют силы электростатического поля, имеющего напряжённость $\vec{E}$. Следовательно, результирующая сила $\vec{F}$, действующая на заряд q в любой точке цепи, может быть записана в виде

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{E}_{стор.})\ . \tag{11.5}$$

Участок цепи, содержащий источник тока, называется ***неоднородным*** (рисунок 15).

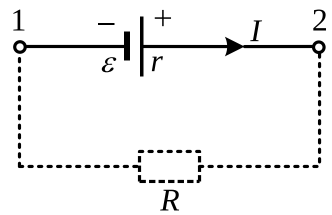

Рисунок 15 - Неоднородный участок цепи, содержащий источник тока

Работа, совершаемая суммарной силой $\vec{F}$ над зарядом q на участке цепи $1-2$, с учётом соотношений (3.7) и (11.2), равна

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon, \qquad (11.6)$$

где φ_1 и φ_2 - значения скалярного потенциала электростатического поля на границах участка.

Величина, численно равная суммарной работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется ***падением напряжения*** или просто ***напряжением*** U на данном участке цепи.

Используя (11.6), получаем, что напряжение на неоднородном участке цепи определяется выражением

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \qquad (11.7)$$

Таким образом, для неоднородного участка цепи ***электрическое напряжение не равно разности потенциалов.*** Это результат действия на данном участке цепи сторонней силы, которая имеет не электростатическую природу.

Опыт показывает, что закон Ома (10.10) выполняется также для неоднородного участка цепи, содержащего источник тока, если использовать обобщённое понятие напряжения (11.7). При этом сам источник тока представляет для тока определённое сопротивление, которое принято называть ***внутренним сопротивлением источника***. Поэтому ***закон Ома для неоднородного участка цепи*** имеет следующий вид

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{r}, \qquad (11.8)$$

где I - сила тока;

r - внутреннее сопротивление источника тока.

При использовании соотношения (11.8) подразумевается следующее правило выбора знаков: ток считается положительным, если он направлен от точки 1 к точке 2; э.д.с. берётся со знаком «плюс», если, двигаясь от точки 1 к точке 2, мы проходим источник тока от отрицательного полюса к положительному.

Если неоднородный участок цепи $1-2$ будет дополнительно содержать некоторый резистор R_1, то необходимо учесть полное сопротивление участка, то есть в знаменатель соотношения (11.8) следует добавить слагаемое R_1.

Применяя соотношение (11.8) ко всей цепи, показанной на рис. 15, и полагая $\varphi_1 = \varphi_2$, получаем ***закон Ома для замкнутой цепи:***

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (11.9)$$

где R - сопротивление цепи, внешней по отношению к источнику тока.

Используя закон Ома для замкнутой цепи (11.9), можно вычислить напряжение на полюсах источника тока

$$U = \varepsilon - Ir. \tag{11.10}$$

Согласно соотношению (11.10), при постоянной э.д.с. напряжение на полюсах источника тока тем выше, чем меньше его внутреннее сопротивление.

Рассматривая часть цепи, изображённую на рис.15 штриховой линией, получаем, что выполняется неравенство $\varphi_2 > \varphi_1$. Это означает, что на неоднородном участке цепи ток проходит от точки с меньшим потенциалом к точке с большим потенциалом. Такое направление тока объясняется тем, что свободные носители заряда движутся под действием сторонних, то есть не электростатических сил.

В предельном случае, когда цепь, показанная на рис.15, разомкнута, $R \to \infty$. Тогда из формулы (11.9) следует, что $I \to 0$, и из соотношения (11.8) получаем $\varepsilon = \varphi_2 - \varphi_1$. Значит, ***электродвижущую силу источника можно определить как разность потенциалов между полюсами источника тока в разомкнутой цепи.***

Во многих практически важных случаях приходится рассматривать сложные электрические цепи, содержащие несколько источников тока, точки разветвления цепи и несколько замкнутых контуров. Для расчета таких разветвлённых цепей используются ***правила Кирхгофа***, на основании которых составляется система уравнений. В результате решения этой системы уравнений можно найти силы тока для разветвлённой цепи любой сложности.

Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма токов в любой точке разветвления цепи (узле) равна нулю, суммирование производится по всем токам для данного узла цепи, причем входящие в узел токи берутся с одним знаком, а выходящие - с противоположным:

$$\sum_k (\pm) I_k = 0, \tag{11.11}$$

где I_k - некоторый входящий или выходящий ток для данного узла цепи.

Например, для узла C в схеме, показанной на рисунке 16, это правило имеет вид:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \tag{11.12}$$

Данное правило Кирхгофа является условием стационарности токов. В противном случае потенциал рассматриваемого узла изменялся бы с течением времени, и это привело бы к изменению токов в цепи.

Второе правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на сопротивления этих участков равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в этом контуре:

$$\sum_k (\pm) I_k R_k = \sum_m (\pm) \varepsilon_m \,. \qquad (11.13)$$

Здесь I_k и R_k - сила тока и сопротивление для некоторого участка замкнутой цепи, ε_m - значение э.д.с. в этой же цепи.

Второе правило Кирхгофа является следствием закона Ома для замкнутой цепи. Направление обхода замкнутого контура и направление токов на всех участках цепи выбирают произвольным образом. Сила тока записывается со знаком "+", если его направление совпадает с направлением обхода замкнутого контура, и со знаком "-" в противоположном случае. Значение э.д.с. записывается со знаком "+", если при обходе замкнутого контура движение внутри источника осуществляется от его отрицательного полюса к положительному, то есть совпадает по направлению с внутренним током источника.

Для нахождения всех неизвестных токов необходимо решить систему независимых уравнений, в которой число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов. В результате решения системы уравнений могут быть получены отрицательные значения силы тока. Это означает, что на рассматриваемом участке цепи реальный ток проходит в противоположном направлении относительно выбранного направления.

Например, в цепи, показанной на рисунке 16, можно выделить три замкнутых контура, для которых второе правило Кирхгофа имеет вид

$$\begin{aligned} &\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_1 r_1 - I_2 r_2, \\ &\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_1 r_1, \\ &\varepsilon_2 = I_3 R_3 + I_2 r_2. \end{aligned} \qquad (11.14)$$

Здесь первое уравнение записано для контура $ABCD$, второе уравнение – для контура $ABEF$, третье уравнение – для контура $DCEF$. Данная система уравнений является линейно зависимой. Поэтому для вычисления неизвестных токов I_1, I_2, I_3 необходимо использовать любые два из этих трёх уравнений совместно с первым правилом Кирхгофа (11.12).

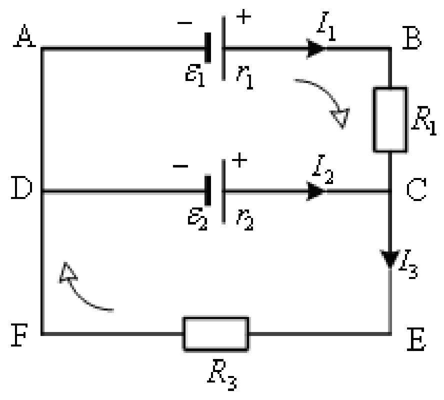

Рисунок 16 - Пример разветвлённой цепи постоянного тока

С помощью правил Кирхгофа можно рассчитать, например, э.д.с. и внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи. Допустим, батарея состоит из нескольких источников постоянного напряжения, количество источников равно N, э.д.с. каждого источника равна ε, внутреннее сопротивление равно r, и источники соединены последовательно. Тогда общую э.д.с. и общее внутреннее сопротивление батареи можно вычислить следующим образом: $\varepsilon_{общ} = N\varepsilon,\ r_{общ} = Nr$. Если источники соединены в батарее параллельно, то $\varepsilon_{общ} = \varepsilon,\ r_{общ} = r / N$.

При прохождении электрического тока в цепи выделяется тепло. Этот процесс можно характеризовать с помощью понятия о ***тепловой мощности тока***

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \tag{11.15}$$

где ΔQ - количество теплоты, выделяющееся на участке цепи за промежуток времени Δt.

Тепловое действие тока можно описать на основании ***закона Джоуля - Ленца***: тепловая мощность тока равна произведению силы тока I на электрическое напряжение U на этом участке:

$$P = IU. \tag{11.16}$$

Используя закон Ома для участка цепи (10.10), выражение для тепловой мощности тока (11.16) можно представить в другой форме:

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \tag{11.17}$$

Для переменного тока тепловая мощность зависит от времени. Если ток изменяется сравнительно медленно, его называют квазистационарным.

Условие квазистационарности будет сформулировано в разделе 30. В этом случае количество выделяющейся теплоты можно вычислить следующим образом:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt, \tag{11.18}$$

где t_1 и t_2 - начальный и конечный моменты времени.

Для постоянного тока тепловая мощность не зависит от времени, и интеграл в выражении (11.18) следует заменить произведением мощности на длительность рассматриваемого промежутка времени.

Закон Джоуля – Ленца можно сформулировать также ***в дифференциальной форме.*** Для этого необходимо ввести в рассмотрение ***объёмную плотность тепловой мощности тока***, то есть количество теплоты, выделяемой в единицу времени в единичном объеме проводника

$$P_V = \frac{\Delta P}{\Delta V}, \tag{11.19}$$

где ΔP - тепловая мощность, развиваемая током в физически малом объёме проводника ΔV.

Используя соотношение (11.16) и (11.19), получаем локальную формулировку закона Джоуля – Ленца:

$$P_V = jE. \tag{11.20}$$

Учитывая закон Ома (10.11), закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме можно записать также следующим образом

$$P_V = \sigma E^2 = \frac{j^2}{\sigma}. \tag{11.21}$$

Для выяснения физического смысла формулы (11.20) введём в рассмотрение объёмную плотность силы, действующей со стороны электрического поля на свободные заряды

$$\vec{f}_V = qN\vec{E} = \rho\vec{E}, \tag{11.22}$$

где q - заряд свободной частицы;

N - концентрация свободных частиц;

$\rho = qN$ - объемная плотность электрического заряда свободных частиц.

Используя соотношения (10.2) и (11.22), формулу (11.20) можно записать в виде

$$P_V = f_V \langle v \rangle , \tag{11.23}$$

где $\langle v \rangle$ - средняя скорость упорядоченного движения заряженных частиц.

Согласно закону Джоуля - Ленца в дифференциальной форме (11.23), теплота, выделяющаяся в любом физически малом объеме проводника, равна работе электрического поля, совершаемой при направленном перемещении носителей тока в этом объёме.

Из закона сохранения энергии и соотношения (11.1) следует, что количество теплоты, выделяющееся в замкнутой цепи при прохождении заряда Δq, равно

$$\Delta Q = \varepsilon \Delta q . \tag{11.24}$$

Тогда для полной цепи, содержащей источник тока, тепловая мощность тока равна

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = I\varepsilon . \tag{11.25}$$

Используя формулу (11.9), получаем, что эта мощность складывается из двух составляющих: мощности, развиваемой током на участках цепи, внешних по отношению к источнику тока, и мощности, развиваемой током на самом источнике, то есть

$$P = I^2 R + I^2 r . \tag{11.26}$$

Выделение тепла при прохождении тока в замкнутой цепи свидетельствует, что э.д.с. не может иметь электростатическую природу в связи с потенциальностью электростатического поля. При перемещении зарядов по замкнутому контуру электростатическое поле не совершает работу; в то же время при прохождении тока в реальной цепи выделяется тепло за счет э.д.с.

В случае рассмотрения ***неоднородного участка цепи***, содержащего источник тока (см. рис.15), необходимо ***различать тепловую мощность тока и мощность электростатических сил.***

Мощность, развиваемая электростатическим полем на неоднородном участке цепи, в соответствии с формулами (3.7) и (10.3), равна

$$P_{эл}(r) = I(\varphi_1 - \varphi_2) , \tag{11.27}$$

где r - внутреннее сопротивление источника тока.

Как было показано выше, выполняется неравенство $\varphi_1 - \varphi_2 < 0$, поэтому мощность электростатических сил (11.27) на неоднородном участке цепи является отрицательной величиной: $P_{эл}(r) < 0$. Этот факт объясняется тем обстоятельством, что носители тока движутся внутри источника противоположно электростатическим силам благодаря действию сторонних сил.

Используя закон Ома для неоднородного участка цепи (11.8), получаем

$$P_{эл}(r) = I^2 r - I\varepsilon. \qquad (11.28)$$

Здесь положительное слагаемое в правой части описывает тепловую мощность тока, отрицательное слагаемое характеризует мощность, развиваемую электростатическими силами при их противодействии сторонним силам.

Постоянный ток может существовать только в замкнутой цепи. Поэтому, применяя закон Ома для полной цепи (11.9), соотношение (11.28) можно записать в виде

$$P_{эл}(r) = -I^2 R, \qquad (11.29)$$

где R - сопротивление участка цепи, внешнего по отношению к источнику тока.

Внешний участок цепи является однородным, для него разность потенциалов равна напряжению. Поэтому мощность, развиваемая электростатическим полем на внешнем участке цепи, равна

$$P_{эл}(R) = I^2 R. \qquad (11.30)$$

Из формул (11.29) и (11.30) следует, что

$$P_{эл}(r) + P_{эл}(R) = 0. \qquad (11.31)$$

Мы пришли к уже известному нам заключению, что мощность, развиваемая электростатическим полем во всей замкнутой цепи, равна нулю. Такой вывод можно сделать также из потенциальности электростатического поля, которое не совершает работы при перемещении заряда по любому замкнутому контуру.

Сторонние силы действуют только внутри источника тока, поэтому на основании формул (11.25) и (11.31) можно записать

$$P_{ст} = P_{ст}(r) = I\varepsilon, \qquad (11.32)$$

где $P_{ст}$ - полная мощность, развиваемая сторонними силами во всей цепи;

$P_{ст}(r)$ - мощность, развиваемая сторонними силами внутри источника тока.

Согласно формуле (11.32), работа, совершаемая сторонними силами при перемещении носителей заряда внутри источника тока, равна количеству теплоты, выделяемой при прохождении тока во всей цепи. Это соответствует закону сохранения энергии.