9 ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Рассмотрим точечную частицу с электрическим зарядом q, которая находится во внешнем электростатическом поле, потенциал которого в точке нахождения частицы равен φ. При этом потенциал поля на бесконечном удалении от рассматриваемой точки равен нулю, то есть выполняется условие нормировки потенциала (3.6). ***Потенциальная энергия*** такой заряженной частицы в электростатическом поле может быть вычислена с помощью формулы (3.7) и имеет вид

$$W = q\varphi \, . \tag{9.1}$$

Эта энергия равна работе, совершаемой полем при удалении частицы на бесконечность, где потенциал поля равен нулю.

Если рассмотреть систему точечных частиц с зарядами q_i, то можно применить к каждому заряду формулу (9.1), а потенциал поля в точке расположения этого заряда записать в виде (3.11). В результате суммирования по всем зарядам получим, что ***энергия взаимодействия заряженных частиц*** в системе равна

$$W = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\sum_{i\neq j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}, \tag{9.2}$$

где r_{ij} - расстояние между частицами с зарядами q_i и q_j, суммирование производится по всем частицам.

Соотношение (9.2) можно представить также следующим образом:

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i \, , \tag{9.3}$$

где φ_i - потенциал, создаваемый в точке нахождения заряда q_i остальными зарядами.

Формулу (9.3) не следует путать с выражением для ***энергии системы электрических зарядов во внешнем электрическом поле***

$$W = \sum_i q_i\varphi_i^{(внуш.)}, \tag{9.4}$$

где $\varphi_i^{(внеш.)}$ - потенциал ***внешнего*** поля в точке нахождения заряда q_i.

Как мы видим, выражения (9.3) и (9.4) отличаются коэффициентом ½.

При непрерывном распределении заряда в пространстве с объемной плотностью ρ выражение (9.3) для энергии взаимодействия зарядов можно преобразовать и получить полную энергию взаимодействия зарядов:

$$W=\frac{1}{2}\int\limits_{(V)}\varphi\rho dV, \tag{9.5}$$

где φ и ρ - потенциал и плотность заряда внутри физически малого объема dV, интегрирование производится по всей области (V), в которой распределен электрический заряд.

Энергия непрерывно распределенного заряда во внешнем электрическом поле определяется выражением

$$W=\int\limits_{(V)}\varphi^{(внеш.)}\rho dV, \tag{9.6}$$

где $\varphi^{(внеш.)}$ - потенциал ***внешнего*** электрического поля.

Соотношения (9.5) и (9.6) также отличаются коэффициентом ½.

С помощью формул (3.5), (5.23) и теоремы Остроградского–Гаусса (2.7) выражение (9.5) можно представить в виде

$$W=\frac{1}{2}\int\limits_{(V)}\vec{E}\vec{D}dV, \tag{9.7}$$

где интегрирование производится по всей области (V), в которой существует электрическое поле.

Выражения (9.5) и (9.7) дают одинаковые численные значения для энергии взаимодействия зарядов W, но физическое содержание этих формул различно. Согласно (9.5), энергия взаимодействия является локализованной на зарядах, которые рассматриваются как носители энергии, и $dW\neq 0$ только в тех областях (dV), где $\rho\neq 0$. В соответствии с (9.7) носителем энергии является электрическое поле, и мы можем ввести в рассмотрение ***объемную плотность энергии электрического поля***

$$w=\frac{dW}{dV}, \tag{9.8}$$

где dV - некоторый физически малый объем пространства;

dW - энергия электростатического поля в этом объеме.

Из соотношения (9.8) следует, что объемная плотность энергии поля измеряется в единицах $Дж/м^3$.

Согласно (9.7) и (9.8), энергия распределена по всему пространству, где есть электрическое поле, с объемной плотностью

$$w=\frac{1}{2}\vec{E}\vec{D}. \tag{9.9}$$

Поскольку индукция $\vec{D}$ и напряженность $\vec{E}$ электрического поля связаны соотношением (5.17), формулу (9.9) можно преобразовать следующим образом:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 . \qquad (9.10)$$

Так как для диэлектриков, помещенных в электростатические поля, выполняются неравенства (5.7) и (5.19), то относительная диэлектрическая проницаемость принимает только положительные значения. Следовательно, объемная плотность энергии электростатического поля (9.10) всегда является положительной величиной.

Таким образом, возможны ***два равноправных варианта рассмотрения энергии в электростатике:*** энергия принадлежит заряженным частицам либо электрическому полю. В обоих случаях численное значение энергии одинаково. Такой двойственный подход к рассмотрению энергии обусловлен тем обстоятельством, что понятия электрического заряда и электрического поля неразрывно связаны друг с другом. Поле создается заряженными частицами и проявляет себя действием на другие заряженные частицы.

Если электрические заряды распределены не только по объему, но и по некоторой поверхности (S), то полная энергия взаимодействия зарядов равна

$$W = \frac{1}{2}\int\limits_{(V)} \varphi\rho dV + \frac{1}{2}\int\limits_{(S)} \varphi\sigma dS , \qquad (9.11)$$

где σ - поверхностная плотность электрического заряда (2.12).

Для заряженных проводников в электрическом поле необходимо учесть два следующих обстоятельства: а) заряды могут скапливаться только на поверхности проводника, при этом $\rho = 0$; б) внутри проводника электрическое поле отсутствует, следовательно, для всех точек проводника $\varphi = const$. Таким образом, из формулы (9.11) можно получить выражение для ***энергии заряжённого проводника***

$$W = \frac{1}{2}\varphi \int\limits_{(S)} \sigma dS = \frac{1}{2}\varphi q , \qquad (9.12)$$

где φ - потенциал проводника;

q - заряд проводника.

Тогда формула для ***энергии системы заряженных проводников*** принимает вид

$$W = \frac{1}{2}\sum_i \varphi_i q_i\ , \qquad (9.13)$$

где φ_i - потенциал i-го проводника;

q_i - его заряд, суммирование производится по всем проводникам.

Энергия конденсатора соответственно равна

$$W = \frac{1}{2}qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}\ , \qquad (9.14)$$

где q - заряд на положительной обкладке конденсатора;

U - напряжение на конденсаторе;

C - емкость конденсатора.

Используя соотношения (3.8), и (6.5), энергию конденсатора (9.14) можно представить в виде

$$W = \frac{1}{2}DEV\ , \qquad (9.15)$$

где $V = Sd$ - объём конденсатора;

S - площадь обкладки;

d - расстояние между обкладками конденсатора.

Согласно (9.15), энергию конденсатора можно считать распределенной по объёму конденсатора с объёмной плотностью (9.9).

Энергия диполя, помещенного в электрическое поле, складывается из энергий его зарядов в этом поле и определяется выражением

$$W = -\vec{p}\vec{E}\ , \qquad (9.16)$$

где $\vec{p}$ - вектор электрического дипольного момента (5.1).

Из формулы (9.16) следует, что энергия диполя во внешнем электрическом поле может принимать как положительные, так и отрицательные значения, в зависимости от взаимной ориентации векторов $\vec{p}$ и $\vec{E}$. Если записать скалярное произведение векторов в (9.16) в явном виде, получим соотношение

$$W = -pE\cos\alpha\ , \qquad (9.17)$$

где α - угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{E}$.

Минимум энергии диполя во внешнем электрическом поле достигается при ориентации дипольного момента $\vec{p}$ параллельно напряженности $\vec{E}$, то есть в случае $\alpha = 0$. При этом момент сил (5.5), действующий на диполь, обращается в нуль, и диполь находится в ***состоянии устойчивого***

равновесия. Если векторы $\vec{p}$ и $\vec{E}$ направлены противоположно друг другу, то $\alpha = \pi$, и энергия диполя во внешнем поле является максимальной. В этом случае диполь находится в состоянии неустойчивого равновесия.

С помощью формулы (9.16), так же как и на основании формулы (5.5), можно объяснить механизм поляризации полярных диэлектриков и сегнетоэлектриков. В этих веществах, как было показано в разделах 5 и 7, под действием внешнего электрического поля, при увеличении его напряжённости, происходит постепенное выстраивание дипольных моментов всех атомов и молекул, либо доменов целиком, вдоль направления вектора напряжённости $\vec{E}$.

Сила, действующая на диполь со стороны электрического поля, может быть записана в виде

$$\vec{F} = \left(\vec{p}\vec{\nabla}\right)\vec{E}\,, \tag{9.18}$$

где $\vec{\nabla} = \vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}$ - символический векторный дифференциальный оператор "набла";

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты системы координат.

Например, x - компонента силы, действующей на диполь, равна

$$F_x = \left(p_x\frac{\partial}{\partial x} + p_y\frac{\partial}{\partial y} + p_z\frac{\partial}{\partial z}\right)E_x\,, \tag{9.19}$$

где E_x - проекция напряженности электрического поля на ось x.

Формулы (9.18) и (9.19) упрощаются, если электрический диполь ориентирован вдоль вектора напряжённости электрического поля, то есть имеет минимальную энергию в соответствии с формулой (9.17). Выбирая ось x вдоль вектора $\vec{E}$ в точке расположения диполя, получаем, что сила, действующая на диполь, имеет только x- составляющую, которая равна

$$F_x = p\frac{\partial E}{\partial x}. \tag{9.20}$$

Как показывают формулы (9.18) - (9.20), ***сила действует на диполь только в неоднородном поле***, то есть в поле, напряженность которого изменяется в пространстве. Если же поле однородно, то сила, действующая на диполь, равна нулю, т.к. к полюсам диполя приложены равные по величине и противоположные по направлению силы. Сила, действующая на диполь в неоднородном поле, направлена в область более сильного поля. Поэтому диполь втягивается в область более сильного поля.

Воздействие неоднородного электрического поля испытывает не только отдельный диполь, но и диэлектрик, поскольку он поляризуется в электрическом поле. С помощью формулы (9.18) можно показать, что

объемная плотность силы, действующей на диэлектрик в электрическом поле, равна

$$\vec{f} = \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_0) grad\left(E^2\right), \tag{9.21}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ - полная диэлектрическая проницаемость среды.

На любой физически малый объем диэлектрика dV действует сила

$$d\vec{F} = \vec{f} dV . \tag{9.22}$$

Эта сила направлена в сторону самого быстрого возрастания модуля напряженности электрического поля в пространстве, то есть в область более сильного поля. Следовательно, диэлектрик, подобно отдельному диполю, втягивается в область более сильного поля.

Электрический диполь не только испытывает воздействие внешних электрических полей в соответствии с формулами (5.4) и (9.18), но и сам создает электрическое поле в окружающем пространстве. ***Потенциал и напряженность электрического поля, создаваемого диполем***, можно записать в виде

$$\varphi_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}, \tag{9.23}$$

$$\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left\{ \frac{3\vec{r}\left(\vec{p}\vec{r}\right)}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right\}, \tag{9.24}$$

где $\vec{r}$ - вектор, проведенный от диполя в точку пространства, где определяется электрическое поле.

Модуль вектора напряжённости электрического поля (9.24), создаваемого диполем, можно представить следующим образом:

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \vartheta}\,, \tag{9.25}$$

где ϑ - угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

Из формул (9.23) - (9.25) следует, что на больших расстояниях от диполя

$$\varphi_p \sim \frac{1}{r^2}\,;\; E_p \sim \frac{1}{r^3}\,. \tag{9.26}$$

Это значит, что электрическое поле, создаваемое диполем, убывает с увеличением расстояния быстрее, чем поле точечного заряда. Это обстоятельство объясняется тем, что заряды диполя, имеющие противоположные знаки, создают в окружающем пространстве электрические поля, которые частично компенсируют друг друга, и результирующее поле уменьшается быстрее.

Ранее мы рассматривали электрическое взаимодействие только между заряженными телами. Из формул (9.16), (9.18), (9.23), (9.24) следует, что ***участвовать в электрическом взаимодействии могут также нейтральные системы***, если положительно и отрицательно заряженные частицы в них взаимно смещены, вследствие чего система обладает электрическим дипольным моментом.

В качестве примера можно привести ***процесс электролитической диссоциации***. Электролитами называются растворы солей, кислот или щелочей в воде. Молекулы воды являются полярными, то есть они обладают электрическими дипольными моментами. Следовательно, эти молекулы создают электрическое поле в окружающем пространстве, хотя и являются электрически нейтральными. Под действием поля молекул воды молекулы растворенного вещества (соли, кислоты или щелочи) втягиваются в область более сильного поля, то есть приближаются к молекулам воды. Затем под действием электростатических сил молекулы растворенного вещества могут распадаться на ионы, то есть диссоциировать. В результате в растворе возникают свободные носители заряда, то есть электролит становится проводником тока.

Таким образом, электрический дипольный момент $\vec{p}$ (5.1), (5.2) является ***важнейшей характеристикой электрически нейтральной системы***. Зная дипольный момент системы $\vec{p}$, можно вычислить силу (9.18) и момент силы (5.4), действующие на систему со стороны внешнего поля, а также поле (9.23), (9.24), создаваемое самой системой в окружающем пространстве. Следовательно, дипольный момент позволяет описать взаимодействие электрически нейтральной системы с другими телами.