

12 КЛАССИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ПРОВОДИМОСТИ. ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Одним из классических экспериментов, лежащих в основе электронной теории проводимости, является *опыт Толмена – Стюарта*, проведённый в 1916 г. Идея этого эксперимента была предложена Мандельштамом и Папалекси в 1913 г. В этом опыте удалось измерить удельный заряд носителей тока в металлах и доказать, что этими носителями являются электроны.

В опыте Толмена – Стюарта катушка, на которую намотана металлическая проволока, может вращаться вокруг своей оси. Гальванометр подсоединён к катушке с помощью скользящих контактов, что обеспечивает неразрывность электрической цепи и возможность существования в ней электрического тока (рисунок 17).

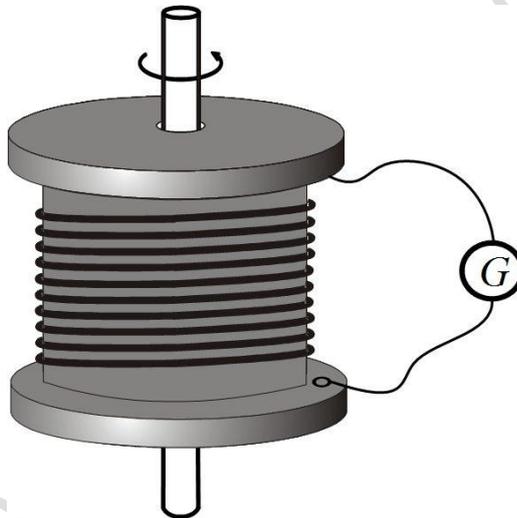


Рисунок 17 - Принципиальная схема опыта Толмена – Стюарта

В начале эксперимента катушка вращается с постоянной угловой скоростью, затем катушку тормозят до полной остановки. Во время торможения катушки гальванометр регистрирует существование тока в цепи. При этом с помощью гальванометра можно измерить полный электрический заряд, прошедший по цепи за время торможения катушки. Причина возникновения тока в цепи – инертные свойства свободных носителей заряда в проводнике. После начала торможения катушки свободные носители заряда продолжают некоторое время двигаться по инерции и тем самым создают электрический ток в цепи. Можно доказать, что *удельный заряд* свободных частиц удовлетворяет соотношению

$$\frac{q}{m} = \frac{v_0 L}{QR}, \quad (12.1)$$

где q - заряд свободных частиц;
 m - масса свободных частиц;
 v_0 - начальная линейная скорость вращения проволоки, намотанной на катушку;

L - длина проволоки, намотанной на катушку;

R - полное электрическое сопротивление цепи;

Q - полный электрический заряд, прошедший по цепи за время торможения катушки.

Удельный заряд свободных частиц в металле совпал с уже известным в то время *удельным зарядом электрона*

$$\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}. \quad (12.2)$$

Поэтому на основании опыта Толмена - Стюарта был сделан вывод, что свободными носителями заряда в металлах являются электроны.

Электроны проводимости в металле совершают хаотическое тепловое движение, находясь в тепловом равновесии с атомами кристаллической решётки. При помещении металла во внешнее электрическое поле электроны начинают дополнительно совершать упорядоченное движение в направлении, противоположном направлению вектора напряженности электрического поля, то есть возникает электрический ток. Упорядоченное движение свободных носителей заряда принято называть *дрейфом электронов проводимости*. Можно доказать, что выполняется следующее соотношение

$$v_g \sim 10^{-9} v_T, \quad (12.3)$$

где v_g - скорость дрейфа электронов проводимости, то есть скорость их упорядоченного движения;

v_T - средняя скорость теплового движения электронов проводимости.

Из соотношения (12.3) следует, что скорость дрейфа электронов проводимости очень мала по сравнению со скоростью их теплового движения. Однако электрический ток возникает практически мгновенно во всех участках цепи после её замыкания, даже если цепь является достаточно протяжённой. Этот эффект можно понять, если принять во внимание, что после замыкания цепи в ней начинается распространение электромагнитного поля с очень большой скоростью, близкой к скорости света. В результате во всех участках цепи практически мгновенно устанавливается электрическое поле. Это поле в соответствии с законом Ома в дифференциальной форме (10.13) приводит к возникновению тока во всех участках цепи.

В таком процессе установления электрического поля во всей протяжённой цепи имеет место перенос энергии электромагнитного поля в пространстве, но не происходит перемещения заряда на большие расстояния.

Для приближённого описания движения электронов проводимости в металле можно использовать законы классической механики. Каждый электрон проводимости ускоряется под действием приложенного электрического поля. Это ускоренное движение происходит в течение промежутка времени между двумя последовательными столкновениями электрона проводимости с атомами кристаллической решётки. При каждом столкновении электрон полностью теряет кинетическую энергию упорядоченного движения, приобретённую в результате воздействия электрического поля. Поэтому процесс ускорения свободного электрона каждый раз начинается с нулевой скорости. Одновременно электрон проводимости участвует в хаотическом тепловом движении, находясь в тепловом равновесии с атомами кристаллической решётки. Поэтому среднее время между двумя последующими столкновениями электрона равно отношению средней длины свободного пробега электрона к средней скорости его теплового движения.

Применяя указанную методику, можно в рамках классической физики получить закон Ома (10.13) и закон Джоуля – Ленца (11.21) в дифференциальной форме. При этом выражение для удельной проводимости металла σ имеет вид

$$\sigma = \frac{e^2 N l}{2m v_T}, \quad (12.4)$$

где e - заряд электрона;

m - масса электрона;

N - концентрация электронов проводимости;

l - средняя длина свободного пробега электрона между двумя столкновениями с ионами кристаллической решётки;

v_T - средняя скорость теплового движения свободных электронов.

Рассмотренная классическая теория электропроводности имеет несколько существенных несоответствий с экспериментом. Во-первых, если учесть экспериментальные данные, то из соотношения (12.4) следует очень большое значение длины свободного пробега электронов l . Найденное значение l приблизительно в тысячу раз превышает расстояние между атомами в кристаллической решётке. С позиций классической физики трудно объяснить возможность таких длинных свободных пробегов электронов.

Во-вторых, из формулы (12.4) следует, что удельная проводимость зависит от абсолютной температуры металла по закону

$$\sigma_{теор} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (12.5)$$

Однако эксперимент демонстрирует другой характер зависимости удельной проводимости металла от температуры:

$$\sigma_{эксп} \sim \frac{1}{T}. \quad (12.6)$$

В-третьих, электроны проводимости, в соответствии с классическими представлениями, должны давать очень большой вклад в теплоёмкость металла, однако это предположение не подтверждается в результате эксперимента.

Точная теория электропроводности металлов может быть построена в рамках **квантовой, или волновой механики**. Согласно этой теории, электрон обладает не только свойствами частицы, но и волновыми свойствами, которые проявляются в зависимости от условий эксперимента. Отсюда следует важный вывод: при изучении микромира под влиянием экспериментальных фактов приходится отказываться от наглядных моделей, на которых базируется классическая физика.

Важную роль в развитии классической электронной теории проводимости сыграл **эффект Холла**, открытый в 1879 г. и нашедший очень широкое применение в различных электронных устройствах. Для понимания эффекта Холла необходимо ввести в рассмотрение **силу Лоренца**, действующую на движущуюся заряжённую частицу в магнитном поле. Модуль силы Лоренца равен

$$F_{л} = qvB \sin \alpha, \quad (12.7)$$

где q - заряд частицы;

v - скорость движения частицы;

B - индукция магнитного поля;

α - угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Вектор $\vec{F}_{л}$ образует правую тройку векторов с векторами \vec{v} и \vec{B} , если движется положительно заряжённая частица. Если заряд частицы отрицателен, то вектор силы Лоренца изменяет направление на противоположное по сравнению с первым случаем.

Более подробно действие силы Лоренца описано в разделе 17.

Эффект Холла состоит в возникновении электрической разности потенциалов между боковыми поверхностями проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле.

На рис.18 $\vec{F}_{л}$ - сила Лоренца, действующая в магнитном поле с индукцией \vec{B} на движущуюся свободную частицу, q - заряд частицы, \vec{v} - ско-

рость её движения, \vec{j} - плотность тока, \vec{E}_x - напряжённость возникающего "холловского" электрического поля.

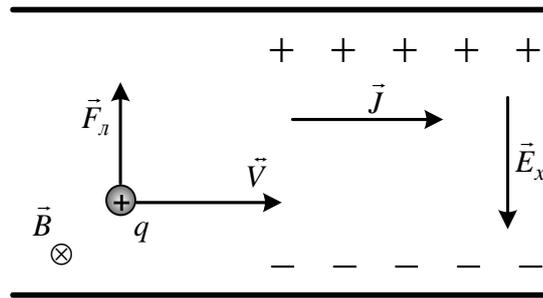


Рисунок 18 - Механизм возникновения аномального эффекта Холла

Как показано на рисунке, упорядоченно движущиеся носители тока отклоняются к боковой поверхности проводника под действием силы Лоренца, в результате чего между боковыми поверхностями проводника возникает электрическая разность потенциалов.

Разность потенциалов может быть выражена следующим образом:

$$U_x = R_x j B d . \quad (12.8)$$

Здесь

$$R_x = \frac{1}{qN} \quad (12.9)$$

- постоянная Холла;

q - заряд свободных частиц;

N - концентрация свободных частиц;

j - плотность тока;

B - индукция магнитного поля;

d - расстояние между боковыми поверхностями проводника, на которых образуются разноимённые заряды.

Если свободные частицы в проводнике имеют положительный заряд, то эффект Холла называется **аномальным**. В случае отрицательно заряженных носителей тока возникающая разность потенциалов изменяет знак по сравнению со случаем, показанным на рис.18.

Измеряя холловскую разность потенциалов, можно определить знак заряда и концентрацию носителей тока.

Опыты, проведённые для металлов, показали, во-первых, что носители тока в металлах имеют отрицательный заряд. Во-вторых, измерения на основе эффекта Холла показали, что концентрация электронов проводимости в металлах является очень высокой и удовлетворяет соотношению (4.3).

13 ОСНОВЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. ПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Как показывает опыт, энергия электронов в изолированном атоме может принимать только строго определённые значения. Поэтому в изолированном атоме энергия электронов может изменяться лишь скачками и характеризуется *набором дискретных уровней*. Каждому уровню соответствует разрешённое энергетическое состояние электрона. Удобной единицей измерения энергии электронов и атомов является *электрон-вольт*

$$1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} . \quad (13.1)$$

Согласно (3.7), один электрон-вольт равен энергии, которую приобретает электрон при прохождении ускоряющей разности потенциалов, равной одному вольту.

В кристаллической решётке твердого тела атомы сильно взаимодействуют друг с другом. В результате такого взаимодействия каждый энергетический уровень может расщепляться на серию энергетических уровней, которые расположены близко друг к другу. Эта совокупность теперь уже не совпадающих уровней энергии называется *разрешённой зоной энергий* (см. рисунок 19). Каждая зона ограничена снизу некоторой энергией E_{\min} и сверху энергией E_{\max} . Соседние разрешённые зоны отделены друг от друга конечными интервалами энергии, или *зонами запрещённых энергий*. Ширина разрешённых зон энергии увеличивается при возрастании энергии, и широкие верхние зоны могут перекрываться, образуя единую сложную зону.

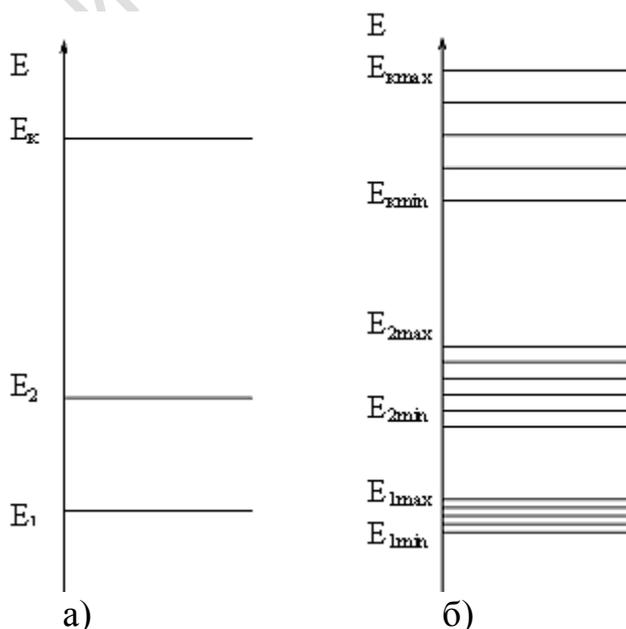


Рисунок 19 - Энергетические уровни электрона в атоме (а) и энергетические зоны электрона в твёрдом теле (б)

Поскольку может расщепляться каждый энергетический уровень, характеризующий изолированный атом, то для твёрдого тела существует целая система зон с разрешёнными энергиями. Между этими зонами находятся полосы запрещённых энергий, то есть запрещённая зона, как и другие зоны, не является единственной. Однако дальнейшее рассмотрение показывает, что при изучении электропроводности твёрдых тел достаточно принимать во внимание только некоторые зоны, в зависимости от степени их заполнения электронами.

В каждой разрешённой зоне имеется очень много энергетических уровней, порядка числа атомов в кристалле. Эти уровни расположены очень близко друг к другу, и поэтому во многих случаях можно использовать упрощённое представление о возможности непрерывного изменения энергии электрона в пределах каждой зоны. Однако число уровней внутри каждой зоны всё-таки конечно, и этот факт имеет принципиальное значение для определения *вместимости энергетической зоны*. Согласно *принципу Паули*, в любой электронной системе в каждом квантовом состоянии не может быть более одного электрона. Здесь *квантовое состояние* мы понимаем как некоторое возможное стационарное движение электрона. Следовательно, число электронов, энергии которых принадлежат любой разрешённой зоне, ограничено, то есть каждая энергетическая зона имеет конечную вместимость. В результате некоторые разрешённые зоны являются полностью заполненными электронами, другие зоны – частично заполненными либо пустыми. Конечная вместимость энергетических зон играет очень важную роль в процессах переноса электрического заряда в твёрдом теле.

Возникновение электрического тока в твёрдом теле означает ускорение электронов приложенным электрическим полем и, следовательно, увеличение энергии электронов, то есть переход электронов в новые квантовые состояния. Однако в целиком заполненной зоне такой переход электронов, согласно принципу Паули, является невозможным, поскольку все энергетические уровни уже заняты электронами. Таким образом, электроны полностью заполненной зоны не могут создавать электрический ток.

Значит, при прохождении электрического тока важное значение имеют только две энергетические зоны: одна, которая при температуре абсолютного нуля пуста или имеет лишь частичное заполнение, и вторая зона, полностью заполненная и расположенная непосредственно под первой. Вторая зона также может участвовать в переносе заряда в пространстве, поскольку при повышении температуры она теряет полное заполнение из-за переходов некоторых электронов в первую зону. Две рассмотренные зоны занимают особое место среди всех разрешённых зон твёрдого тела и называются *зоной проводимости и валентной зоной*.

Таким образом, валентная зона образована возможными значениями энергии связанных электронов и ограничена максимальной возможной энергией электронов E_v . Аналогично, энергии электронов проводимости заполняют другую зону энергии, которую называют зоной проводимости. Эта зона ограничена снизу наименьшей возможной энергией свободных электронов E_c . Валентная зона и зона проводимости разделены энергетическим промежутком

$$\Delta E = E_c - E_v, \quad (13.2)$$

образующим зону запрещённых энергий (запрещённую зону).



Рисунок 20 - Схематическое изображение энергетических зон твердого тела

Ширину запрещённой зоны ΔE иногда называют также энергией активации полупроводника.

В зависимости от ширины запрещённой зоны ΔE твёрдые тела принято классифицировать следующим образом:

- 1) проводники, для которых $\Delta E < 0,1\text{эВ}$;
- 2) полупроводники, в случае $0,1\text{эВ} < \Delta E < 2\text{эВ}$;
- 3) диэлектрики, если $\Delta E > 2\text{эВ}$.

Следовательно, из всей системы разрешённых и запрещённых зон твёрдого тела достаточно рассматривать только некоторые зоны, в зависимости от степени их заполнения электронами. Поэтому металлы можно характеризовать как твёрдые тела, у которых при температуре абсолютного нуля одна из энергетических зон заполнена частично. У чистых полупроводников, не содержащих примесей или дефектов решётки, энергетические зоны при абсолютном нуле температуры либо полностью заполнены, либо совершенно пусты.

Электроны проводимости в металле в некотором приближении можно рассматривать как **электронный газ**. В условиях термодинамического равновесия распределение электронов по энергетическим уровням описывается **статистикой Ферми - Дирака**

$$n_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) + 1}, \quad (13.3)$$

где n_i - вероятность нахождения электрона в квантовом состоянии с энергией E_i ;

k - постоянная Больцмана;

T - абсолютная температура;

μ - **энергия Ферми**, слабо зависящая от температуры.

Из формулы (13.3) следует, что при стремлении температуры к абсолютному нулю ($T \rightarrow 0$) вероятность $n_i = 1$ для всех энергий, находящихся ниже уровня Ферми ($E_i < \mu$). В то же время $n_i = 0$ для всех энергий, превышающих уровень Ферми ($E_i > \mu$). Поэтому физический смысл энергии Ферми состоит в том, что при абсолютном нуле температуры все энергетические уровни ниже уровня Ферми заняты электронами, а все уровни выше уровня Ферми свободны (рисунок 21).

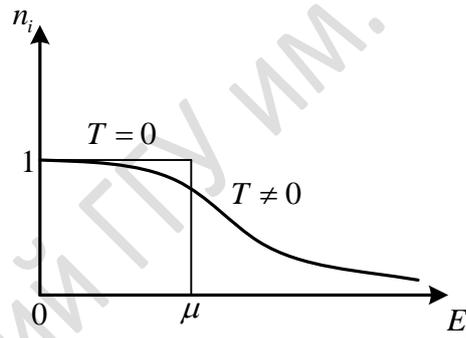


Рисунок 21 - Вероятность заполнения электронами энергетических состояний в металле при абсолютном нуле и при более высоких температурах

В рамках такого подхода можно сказать, что для металлов уровень Ферми при $T = 0$ находится в зоне проводимости, поэтому она частично заполнена электронами даже при температуре абсолютного нуля. Для идеальных полупроводников уровень Ферми при $T = 0$ лежит в запрещённой зоне. Следовательно, в полупроводниках при абсолютном нуле температуры зона проводимости полностью свободна, а валентная зона целиком заполнена электронами.

Рассмотрим проводимость различных твёрдых тел, используя, в основном, классический подход и основы зонной теории. Ширина запрещённой зоны для металлов очень мала, поэтому валентные электроны могут легко разрывать связь с атомами кристаллической решётки и переходить в зону

проводимости, то есть становятся свободными носителями заряда. Такие носители принадлежат кристаллической решётке в целом, являются в некотором смысле «коллективными» электронами и движутся по определённым законам. Электроны проводимости не являются свободными в абсолютном смысле, но в отличие от валентных электронов, могут перемещаться на большие расстояния, то есть создавать электрический ток. Поскольку запрещённая зона для металлов имеет очень малую ширину, то металлы являются хорошими проводниками электрического тока в широком интервале температур.

Для диэлектриков характерна широкая запрещённая зона, фактически непреодолимая для валентных электронов при обычных температурах. Поэтому диэлектрики практически не проводят электрический ток при комнатных и более низких температурах.

Ширина запрещённой зоны для полупроводников имеет промежуточное значение. Вследствие тепловых колебаний атомов кристаллической решётки валентные электроны могут приобретать энергию, достаточную для преодоления запрещённой зоны. В результате эти электроны переходят в зону проводимости, то есть становятся свободными носителями заряда. При этом в электронных оболочках атомов на местах освободившихся электронов образуются вакансии, то есть не занятые энергетические состояния. Эти вакансии принято называть **дырками**. Возможны и обратные переходы электронов из зоны проводимости в валентную зону, сопровождающиеся выделением энергии (рисунок 22).

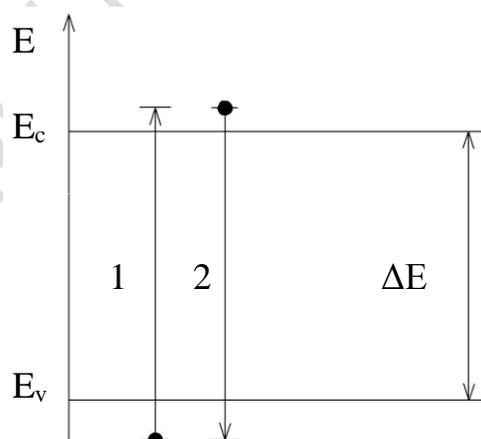


Рисунок 22 – Энергетическая диаграмма полупроводника и электронные переходы из валентной зоны в зону проводимости (1) и обратно (2)

Таким образом, в полупроводнике непрерывно образуются и рекомбинируют **электронно-дырочные пары**. Процесс перехода электронов в зону проводимости может быть стимулирован нагреванием, освещением, деформацией или облучением полупроводника, то есть любыми воздействи-

ями, которые могут передавать валентным электронам необходимую энергию (рисунок 23).

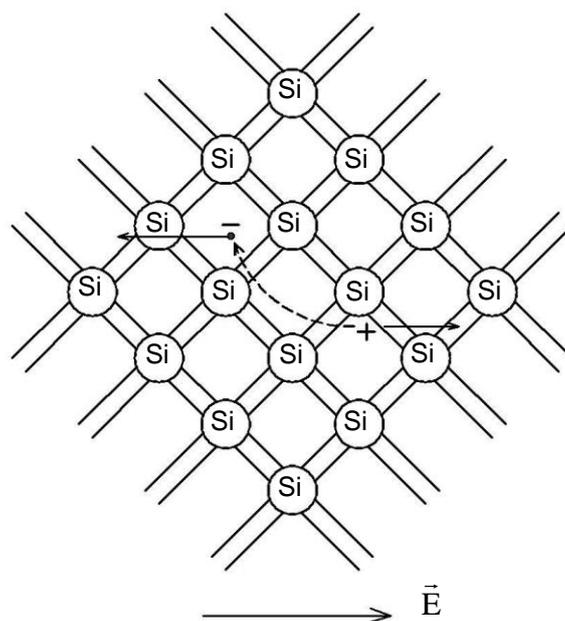


Рисунок 23 – Возникновение электрона проводимости и дырки в решётке кремния

Вакансии, которые имеются в электронных оболочках атомов полупроводников, создают возможность для перемещения валентных электронов в пространстве. Валентный электрон может переместиться к соседнему атому при наличии у него вакантного места. Под действием приложенного электрического поля в полупроводнике возникает электрический ток, то есть упорядоченное движение электронов проводимости, а также упорядоченное движение валентных электронов от вакансии к вакансии. Взамен направленного движения валентных электронов более удобно рассматривать процесс перемещения самих вакансий, или дырок. При этом дырки рассматриваются как некоторые эффективные частицы, имеющие положительный заряд. Ведь они движутся в направлении, совпадающем с направлением вектора напряженности электрического поля (рисунок 24).

Можно сформулировать две основные причины, по которым удобнее рассматривать движение дырок вместо движения валентных электронов. Во-первых, валентные электроны обладают меньшей подвижностью, чем электроны проводимости, поскольку могут перемещаться только при наличии вакансий у соседних атомов. Поэтому валентные электроны должны характеризоваться большей эффективной массой, то есть их следует рассматривать как новые частицы, отличающиеся от электронов проводимости. Во-вторых, концентрация дырок в полупроводнике является относительно невысокой по сравнению с концентрацией валентных элек-

тронов, что позволяет приближенно описать движение дырок с помощью законов классической физики.

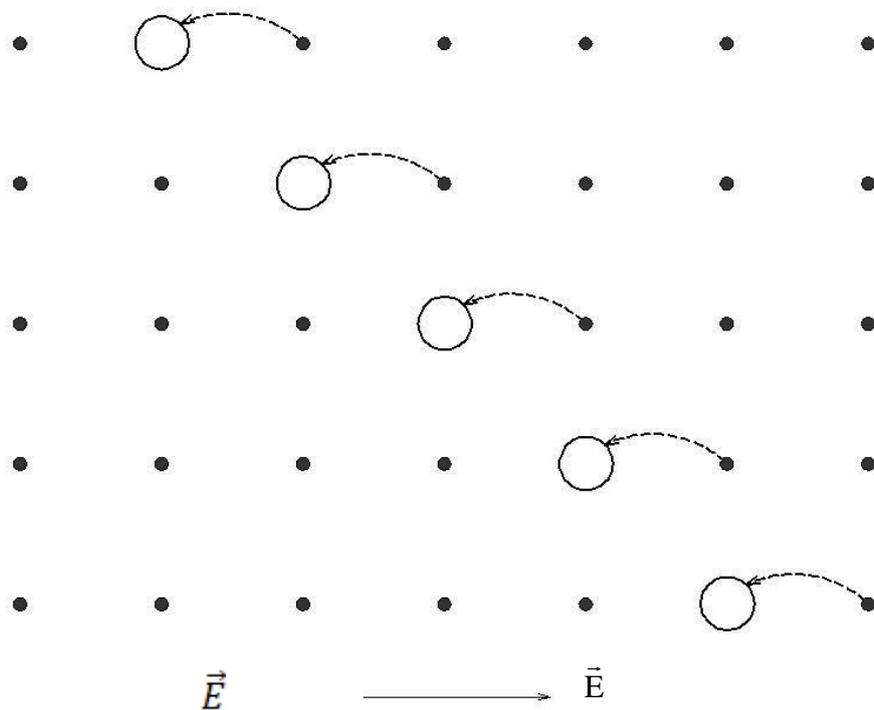


Рисунок 24 – Схема дырочной проводимости: чёрные точки - связанные электроны, светлые кружки - дырки

Таким образом, электрический ток в чистом полупроводнике, не содержащем примесей, можно представить как направленное движение электронов проводимости и дырок. Поэтому говорят, что **собственная проводимость полупроводника является электронно-дырочной**.

Для характеристики движения свободных частиц вводится **подвижность носителей**

$$b = \frac{v_g}{E}, \quad (13.4)$$

которая равна отношению скорости дрейфа v_g , то есть скорости упорядоченного движения носителей, к напряженности электрического поля E , вызывающего электрический ток. Из формулы для плотности тока (10.2) и закона Ома в дифференциальной форме (10.13) следует

$$\sigma = qNb, \quad (13.5)$$

где σ - удельная проводимость вещества;

q - электрический заряд свободных частиц;

N - объёмная концентрация свободных частиц.

Измерения показывают, что подвижность электронов проводимости в металлах невелика, что согласуется с формулой (12.3). Следовательно, большая удельная проводимость металлов обусловлена высокой концентрацией свободных носителей заряда, то есть электронов проводимости.

В широком интервале температур удельное сопротивление металлов зависит от температуры по линейному закону

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (13.6)$$

где ρ_0 - удельное сопротивление металла при 0°C ;

α - температурный коэффициент сопротивления, который является положительной величиной.

С ростом температуры хаотическое тепловое движение атомов кристаллической решетки и электронов проводимости становится более интенсивным. Возрастает частота столкновений и уменьшается средняя длина свободного пробега электронов проводимости. Следовательно, при нагревании уменьшается скорость дрейфа и соответственно, подвижность носителей. В соответствии с формулой (13.5), понижение подвижности носителей заряда приводит к уменьшению электропроводности металлов при повышении температуры.

При температуре, близкой к абсолютному нулю, наблюдается **явление сверхпроводимости** металлов. Оно состоит в том, что при некоторой очень низкой температуре, называемой **критической температурой**, металл практически полностью теряет электрическое сопротивление. Характерный график температурной зависимости удельного сопротивления металла приведен на рисунке 25.

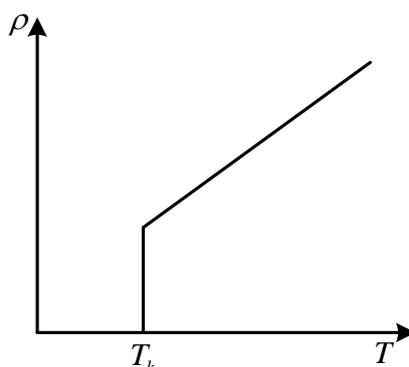


Рисунок 25 - Поведение удельного сопротивления металла вблизи критической температуры

Явление сверхпроводимости наблюдалось для таких металлов, как ртуть, алюминий, кадмий, цинк, индий, галлий и другие. Критическая температура, например, для ртути, составляет 4,2К. Это явление не удается объяснить с позиций классической физики, его правильное описание является возможным только в рамках квантовой теории.

Зависимость удельной проводимости полупроводника от температуры имеет следующий вид

$$\sigma = A \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (13.7)$$

где A - некоторая постоянная;

T - абсолютная температура полупроводника;

ΔE - энергетическая ширина запрещенной зоны (энергия активации полупроводника);

k - постоянная Больцмана.

Согласно формуле (13.7), электропроводность полупроводника увеличивается с ростом температуры, что является следствием возрастания концентрации N свободных носителей заряда (электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне) при нагревании полупроводника. При увеличении температуры хаотическое тепловое движение атомов кристаллической решётки полупроводника становится более интенсивным. Всё большее количество электронов приобретает возможность перейти в зону проводимости, создавая одновременно вакансии (дырки) в валентной зоне. Следовательно, концентрация свободных носителей N в полупроводнике очень быстро возрастает при его нагревании. Одновременно, с ростом температуры, увеличивается частота столкновений и уменьшается средняя длина свободного пробега электронов проводимости и дырок. Следовательно, подвижность носителей b уменьшается при нагревании. Однако этот процесс даёт значительно меньший вклад в изменение электропроводности полупроводника, чем быстрое возрастание концентрации N . В результате, в соответствии с формулой (13.5), удельная проводимость полупроводника увеличивается при его нагревании. Таким образом, температурные свойства полупроводников и металлов качественно отличаются. В основе такого различного поведения лежит важная характеристика твёрдых тел – ширина запрещённой зоны.

Электропроводность полупроводников можно сильно изменить путём внесения примесей – атомов другого химического элемента. Различают **два типа примесей – донорную и акцепторную**. Примесь является донорной, если атомы добавляемого вещества имеют большую валентность, чем атомы основного полупроводника. Этот случай реализуется, например, если к кремнию в качестве примеси добавляют мышьяк. При этом один из электронов в оболочке атома примеси не участвует во взаимодействии с сосед-

ними атомами основного вещества. Этот электрон слабее связан с атомом и может легче стать свободным, чем другие валентные электроны. В случае отщепления такого электрона от атома примеси дырка не образуется. При этом атом примеси (мышьяка) превращается в положительно заряженный ион. В результате добавления донорной примеси образуется полупроводник n -типа, название которого возникло от слова «negative». Этот полупроводник имеет **электронную проводимость**, то есть основными свободными носителями заряда в нём являются электроны.

Напротив, примесь называется акцепторной, если атомы добавляемого вещества имеют меньшую валентность по сравнению с атомами основного полупроводника. Например, некоторые атомы кремния в кристаллической решётке могут быть замещены атомами бора. В этом случае в электронной оболочке атома примеси недостаёт одного электрона для обеспечения взаимодействия с соседними атомами основного вещества. Недостающий электрон будет заимствован из соседних областей кристалла, в соответствующем месте образуется вакансия, а атом бора превращается в отрицательный ион. При этом полупроводник приобретает **дырочную проводимость**. Говорят, что это полупроводник p -типа (от слова «positive»), и в нём основными свободными носителями заряда являются дырки (рисунок 26).

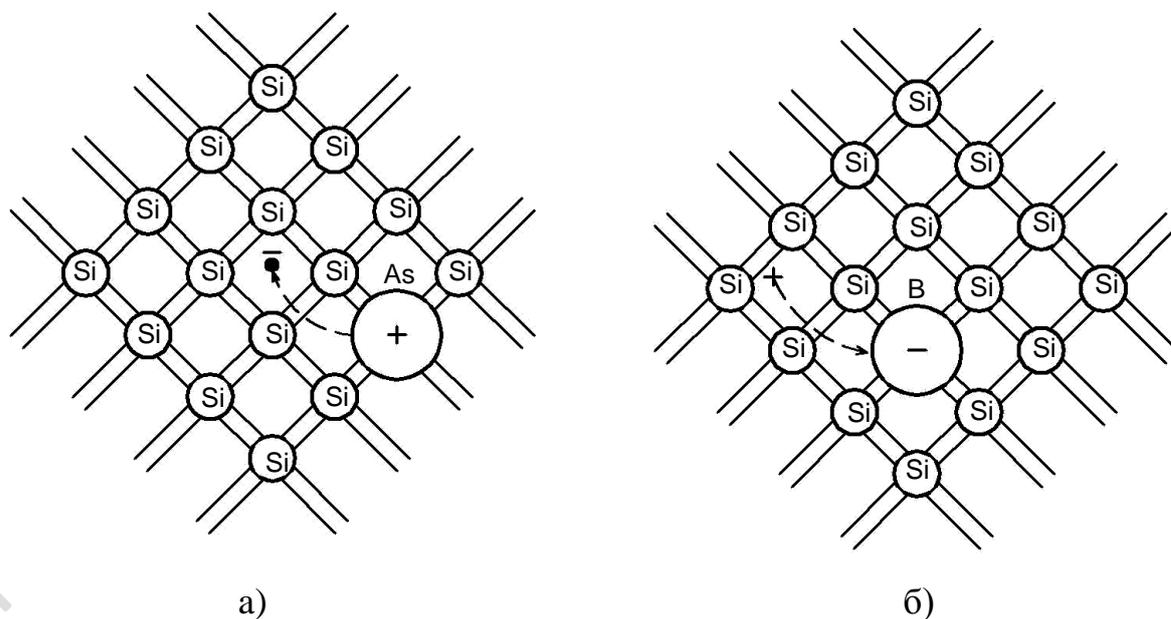


Рисунок 26 – Примеси в решётке кремния:
(а) атомы мышьяка; (б) атомы бора

Объяснить влияние примесей на проводимость полупроводников можно также в рамках зонной теории твёрдых тел. Добавление примесей при-

водит к возникновению дополнительных энергетических уровней, расположенных, как правило, в запрещённой зоне (рисунок 27).

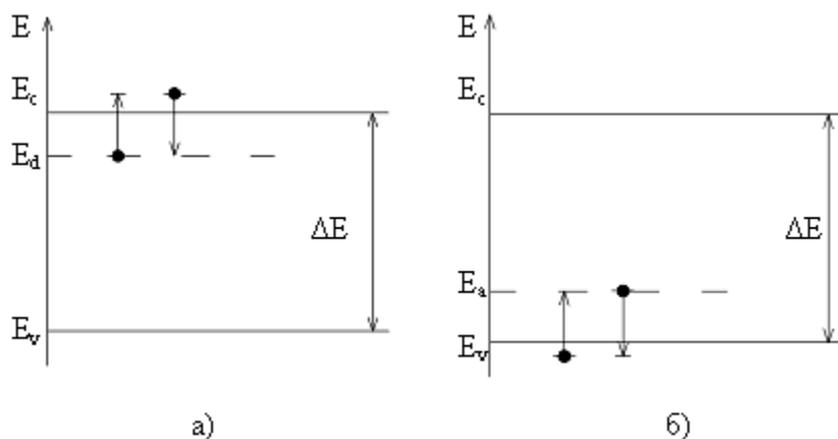


Рисунок 27 - Дополнительные энергетические уровни в запрещённой зоне полупроводника и электронные переходы:
 а) донорный уровень – зона проводимости и обратно;
 б) валентная зона - акцепторный уровень и обратно

Дополнительный донорный уровень E_d появляется вблизи края зоны проводимости, а дополнительный акцепторный уровень E_a – вблизи края валентной зоны. В первом случае облегчён переход электрона с дополнительного уровня в зону проводимости, при этом дырка в валентной зоне не образуется, и возникает электронная проводимость. Во втором случае более вероятным является переход электрона из валентной зоны на дополнительный акцепторный уровень, что приводит к возникновению дырочной проводимости.

Влияние примесей на проводимость полупроводников может быть очень сильным. Например, в качестве примеси к кремнию (Si) могут быть использованы атомы фосфора (P). При относительной концентрации атомов фосфора порядка тысячных долей процента удельная проводимость может быть увеличена в сотни тысяч раз.

14 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В КОНТАКТАХ ПРОВОДНИКОВ

При соприкосновении двух проводников в области контакта возникает электрическое поле и, следовательно, **внутренняя контактная разность потенциалов**. Это явление было открыто Вольтой в 1797 г. Можно показать, что оно имеет место вследствие различия концентраций свободных носителей заряда в соприкасающихся проводниках. Концентрация электронов проводимости в различных металлах может быть измерена, например, с помощью эффекта Холла. Измерения показывают, что в металлах на каждый атом кристаллической решётки приходится в среднем около одного свободного электрона. В то же время эта концентрация может существенно различаться для различных металлов: в серебре 10 атомам кристаллической решётки соответствуют 7 электронов проводимости, в меди – 8 электронов проводимости, в золоте – 9 электронов проводимости, в алюминии – около 20 электронов проводимости.

Если, например, концентрация электронов проводимости в металле 2 больше, чем в металле 1 ($n_2 > n_1$), то возникает диффузия электронов, при этом поток электронов из металла 2 в металл 1 преобладает над встречным потоком электронов. Вследствие разности потоков электронов металл 2 приобретает положительный заряд, а металл 1 – отрицательный заряд (рисунки 27, 28).

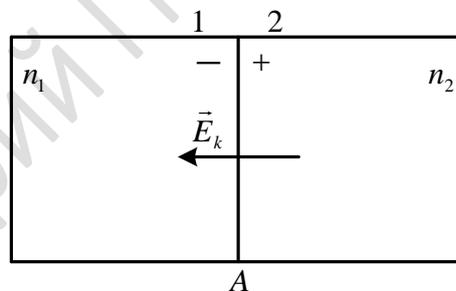


Рисунок 28 - Возникновение электрического поля в области контакта двух различных металлов

Возникающее электрическое поле с напряженностью \vec{E}_k компенсирует разность встречных потоков электронов проводимости через область контакта, поскольку препятствует движению электронов из металла 2 в металл 1.

Поскольку внутри обоих металлов отсутствует электрический ток, то электрический потенциал постоянен в пределах каждого проводника (см. раздел 4). Поэтому металл 1 можно характеризовать потенциалом U_1 , а металл 2 – потенциалом U_2 .

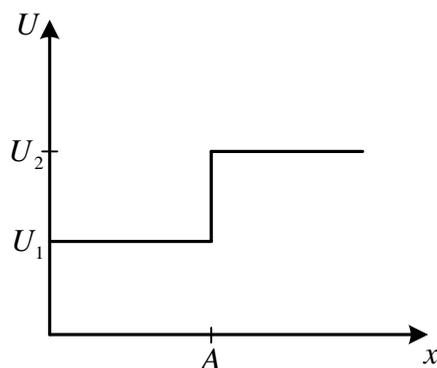


Рисунок 29 - Изменение электрического потенциала в области контакта двух различных металлов

Значит, потенциал должен испытывать скачкообразное изменение на границах каждого проводника с вакуумом, а также в тонком контактном слое между проводниками. В соответствии с формулой (3.5) напряженность контактного электрического поля \vec{E}_k направлена в сторону убывания потенциала. Поэтому в рассматриваемом нами случае потенциал претерпевает быстрое возрастание внутри тонкой контактной области при переходе от металла 1 к металлу 2. Таким образом, возникает **внутренняя контактная разность потенциалов** или **контактный скачок потенциала**

$$U_{21} = U_2 - U_1, \quad (14.1)$$

где U_2 - потенциал внутри металла 2;

U_1 - потенциал внутри металла 1.

Распределение потенциала имеет вид, показанный на рис.29.

В однородном проводнике выполняется закон Ома в дифференциальной форме (10.13). В тонком контактном слое между проводниками закон Ома в дифференциальной форме (10.13) не выполняется, поскольку плотность тока $\vec{j} = 0$, но в то же время $\vec{E}_k \neq 0$. Причиной невыполнения закона Ома является неоднородность вещества в области контакта.

Внутренняя контактная разность потенциалов для двух различных проводников (14.1) увеличивается при нагревании контакта.

Согласно **закону последовательных контактов Вольты**, в сложной неоднородной цепи, состоящей из нескольких различных проводников, полная внутренняя контактная разность потенциалов зависит только от крайних проводников. Проводники, находящиеся во внутренних участках цепи, не дают вклада в итоговую контактную разность потенциалов. Поэтому увеличить внутреннюю контактную разность потенциалов путём чередования различных проводников не представляется возможным.

Явление термоэлектричества состоит в возникновении электрического тока в неоднородной замкнутой цепи, состоящей из различных проводников, при нагревании одного их контактов. **Термоэлектродвижущая сила** при малой разности температур равна

$$\Delta\varepsilon_T = \alpha\Delta T, \quad (14.2)$$

где α - дифференциальная термо-э.д.с.;

$\Delta T = T_2 - T_1$ - разность температур;

T_2 - температура нагретого контакта двух различных проводников;

T_1 - температура остальной цепи.

Поскольку величина α зависит не только от рода данной пары проводников, но и от их температуры, то соотношение (14.2) точно выполняется только для небольшой разницы температур ΔT .

Явление термоэлектричества широко используется для измерения температуры с помощью **термопары** (термоэлемента). Термопара содержит две проволоки из различных металлов, концы которых сварены таким образом, что образуются два спая. При этом концы цепи образованы одной и той же проволокой. Первый спай, который заключён в фарфоровую трубку, предохраняющую его от химических воздействий, помещают в область, где необходимо измерить температуру. Второй спай поддерживают при постоянной температуре. Концы цепи присоединяют к милливольтметру или потенциометру. Преимущество термопары состоит в том, что с их помощью можно измерять как очень высокие, так и очень низкие температуры, что не позволяют сделать обычные жидкостные термометры.

Эффект Пельтье состоит в выделении или поглощении дополнительного количества теплоты, помимо теплоты Джоуля - Ленца, при прохождении электрического тока через контакт двух различных проводников. Опыт показывает, что тепло Пельтье прямо пропорционально полному заряду q , прошедшему через контакт проводников за время t :

$$Q_{II} = \Pi It, \quad (14.3)$$

где Π - коэффициент Пельтье, зависящий от рода контактирующих проводников и их температуры;

I - сила электрического тока, проходящего через контакт.

Тепло Пельтье значительно уступает по величине теплу Джоуля - Ленца, оно изменяет свой знак при изменении направления тока. Поскольку тепло Пельтье не зависит от сопротивления проводников, то при наблюдении эффекта Пельтье, чтобы уменьшить тепло Джоуля - Ленца, следует использовать толстые проводники, обладающие малым сопротивлением.

Эффект Томсона состоит в выделении или поглощении дополнительного количества теплоты, кроме теплоты Джоуля - Ленца, при прохождении электрического тока через неоднородно нагретый проводник. Тепло Томсона прямо пропорционально разности температур ΔT на границах неоднородно нагретого проводника и полному заряду q , прошедшему через проводник за время t :

$$Q_T = \sigma_T \Delta T I t, \quad (14.4)$$

где σ_T - коэффициент Томсона;

I - сила электрического тока, проходящего через проводник.

Тепло Томсона также изменяет свой знак при изменении направления тока.

Закон Томсона (14.4) можно записать в дифференциальной форме

$$P_V = \sigma_T \frac{dT}{dx} j, \quad (14.5)$$

где $P_V = \frac{Q_T}{\Delta V t}$ - объемная плотность тепловой мощности;

Q_T - тепло Томсона;

ΔV - физически малый объем проводника;

t - рассматриваемый промежуток времени;

$\frac{dT}{dx}$ - градиент температуры в рассматриваемой точке внутри неоднородно нагретого проводника;

j - плотность тока.

Эффекты Пельтье и Томсона можно рассматривать как родственные, наблюдаемые при прохождении электрического тока в неоднородных проводниках. В первом случае неоднородность связана с наличием контакта различных проводников, во втором - с неравномерным нагревом различных участков одного и того же проводника.

Эффекты Пельтье и Томсона можно объяснить на основе классической теории электропроводности. Выделение или поглощение тепла Пельтье или Томсона при прохождении тока можно рассматривать как результат изменения энергии носителей заряда, образующих электрический ток. При прохождении тока через контакт двух проводников изменяется потенциальная энергия свободных носителей заряда, что приводит к эффекту Пельтье. При прохождении тока по неоднородно нагретому проводнику изменяется кинетическая энергия хаотического теплового движения свободных носителей заряда, создающих ток, то есть наблюдается эффект Томсона.

Вначале рассмотрим эффект Пельтье в рамках классической теории электропроводности. Каждый электрон, движущийся в металле, в среднем переносит некоторую энергию, которая складывается из его кинетической и потенциальной энергии:

$$W = \bar{W}_k - e\varphi, \quad (14.6)$$

где \bar{W}_k - средняя кинетическая энергия для рассматриваемой группы электронов проводимости;

$-e$ - заряд электрона;

φ - потенциал электрического поля в данной точке проводника.

Поэтому при наличии электрического тока в проводнике возникает определённый поток энергии, который направлен вдоль скорости дрейфа электронов, то есть противоположно направлению вектора плотности тока. Введём в рассмотрение вектор плотность потока энергии, направление этого вектора совпадает с направлением переноса энергии в пространстве. Модуль вектора плотности потока энергии численно равен энергии, переносимой электронами проводимости в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению тока. Если скорость дрейфа электронов равна $\langle v \rangle$ а их концентрация равна N , то число электронов, пересекающих такую площадку в единицу времени, равно $N\langle v \rangle$. Используя формулы (10.2) и (14.6), можно показать, что проекция вектора плотности потока энергии P_x на ось координат x (ось проводника) равна

$$P_x = N\langle v \rangle_x W = -\frac{j_x}{e}(\bar{W}_k - e\varphi), \quad (14.7)$$

где j_x - проекция вектора плотности тока на ось координат x ;

$\langle v \rangle_x$ - проекция скорости дрейфа электронов на ось x .

Допустим, что температура во всех точках проводника одинакова, тогда переноса энергии, обусловленного теплопроводностью, нет. Из закона сохранения электрического заряда следует, что плотность тока одинакова в обоих контактирующих металлах. Однако каждый электрон проводимости, как показывает формула (14.6), обладает разной потенциальной энергией в первом и во втором металле, поскольку эти металлы имеют разные потенциалы. Поэтому, хотя плотность тока является постоянной, потоки энергии в контактирующих металлах различны. Энергия, приносимая электронами проводимости в металле 1 к контактному слою, не равна энергии, уносимой электронами проводимости от контактного слоя в металле 2. Разность этих энергий для тонкого контактного слоя равна теплу Пельтье. В рассмотренном выше случае тепло Пельтье выделяется при упорядоченном движении электронов от первого проводника ко второму, поскольку по-

тенциал второго металла выше. Это означает, что для поддержания постоянной температуры контакта необходимо отводить тепло из области контакта двух металлов.

Аналогично можно рассмотреть эффект Томсона. В этом случае неоднородность обусловлена не различием химического состава проводника, а изменением температуры в пространстве. Как и ранее, направим ось координат x вдоль оси проводника, тогда изменение температуры внутри проводника можно условно описать с помощью некоторой функции $T = T(x)$. Если в проводнике поддерживается градиент температуры, то средняя кинетическая энергия для рассматриваемой группы электронов проводимости также приобретает зависимость от координаты x : $\bar{W}_k = \bar{W}_k(x)$. При наличии градиента температуры в проводнике с током существует поток энергии (14.7), пропорциональный плотности тока и также зависящий от координаты x : $P = P(x)$. Поэтому энергия, приносимая электронами проводимости в любой физически малый объём проводника, не равна энергии, уносимой электронами проводимости из этого объёма. Разность этих энергий равна алгебраической сумме тепла Джоуля – Ленца и тепла Томсона. Например, тепло Томсона отрицательно, то есть поглощается, при упорядоченном движении электронов от менее нагретой области проводника к более нагретой, поскольку средняя кинетическая энергия электронов проводимости выше в области проводника с большей температурой. Это означает, что для поддержания в проводнике постоянного градиента температуры необходимо подводить тепло к проводнику.

Особый интерес вызывают электрические явления в области контакта двух полупроводников с различными типами проводимости. Рассматривая эти явления, можно понять **принципы действия полупроводникового диода и транзистора**.

Рассмотрим область контакта двух полупроводников, один из которых имеет дырочную, а второй – электронную проводимость. Такой контакт называется p – n -переходом (рисунок 30). В результате диффузии свободных частиц через контакт полупроводник p -типа в контактном слое приобретает отрицательный заряд, а полупроводник n -типа в контактном слое заряжается положительно. Следовательно, в области контакта возникает электрическое поле с напряжённостью \vec{E}_k , направленной от полупроводника n -типа к полупроводнику p -типа. Это поле препятствует движению основных носителей заряда через контакт. Таким образом, достигается равновесие носителей заряда в области контакта. В этих условиях возможность прохождения электрического тока через контакт зависит от полярности подключения внешнего источника тока. Допустим, что полупроводник с дырочной проводимостью соединён с положительным полюсом источника тока, тогда полупроводник n -типа подключён к отрицательному полюсу источника. В этом случае электрическое поле, создаваемое источником

тока, обеспечивает встречное движение основных носителей тока через контакт. Электроны движутся от n -полупроводника к p -полупроводнику, дырки – в противоположном направлении. Поскольку электрический ток создаётся движением основных носителей, концентрация которых велика, то сила тока значительно возрастает при увеличении приложенного напряжения. Принято говорить, что такой полупроводниковый диод включён *в прямом, или пропускающем направлении*.

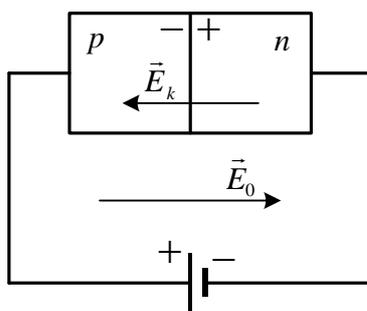


Рисунок 30 - Прямое включение полупроводникового диода

Напротив, если изменить полярность подключения внешнего источника тока, то поле, создаваемое этим источником, будет противодействовать переходу основных носителей через контакт полупроводников. Следовательно, ток может быть образован только движением неосновных носителей заряда через контакт. Электроны должны двигаться от p -полупроводника к n -полупроводнику, дырки – во встречном направлении. Концентрация неосновных носителей является очень низкой, поэтому ток остаётся очень слабым даже при больших значениях приложенного напряжения. В этом случае диод включён *в обратном, или запирающем направлении*.

Таким образом, основным свойством полупроводникового диода является *односторонняя проводимость*, поэтому диод применяется для *выпрямления переменного тока*.

Транзистор, в отличие от диода, состоит из трёх полупроводников с чередующимися типами проводимости. Эти элементы транзистора называются *эмиттер*, то есть испускатель, *база* (основание), и *коллектор*, то есть приёмник. На рисунке 31 приведена схема включения транзистора $p-n-p$ -типа с общей базой.

Следует выполнять следующие правила включения транзистора: 1) переход эмиттер – база должен быть включён в прямом, или пропускающем направлении; 2) толщина базы должна значительно уступать длине свободного пробега носителей тока; 3) переход база – коллектор должен быть включён в обратном, или запирающем направлении для основных носителей базы и коллектора.

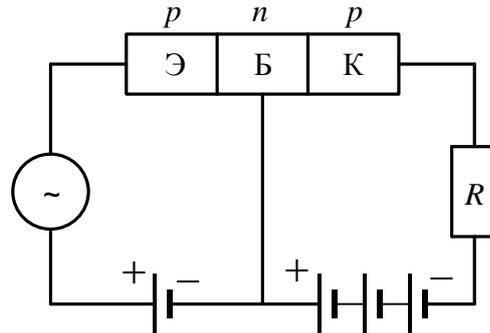


Рисунок 31 - Схема включения транзистора $p-n-p$ -типа с общей базой

Принцип действия транзистора основан на транзите, то есть свободном движении носителей тока через базу, и состоит в следующем. Под действием управляющего напряжения в цепи эмиттера основные носители, в данном случае это дырки, переходят в базу. Поскольку переход эмиттер – база открыт, то даже малые изменения напряжения в цепи эмиттера $\Delta U_{\text{э}}$, вызывают значительные изменения силы тока $\Delta I_{\text{э}}$. Толщина базы мала, поэтому практически все носители тока, перешедшие из эмиттера в базу, без потерь достигают перехода база – коллектор. Для этих носителей (дырок в рассматриваемом случае) переход база – коллектор открыт, поэтому дырки без потерь проникают в коллектор. Основные носители базы и коллектора не могут преодолеть переход, который для них закрыт. Следовательно, ток в цепи коллектора создаётся только частицами, пришедшими транзитом через базу из эмиттера, поэтому выполняется равенство $\Delta I_{\text{к}} = \Delta I_{\text{э}}$. Ток, созданный в коллекторе, приводит к падению напряжения на нагрузке в цепи коллектора. В соответствии с законом Ома для участка цепи, изменение напряжения в цепи коллектора равно $\Delta U_{\text{к}} = R \Delta I_{\text{к}}$. Поскольку активное сопротивление нагрузки в цепи коллектора R велико, то выполняется неравенство

$$\Delta U_{\text{к}} \gg \Delta U_{\text{э}}, \quad (14.8)$$

где $\Delta U_{\text{э}}$ и $\Delta U_{\text{к}}$ - изменения напряжения в цепи эмиттера и коллектора.

Таким образом, с помощью рассмотренной схемы осуществляется усиление напряжения. Этот результат достигается благодаря действию источника в цепи коллектора, который обеспечивает запирающее напряжение на переходе база - коллектор. При схеме включения транзистора с общим эмиттером осуществляется усиление тока. Следовательно, основным

назначением транзистора является усиление переменного тока и напряжения.

Репозиторий ГГУ им. Ф. Скорины

15 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ

Как было отмечено в разделе 13, электроны проводимости в металле в некотором приближении можно рассматривать как электронный газ, находящийся в тепловом равновесии с кристаллической решёткой. При этом распределение электронов по энергетическим уровням описывается статистикой Ферми – Дирака. В соответствии с формулой (13.3), при абсолютной температуре, превышающей абсолютный нуль ($T \neq 0$), электроны проводимости постепенно заполняют энергетические состояния, лежащие выше уровня Ферми μ . Следовательно, становится возможным выход электронов за пределы металла. Поскольку электроны покидают металл, он приобретает положительный заряд, и электроны, вышедшие за пределы металла, испытывают притяжение к поверхности металла. Поэтому испущенные электроны могут покоиться вблизи поверхности металла. Пусть E_0 - энергия электрона, покоящегося вне металла вблизи его поверхности. Тогда величина

$$\Phi = E_0 - \mu \quad (15.1)$$

называется *работой выхода электрона*. Уровень Ферми μ задаёт максимальную энергию электронов в металле при $T = 0$. Поэтому работа выхода электрона - это минимальная энергия, которая необходима электрону для выхода за пределы металла. Процесс испускания электронов металлом вследствие нагревания называется *термоэлектронной эмиссией*. В результате выхода электронов за пределы металла вблизи его поверхности может образоваться так называемое *электронное облако, или пространственный заряд*.

Благодаря термоэлектронной эмиссии становится возможным электрический ток в вакууме, который можно изучать, например, с помощью вакуумного диода. *Вакуумный диод* представляет собой пустотную электронную лампу с двумя электродами, внутри которого содержится сильно разреженный газ. Один из электродов, *катод* соединён с отрицательным полюсом внешнего источника и нагревается с помощью нити накала. Другой электрод, *анод* подключён к положительному полюсу внешнего источника. Нагретый катод испускает электроны, которые под действием электрического поля движутся к аноду.

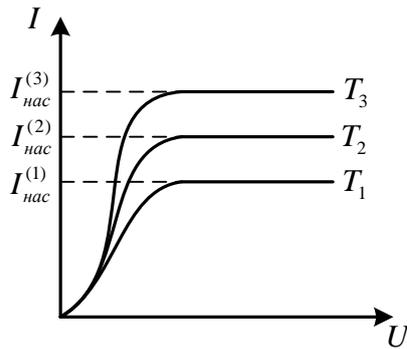


Рисунок 32 - Зависимость тока в вакуумном диоде от анодного напряжения при различных температурах катода

На рисунке 32 представлены вольт-амперные характеристики вакуумного диода при различных температурах катода, удовлетворяющих неравенству $T_1 < T_2 < T_3$. При больших анодных напряжениях возникает насыщение тока, обусловленное тем, что все испускаемые катодом электроны достигают анода. При этом сила тока не может быть увеличена с помощью возрастающего анодного напряжения. Эффект насыщения тока показан на рис.32 горизонтальными участками кривых. Возрастание плотности тока насыщения $j_{нас.}$ при нагревании катода описывается **формулой Ричардсона - Дешимена**

$$j_{нас.} = AT^2 \exp\left(-\frac{\Phi}{kT}\right), \quad (15.2)$$

где

$$j_{нас.} = \frac{I_{нас.}}{S_{кат.}}, \quad (15.3)$$

$I_{нас.}$ - сила тока насыщения;

$S_{кат.}$ - площадь катода;

A - постоянная, зависящая от рода металла;

Φ - работа выхода электрона из металла;

k - постоянная Больцмана;

T - абсолютная температура катода.

При небольших напряжениях, вдали от тока насыщения, зависимость тока I от анодного напряжения U подчиняется закону **Богуславского - Ленгмюра**, или закону «трёх вторых»:

$$I = BU^{\frac{3}{2}}, \quad (15.4)$$

где B - константа, определяемая геометрическими характеристиками диода.

Нелинейная зависимость между током и напряжением и, следовательно, невыполнение закона Ома являются результатом влияния пространственного заряда, сосредоточенного вблизи катода.

Чтобы понять, почему ток в вакуумном диоде подчиняется закону «трёх вторых», а не закону Ома, рассмотрим одномерную модель движения электронов внутри диода (рисунок 33). В рамках такого приближённого рассмотрения можно считать, что напряжённость электрического поля \vec{E} , плотность тока \vec{j} , а также другие физические величины зависят только от координаты x (ось x направлена перпендикулярно поверхности электродов).

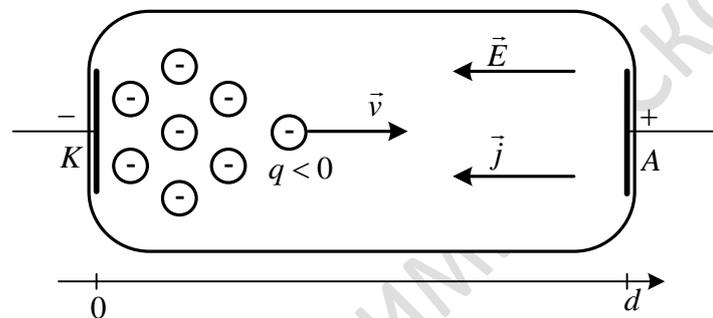


Рисунок 33 - Одномерная модель движения электронов внутри вакуумного диода

Используя закон Кулона в дифференциальной форме (2.10) и соотношение между напряжённостью и потенциалом поля (3.5), можно получить **уравнение Пуассона**

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (15.5)$$

где φ - скалярный потенциал электрического поля;

ρ - объёмная плотность электрического заряда;

ε_0 - электрическая постоянная.

Объёмную плотность электрического заряда ρ можно представить в виде

$$\rho = -Ne, \quad (15.6)$$

где N - концентрация электронов в пространстве между катодом и анодом,

e - элементарный электрический заряд.

Электроны, испускаемые катодом при его нагревании, под действием электрического поля ускоренно движутся к аноду, при этом выполняется **закон сохранения энергии**

$$\frac{mv^2(x)}{2} = e\varphi(x), \quad (15.7)$$

где m - масса электрона;

$v(x)$ - скорость электрона, зависящая от координаты x .

При записи формулы (15.7) мы пренебрегаем тепловыми скоростями, с которыми электроны покидают поверхность катода. Кроме того, учтено **условие нормировки потенциала**

$$\varphi(0) = 0. \quad (15.8)$$

Это условие является аналогичным соотношению (3.6) и означает, что потенциал катода принят равным нулю. Начало отсчёта координаты x совмещено с катодом.

Предполагаем, что распределение пространственного заряда внутри вакуумного диода является стационарным, то есть $\rho(t) = const$. Используя закон сохранения электрического заряда в дифференциальной форме (10.9), получаем соотношение

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0, \quad (15.9)$$

где j - плотность электрического тока.

Уравнение (15.9) означает, что плотность тока не зависит от координаты x :

$$j = const. \quad (15.10)$$

Из формулы (15.10) следует довольно важный вывод: по мере движения к аноду электроны ускоряются, однако их концентрация при этом уменьшается. В результате, в соответствии с соотношением (10.2), плотность тока остаётся постоянной для любой координаты x .

Решая уравнение Пуассона (15.5) с учётом формул (15.6) – (15.10), приходим к дифференциальному уравнению, которому удовлетворяет потенциал электростатического поля:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{\alpha}{\sqrt{\varphi}}, \quad (15.11)$$

где $\alpha = \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}$ - постоянная величина.

В результате решения уравнения (15.11) получаем закон Богуславского – Ленгмюра (15.4). Необходимым условием выполнения закона «трёх вторых» (15.4) является соотношение

$$E(0) = 0. \quad (15.12)$$

Электрическое поле внутри вакуумного диода является суперпозицией анодного поля \vec{E}_a и поля \vec{E}' , создаваемого пространственным зарядом:

$$\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}'. \quad (15.13)$$

Векторы напряжённостей этих полей вблизи поверхности катода, то есть при $x \rightarrow 0$, направлены взаимно противоположно. Поэтому условие (15.12) означает, что вблизи поверхности катода анодное поле полностью компенсируется полем пространственного заряда. Следовательно, электроны, испускаемые катодом, не испытывают действия электрического поля и могут находиться в равновесном состоянии вблизи поверхности катода.

Таким образом, пространственный заряд сильно изменяет электрическое поле внутри диода, и это поле становится неоднородным. По этой причине закон Ома для диода не выполняется, и прохождение тока внутри диода описывается законом «трёх вторых».

Трёхэлектродная лампа, или **триод**, отличается тем, что внутрь лампы введён дополнительный металлический электрод. Обычно его изготавливают в виде проволочной спирали и располагают между катодом и анодом. Этот дополнительный электрод называется **сеткой**, он предназначен для управления током в лампе. Изменяя потенциал сетки, можно эффективно влиять на пространственный заряд, существующий внутри лампы, и в результате управлять током анода. Поскольку масса электронов очень мала, то триод практически не проявляет инерции, и его управляющее действие сохраняется даже при очень быстрых изменениях потенциала сетки. Управляющее действие сетки лежит в основе использования триодов в качестве усилителей электрических сигналов и переменных токов.

16 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ И ЖИДКОСТЯХ. ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОЛИЗА ФАРАДЕЯ

Электрический ток в газах называется *газовым разрядом*. Газовый разряд бывает *самостоятельным и несамостоятельным*. Несамостоятельный газовый разряд не может существовать без внешнего ионизатора, который создаёт в газе свободные носители заряда. Для наблюдения газового разряда используется стеклянная трубка, в которой предварительно создаётся высокий вакуум, то есть другие газы из неё удаляются. Исследуемый газ вводится в трубку при низком давлении. По мере возрастания электрического напряжения, приложенного к газоразрядной трубке, сила электрического тока сначала увеличивается, но потом достигает предельного значения, или *тока насыщения*. Возникновение тока насыщения означает, что все свободные ионы и электроны, образуемые в газе внешним ионизатором, участвуют в создании тока и достигают электродов газоразрядной трубки. При дальнейшем увеличении электрического напряжения может возникнуть самостоятельный газовый разряд, который может поддерживаться без внешнего ионизатора. В этом случае свободные электроны, существующие в газе, сильно разгоняются электрическим полем за время свободного пробега. При столкновении электрона с атомом газа может происходить ионизация атома, в результате которой образуются новые свободные носители заряда. Следовательно, возникает электронная лавина, и необходимость во внешнем ионизаторе газа отпадает. Условие ионизации атома можно записать в виде

$$eEl \geq W_{\text{ион}}, \quad (16.1)$$

где e - заряд электрона;

E - напряжённость электрического поля в газоразрядной трубке;

l - длина свободного пробега электрона;

$W_{\text{ион}}$ - энергия ионизации атома.

В левой части неравенства (16.1) записана работа, совершаемая электрическим полем над электроном во время его свободного пробега.

Кроме процесса ионизации атомов газа быстрыми свободными электронами, или объёмной ионизации, возможна также поверхностная ионизация катода. Она заключается в возникновении вторичной электронной эмиссии с катода под действием бомбардировки положительными ионами, которые приобрели высокую энергию при своём упорядоченном движении к катоду в электрическом поле. Одновременное существование и объёмной, и поверхностной ионизации имеет важное значение для осуществления самостоятельного разряда. Возможны также и другие процессы, например, испускание электронов с катода, вызванное излучением самого разряда (фотоэлектрический эффект). Кроме того, свободные электроны,

поддерживающие лавину, могут появляться в газе при соударении атомов с положительными ионами или вследствие фотоионизации.

Выделяют четыре основных типа газового разряда: *искровой, тлеющий, дуговой и коронный*.

Необходимым условием искрового разряда является высокое электрическое напряжение, такой разряд наблюдается в воздухе в электрических полях, близких к однородному полю.

Для тлеющего разряда характерно низкое давление газа, при котором длина свободного пробега электронов l является значительной, что обеспечивает выполнение условия (16.1).

Дуговой разряд происходит при очень малом сопротивлении разрядного промежутка. При этом сила тока является очень большой, достигая десятков и сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке понижается до нескольких десятков вольт. Электрическую дугу при атмосферном давлении обычно получают с помощью специальных угольных электродов. Чтобы осуществить дуговой разряд, необходима высокая температура отрицательного электрода. При этом возникает интенсивная термоэлектронная эмиссия с этого электрода, которая является основной причиной ионизации газа, в результате газ в дуге приобретает высокую электропроводность.

Необходимым условием коронного разряда является наличие сильно неоднородного электрического поля. Такое поле можно получить, используя электроды, поверхности которых сильно различаются по форме и размерам. Один из электродов должен иметь поверхность с очень малым радиусом кривизны. Вблизи этого электрода напряжённость электрического поля сильно возрастает, и образуется область ионизированного газа. Часть энергии, приобретаемой свободными электронами в электрическом поле, выделяется в виде света. Это приводит к возникновению светящейся короны вблизи выпуклого электрода с сильно искривлённой поверхностью.

Во всех случаях в области газового разряда образуется частично или полностью ионизированный газ, или *плазма*.

Рассмотрим также электропроводность жидкостей. Электрический ток в жидкостях возможен благодаря *диссоциации*, то есть распаду их молекул на ионы. В *электролитах*, которые представляют собой растворы солей, кислот или щелочей в воде, такая диссоциация молекул растворенного вещества происходит под действием электрического поля молекул воды. В разделе 9 мы в качестве примера электрического взаимодействия молекул приводили электролитическую диссоциацию. Вследствие этого процесса молекулы растворённого вещества существуют в электролите в виде положительно и отрицательно заряжённых ионов. Под действием электрического поля отрицательный ион попадает на анод, передаёт аноду свой отрицательный заряд, в результате чего один или несколько электронов (в зависимости от заряда иона) проходят по внешней цепи. При этом ион ста-

новится нейтральным атомом или молекулой и выделяется на аноде. Аналогично положительный ион достигает катода, где приобретает один или несколько недостающих электронов, становится нейтральным атомом или молекулой и выделяется на катоде.

Таким образом, прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением вещества на электродах. Этот процесс называется *электролизом* и подчиняется *законам Фарадея*. В соответствии с первым законом электролиза, масса m выделившегося вещества прямо пропорциональна электрическому заряду q , прошедшему через раствор:

$$m = kq, \quad (16.2)$$

где k - электрохимический эквивалент.

Второй закон электролиза гласит, что электрохимический эквивалент вещества пропорционален его химическому эквиваленту, то есть отношению атомной массы вещества M к валентности Z :

$$k = \frac{1}{F} \frac{M}{Z}, \quad (16.3)$$

где F - постоянная Фарадея.

Законы электролиза можно объяснить, учитывая атомистическое строение вещества и *дискретность электрического заряда*. Поскольку каждый ион имеет заряд Ze , то количество выделившихся ионов равно

$$n = \frac{q}{Ze}. \quad (16.4)$$

С другой стороны, количество ионов выделившегося вещества можно представить в виде

$$n = \frac{m}{M} N_A, \quad (16.5)$$

где N_A - число Авогадро.

Приравняв выражения для n (16.4) и (16.5), получаем обобщенный закон электролиза

$$m = \frac{Mq}{ZeN_A}. \quad (16.6)$$

Из сравнения формул (16.2), (16.3) и (16.6) следует выражение для постоянной Фарадея

$$F = N_A e . \quad (16.7)$$

Используя соотношение (16.7), можно показать, что электрические заряды ионов различных веществ кратны некоторому элементарному заряду. Такой вывод о дискретности электрического заряда в 1881 г. сделали Гельмгольц и Стоней.

Явление электролиза интересно, в частности, тем, что находится на стыке электричества и молекулярной физики. Электролиз находит практическое применение в промышленности при нанесении защитных покрытий, например, хромировании и никелировании деталей автомобилей.

Репозиторий ГГУ им. Ф. Скорины

17 СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. СИЛА ЛОРЕНЦА И СИЛА АМПЕРА

Электрические явления в природе тесно связаны с магнитными явлениями. *Магнитные взаимодействия* были впервые обнаружены и изучены с помощью постоянных магнитов. Затем было установлено, что проводник с током создаёт силы, действующие на магнитную стрелку. В свою очередь, магниты действуют на проводники, по которым идёт электрический ток. Подобным образом взаимодействуют и два проводника с током.

Современная физика объясняет все магнитные явления как следствие существования *магнитного поля*, которое обладает рядом физических свойств. Теорию магнетизма можно построить на основе двух экспериментальных фактов: 1) движущиеся заряды создают магнитное поле; 2) магнитное поле действует на движущиеся заряды. Таким образом, при взаимодействии движущихся зарядов проявляется не только кулоновская сила, но и сила другой природы, называемая магнитной.

Сначала будем изучать магнитные взаимодействия в вакууме, а затем перейдём к рассмотрению магнитных свойств вещества.

На движущуюся частицу с зарядом q со стороны магнитного поля действует *сила Лоренца*

$$\vec{F}_l = q[\vec{v} \vec{B}], \quad (17.1)$$

где \vec{v} - скорость движения заряжённой частицы;

\vec{B} - *вектор индукции магнитного поля*;

квадратные скобки обозначают векторное произведение.

Индукция является силовой характеристикой магнитного поля, и этот факт отражён в формуле (17.1). Единицей измерения магнитной индукции является *Тесла* (Тл).

Модуль силы Лоренца можно вычислить по формуле (12.7).

Направление силы Лоренца таково, что она образует правую тройку векторов с векторами \vec{v} и \vec{B} в случае движения положительно заряжённой частицы. Если движущаяся частица имеет отрицательный заряд, то сила Лоренца образует левую тройку векторов с векторами \vec{v} и \vec{B} . Например, на рисунке 34 сила Лоренца приложена к движущейся частице и направлена к нам перпендикулярно плоскости рисунка.

Таким образом, сила Лоренца всегда перпендикулярна вектору скорости заряда, поэтому работы над зарядом не совершает. Поэтому в постоянном магнитном поле энергия движущейся заряжённой частицы не изменяется.

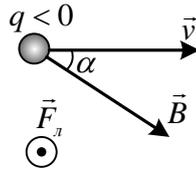


Рисунок 34 - Сила Лоренца, действующая на движущуюся заряженную частицу в магнитном поле

Сила, действующая со стороны магнитного поля на элемент проводника с током, называется **силой Ампера**. В случае объемных токов сила Ампера равна

$$d\vec{F}_A = [\vec{j}\vec{B}]dV, \quad (17.2)$$

где \vec{j} - вектор плотности тока,

dV - рассматриваемый элемент объема проводника.

Формулу (17.2) можно получить из (17.1), если учесть, что в любом физически малом элементе объема проводника dV содержится $dn = NdV$ свободных заряженных частиц, и плотность тока определяется соотношением (10.2). То есть силу Ампера, действующую на элемент проводника с током, можно получить в результате суммирования сил Лоренца, действующих на все движущиеся свободные заряды в рассматриваемом элементе объема проводника.

Для перехода от объемных токов к линейным, текущим по тонким проводникам, необходимо произвести замену в выражении для силы Ампера (17.2)

$$\vec{j}dV \rightarrow I d\vec{l}, \quad (17.3)$$

где I - сила тока;

$d\vec{l}$ - линейный элемент проводника.

Направление вектора $d\vec{l}$ всегда выбирается совпадающим с направлением тока, то есть направлением движения положительно заряженных частиц.

Используя формулу (17.2) и правило перехода (17.3), получаем, что сила Ампера, действующая на линейный проводник с током, равна

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}\vec{B}]. \quad (17.4)$$

Модуль силы Ампера равен

$$dF_A = IdlB \sin \alpha , \quad (17.5)$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Направление силы Ампера можно определить с помощью **правила левой руки**. Для этого четыре пальца необходимо расположить вдоль направления тока, вектор магнитной индукции должен быть направлен в ладонь, тогда отогнутый под прямым углом большой палец покажет направление силы Ампера.

Репозиторий ГГУ им. Ф. Скоринны

18 ЗАКОН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТОКА

Закон взаимодействия элементов тока играет в магнетизме такую же роль, как закон Кулона в электростатике.

Формулу для силы взаимодействия элементов тока, находящихся в вакууме, можно записать в следующем виде:

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 [I_1 d\vec{l}_1 \vec{r}_{12}]}{r_{12}^3}, \quad (18.1)$$

где $d\vec{F}_{12}$ - сила, с которой элемент тока $I_1 d\vec{l}_1$ действует на элемент тока $I_2 d\vec{l}_2$;

\vec{r}_{12} - радиус-вектор, проведенный от первого элемента тока ко второму;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ - магнитная постоянная.

Сила, с которой второй элемент тока действует на первый, определяется аналогичным выражением, после взаимной замены в формуле (18.1) индексов $1 \leftrightarrow 2$.

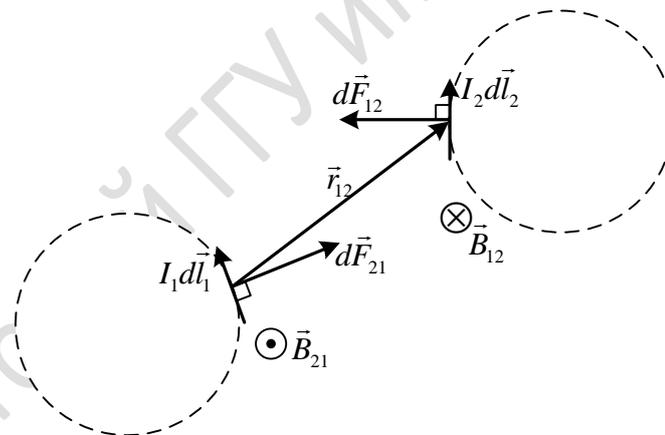


Рисунок 35 - Направление сил взаимодействия элементов тока

Из формулы (18.1) следует, что $d\vec{F}_{12} \neq -d\vec{F}_{21}$, то есть при взаимодействии неколлинеарных элементов тока не выполняется третий закон Ньютона. Такой же вывод можно сделать и на основании рисунка 35. Однако такое нарушение третьего закона Ньютона является кажущимся, так как в рамках магнитостатики мы рассматриваем постоянные токи, которые могут существовать только в замкнутых контурах. Линейные элементы тока мы искусственно выделяли при записи формулы (18.1) как части замкнутых токов. Вычисления показывают, что при взаимодействии любых замкнутых токов третий закон Ньютона выполняется.

Взаимодействию токов может быть дана **полевая трактовка**, при этом магнитное взаимодействие можно представить в виде двух стадий:

1) элемент тока $I_1 d\vec{l}_1$ создает в окружающем пространстве магнитное поле с индукцией

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[I_1 d\vec{l}_1 \vec{r}]}{r^3}, \quad (18.2)$$

где \vec{r} - радиус-вектор, проведенный от элемента тока $I_1 d\vec{l}_1$ в точку пространства, где определяется магнитное поле.

2) на произвольный элемент тока $I d\vec{l}$, находящийся в магнитном поле, действует **сила Ампера**

$$d\vec{F} = [I d\vec{l} \vec{B}], \quad (18.3)$$

где \vec{B} - индукция магнитного поля в точке нахождения элемента тока $I d\vec{l}$.

Формула (18.2) выражает закон **Био – Савара**.

Сущность полевой трактовки магнитного взаимодействия состоит в том, что магнитное поле рассматривается как материальный объект, который играет роль посредника при взаимодействии токов.

Опыт показывает, что для магнитных полей, так же как и для электрических, выполняется **принцип суперпозиции** (принцип наложения): индукция магнитного поля, создаваемого несколькими движущимися зарядами или токами в произвольной точке пространства, равна векторной сумме индукций всех полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности. Принцип суперпозиции можно записать в следующем виде:

$$\vec{B} = \sum_{k=1}^N \vec{B}_k. \quad (18.4)$$

Это значит, что магнитные поля складываются, не искажая друг друга. Каждое слагаемое в формуле (18.4) не зависит от наличия или отсутствия других полей.

На рисунке 35 показано направление вектора индукции магнитного поля \vec{B}_{12} , создаваемого первым круговым током вблизи второго тока. На этом же рисунке \vec{B}_{21} - вектор индукции магнитного поля, создаваемого вторым круговым током вблизи первого тока.

Как и любое другое векторное поле, магнитное поле можно наглядно представить с помощью **линий вектора \vec{B}** . Эти линии проводят обычным способом, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направле-

нием вектора \vec{B} , а густота линий в данной области пространства была бы пропорциональна модулю вектора магнитной индукции.

С помощью закона Био - Савара (18.2) можно вычислить **индукцию магнитного поля прямого бесконечного проводника с током**:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \quad (18.5)$$

где I - сила тока в проводнике;

R - расстояние от проводника до точки пространства, в которой определяется магнитное поле.

Линии индукции магнитного поля имеют вид концентрических окружностей, центр которых лежит на оси проводника. Линии вектора \vec{B} образуют с направлением тока правовинтовую систему (рисунок 36).

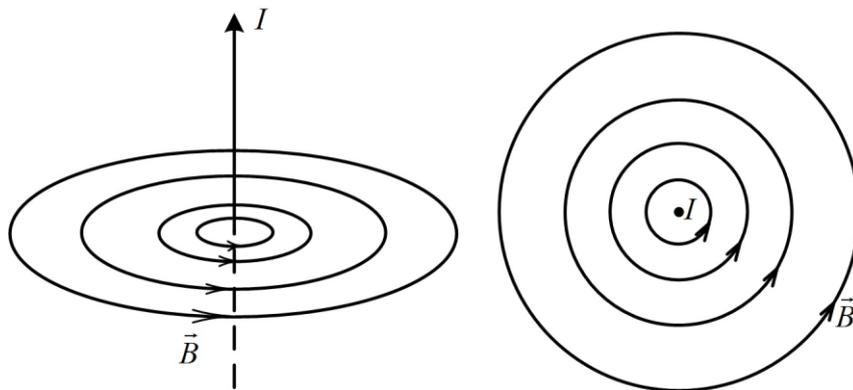


Рисунок 36 - Линии индукции магнитного поля прямого бесконечного проводника с током

На основании магнитного взаимодействия токов можно определить **единицу силы тока - ампер**, являющуюся четвертой основной единицей системы СИ. Рассмотрим два бесконечно длинных параллельных проводника с током. С помощью формул (18.3) и (18.5) можно вычислить силу dF , действующую на отрезок длины dl второго проводника со стороны первого проводника:

$$dF = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi R} dl, \quad (18.6)$$

где I_1 и I_2 - силы тока в первом и втором проводнике;

R - расстояние между проводниками.

Теперь можно дать определение: один ампер – сила постоянного тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и пренебрежимо малой площади поперечного сечения,

расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длины 1 м силу магнитного взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}\text{ Н}$.

Если рассмотреть направление силы магнитного взаимодействия двух прямых бесконечных проводников с током, параллельных друг другу, то можно показать, что одинаково направленные токи притягиваются, а противоположно направленные токи отталкиваются. Аналогично взаимодействуют два круговых тока, проходящих в параллельных плоскостях, если центры контуров лежат на одной оси. Если эти круговые токи имеют одинаковое направление, то между ними действует сила притяжения. При взаимно противоположном направлении двух круговых токов они отталкиваются.

С помощью закона Био - Савара (18.2) можно рассмотреть взаимодействие не только линейных, но и объёмных токов, а также отдельных точечных заряженных частиц. Для этого в соотношении (18.2) необходимо произвести замену

$$I d\vec{l} \rightarrow \vec{j} dV, \quad (18.7)$$

которая является обратной по отношению к (17.3). В результате закон Био-Савара (18.2) принимает следующий вид:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j}\vec{r}]}{r^3} dV, \quad (18.8)$$

где \vec{r} - радиус-вектор, проведенный от объёмного элемента тока $\vec{j}dV$ в точку пространства, где определяется магнитное поле.

Подставим в (18.8) выражение для плотности тока (10.2) и затем разделим на число движущихся заряженных частиц $dn = NdV$ в физически малом объёме dV , где N - концентрация частиц. В итоге находим индукцию магнитного поля точечной частицы с зарядом q , движущейся с постоянной нерелятивистской скоростью \vec{v} :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}. \quad (18.9)$$

Напряжённость электрического поля \vec{E} точечной заряженной частицы, движущейся с нерелятивистской скоростью, описывается таким же соотношением (1.6), как и для покоящейся частицы. Следовательно, выражение (18.9) можно представить следующим образом:

$$\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 [\vec{v} \vec{E}] = \frac{1}{c^2} [\vec{v} \vec{E}], \quad (18.10)$$

где $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с - *скорость света в вакууме*, относящаяся к фундаментальным физическим константам и удовлетворяющая соотношению

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (18.11)$$

Используя формулу (18.10), можно сравнить силы электрического и магнитного взаимодействий движущихся заряженных частиц. Рассмотрим две точечные частицы, имеющие одинаковый заряд q и в некоторый момент времени движущиеся параллельно друг другу с одинаковой нерелятивистской скоростью \vec{v} . С помощью формул (1.5) и (17.1) находим отношение сил магнитного и электрического взаимодействий частиц

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{vB}{E}, \quad (18.12)$$

где B и E - индукция магнитного и напряжённость электрического полей, создаваемых первой частицей в точке нахождения второй частицы.

Учитывая (18.10), получаем

$$\frac{F_m}{F_e} = \left(\frac{v}{c}\right)^2, \quad (18.13)$$

то есть при нерелятивистских скоростях магнитная сила значительно уступает по величине электрической силе взаимодействия точечных заряженных частиц.

Казалось бы, формула (18.13) применима и при анализе взаимодействия токов в проводах, ведь скорость дрейфа электронов проводимости в металлах, согласно (12.3), является нерелятивистской и имеет порядок $v \sim 10^{-4}$ м/с, при этом выполняется соотношение $v^2/c^2 \sim 10^{-24}$.

Однако при взаимодействии электрических токов, проходящих по проводам, главную роль играет магнитная сила. Так происходит потому, что провода являются электрически нейтральными с высокой степенью точности, и результирующая электрическая сила взаимодействия проводов близка к нулю. Хотя на проводах могут существовать избыточные заряды, но они пренебрежимо малы по сравнению с суммарным зарядом носителей тока. Поскольку концентрация электронов проводимости в металлах является очень высокой (см. соотношение (4.3)), сила магнитного взаимодействия токов выступает на первый план.

19 ЗАКОН ПОЛНОГО ТОКА

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме можно сформулировать в следующем виде:

$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (19.1)$$

где \vec{B} - вектор индукции магнитного поля;

(L) - произвольный замкнутый контур;

$d\vec{l}$ - элемент контура (L) ;

I - суммарный электрический ток, охватываемый контуром.

Закон полного тока (19.1) называют также **теоремой о циркуляции вектора индукции магнитного поля \vec{B} в вакууме**. Эта теорема утверждает, что циркуляция вектора индукции магнитного поля \vec{B} по произвольному замкнутому контуру (L) не зависит от формы контура и пропорциональна суммарному току I , который охватывается контуром. Полный ток I равен алгебраической сумме токов через поверхность, которая ограничена контуром (L) :

$$I = \sum_k (\pm) I_k. \quad (19.2)$$

При этом сила тока I_k берется со знаком "+", если направление обхода контура и направление тока связаны правилом правого винта, и со знаком "-" в противоположном случае. Например, для случая, показанного на рисунке 37, имеем

$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 - I_3 + I_6 + I_8). \quad (19.3)$$

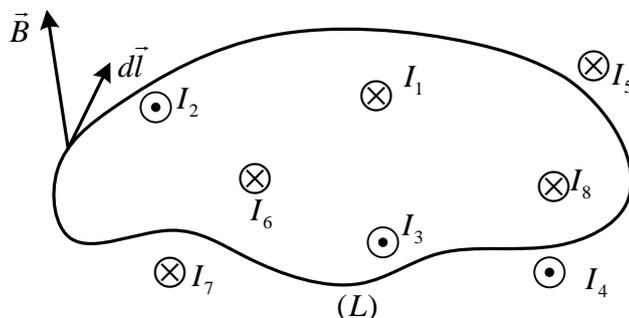


Рисунок 37 - Вычисление циркуляции вектора магнитной индукции по замкнутому контуру

Для объёмных токов закон полного тока имеет вид

$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S} , \quad (19.4)$$

где \vec{j} - плотность тока через поверхность (S) ;

замкнутый контур (L) является границей поверхности (S) .

Используя формулу (19.4) и теорему Стокса (3.3), можно получить **закон полного тока в дифференциальной форме**

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} , \quad (19.5)$$

где \vec{j} - вектор плотности тока.

Из соотношений (19.1) и (19.5) следует, что в вакууме линии вектора индукции магнитного поля \vec{B} замкнуты в пространстве, при этом они охватывают электрические токи, образуя с ними правовинтовую систему.

Закон полного тока (19.1) упрощает вычисление магнитных полей в случаях, когда электрические токи распределены в пространстве симметричным образом (см. раздел 37). Выбрав удачно форму контура и сделав предположение о направлении вектора магнитной индукции, можно свести вычисление циркуляции вектора \vec{B} к произведению модуля B на длину контура или его участка. Затем можно вычислить значение B на основании формулы (19.1). Например, выражение для индукции магнитного поля прямого бесконечного проводника с током (18.5) можно получить с помощью закона полного тока (19.1). Для этого в качестве замкнутого контура (L) , охватывающего ток, необходимо выбрать окружность, центр которой лежит на проводнике с током.

20 ВИХРЕВОЙ ХАРАКТЕР МАГНИТНОГО ПОЛЯ

На основании закона Био – Савара (18.2) можно показать, что для индукции магнитного поля \vec{B} справедливо соотношение

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0, \quad (20.1)$$

которое означает, что магнитное поле имеет *вихревой характер*, то есть линии индукции магнитного поля являются замкнутыми. Иначе говоря, линии \vec{B} непрерывны, они не имеют ни начала, ни конца. На вихревой характер магнитного поля указывают также соотношения (19.1) и (19.5).

Используя теорему Остроградского – Гаусса (2.7), соотношение (20.1) можно записать также в интегральной форме:

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (20.2)$$

Таким образом, поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность (S) равен нулю (рисунок 38).

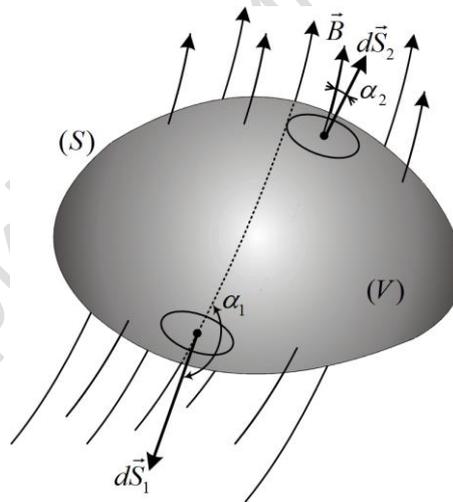


Рисунок 38 - Поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность

Следовательно, между электростатическим полем и магнитным полем существует важное различие. Силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на электрических зарядах. В то же время, как показывают физические эксперименты, в природе не существует *магнитных зарядов*, которые являлись бы источниками магнитного поля.

Опыт показывает, что магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами, и линии индукции \vec{B} замкнуты в пространстве, при этом они охватывают электрические токи.

Соотношения (20.1) и (20.2) называются *условием соленоидальности* магнитного поля.

Магнитное поле можно описать также с помощью *векторного потенциала* \vec{A} , связанного с вектором магнитной индукции \vec{B} следующим образом:

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}. \quad (20.3)$$

Векторный потенциал является неоднозначной величиной, определяемой с точностью до градиента другой произвольной скалярной функции. Для устранения неоднозначности векторного потенциала магнитного поля используется дополнительное *условие калибровки*

$$\text{div}\vec{A} = 0. \quad (20.4)$$

Векторный потенциал магнитного поля, создаваемого объемным током, можно определить по формуле

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(V)} \frac{\vec{j}}{r} dV, \quad (20.5)$$

где \vec{j} - плотность тока;

(V) - область, в которой существует электрический ток и в пределах которой производится интегрирование;

\vec{r} - радиус-вектор, проведенный от элементарного объема dV в точку, в которой определяется векторный потенциал.

Векторный потенциал магнитного поля в случае линейного тока имеет вид

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{(L)} \frac{Id\vec{l}}{r}, \quad (20.6)$$

где контуром интегрирования является замкнутый линейный ток.

Введение векторного потенциала \vec{A} оправдано тем, что во многих случаях вычисление интегралов, входящих в формулы (20.5) и (20.6) и последующее определение вектора \vec{B} по формуле (20.3) является более простой математической задачей, чем непосредственное вычисление \vec{B} на основании закона Био - Савара (18.2).

21 ПОЛЕ И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ЗАМКНУТОГО ТОКА

Магнитным моментом элементарного замкнутого тока называется вектор

$$\vec{m} = I\vec{S}, \quad (21.1)$$

где I - сила тока;
модуль вектора \vec{S} равен площади контура, обтекаемого током;
направление вектора \vec{S} связано с направлением тока правилом правого винта (рисунок 39).

При записи формулы (21.1) предполагается, что контур, обтекаемый током, является плоским и имеет физически малые размеры.

Магнитный момент измеряется в единицах $A \cdot m^2$.

Магнитный момент элементарного замкнутого тока играет в магнетизме такую же роль, как электрический дипольный момент $\vec{p} = q\vec{l}$ в электричестве.

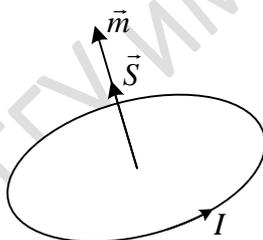


Рисунок 39 - Магнитный момент элементарного замкнутого тока

Векторный потенциал и индукцию магнитного поля, создаваемого элементарным замкнутым током на большом расстоянии от этого тока, можно определить по формулам

$$\begin{aligned} \vec{A}_m &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{m}\vec{r}]}{r^3}, \\ \vec{B}_m &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{3(\vec{m}\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right\}, \end{aligned} \quad (21.2)$$

где \vec{r} - радиус-вектор, проведённый от элементарного замкнутого тока в точку наблюдения, то есть в точку пространства, в которой определяется магнитное поле.

Формулы (21.2) справедливы на большом расстоянии от тока, то есть при выполнении неравенства $\sqrt{S} \ll r$. Это значит, что линейные размеры контура, обтекаемого током, значительно уступают расстоянию от элементарного замкнутого тока до точки наблюдения.

Из соотношения (21.2) следует зависимость векторного потенциала магнитного поля и магнитной индукции от расстояния:

$$\begin{aligned} A_m &\sim \frac{1}{r^2}, \\ B_m &\sim \frac{1}{r^3}. \end{aligned} \quad (21.3)$$

Значит, магнитное поле элементарного замкнутого тока убывает с увеличением расстояния быстрее, чем поле линейного элемента тока, которое можно вычислить с помощью формулы (20.6) и закона Био – Савара (18.2) и которое имеет следующую зависимость от расстояния:

$$\begin{aligned} A_{idl} &\sim \frac{1}{r}, \\ B_{idl} &\sim \frac{1}{r^2}. \end{aligned} \quad (21.4)$$

Более быстрая зависимость от расстояния в формулах (21.3) по сравнению с формулами (21.4) обусловлена тем, что любой замкнутый ток фактически состоит из пар противоположно направленных линейных элементов тока. Эти линейные элементы создают в окружающем пространстве, на большом расстоянии от тока, магнитные поля, которые частично компенсируют друг друга (векторы магнитной индукции этих полей приблизительно противоположны друг другу). В результате суммарное магнитное поле уменьшается быстрее при удалении от элементарного замкнутого тока, чем поле одного линейного элемента тока.

Согласно формуле (18.4), магнитное поле прямого бесконечного тока имеет следующую зависимость от расстояния между током и точкой наблюдения:

$$B_l \sim \frac{1}{r}. \quad (21.5)$$

Это поле убывает с увеличением расстояния от тока ещё медленнее, чем поле линейного элемента тока и поле элементарного замкнутого тока. Зависимость поля от расстояния (21.5) связана с тем, что рассматривается прямой бесконечный ток, неограниченный вдоль одной координатной оси.

На элементарный замкнутый ток во внешнем магнитном поле действует вращательный момент сил, который можно записать следующим образом:

$$\vec{M} = [\vec{m}\vec{B}]. \quad (21.6)$$

Модуль вращательного момента равен (рисунок 40)

$$M = mB \sin \alpha, \quad (21.7)$$

где α - угол между векторами \vec{m} и \vec{B} .

Этот вращательный момент обусловлен действием сил Ампера на противоположно направленные линейные элементы замкнутого тока.

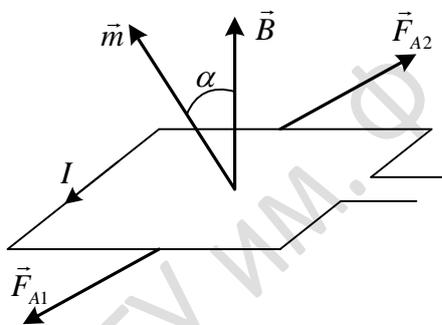


Рисунок 40 - Действие вращательного момента пары сил на рамку с током

Рисунок 40 и формула (21.7) показывают, что вектор магнитного момента \vec{m} стремится занять такое положение, при котором он совпадает по направлению с вектором индукции магнитного поля \vec{B} . В этом положении потенциальная энергия элементарного кругового тока во внешнем поле

$$W = -\vec{m}\vec{B} = -mB \cos \alpha \quad (21.8)$$

принимает минимальное значение

$$W_{\min} = -mB, \quad (21.9)$$

и вращательный момент обращается в нуль.

Рассматривая изменение направления магнитного момента во внешнем магнитном поле и используя формулы (21.6) и (21.8), можно объяснить механизмы намагничивания парамагнетиков и ферромагнетиков (см. раздел 24).

На элементарный замкнутый ток, находящийся во внешнем магнитном поле, может действовать не только вращательный момент сил (21.6), но и некоторая сила. Эта сила существует только **в неоднородном поле**, и она имеет следующий вид

$$\vec{F} = \vec{a} \left(\vec{m} \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right) + \vec{b} \left(\vec{m} \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} \right) + \vec{c} \left(\vec{m} \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \right), \quad (21.10)$$

где \vec{a} , \vec{b} , и \vec{c} - орты декартовой системы координат;
 \vec{m} - магнитный момент элементарного тока.

Формулу (21.10) можно записать также следующим образом:

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m}\vec{B}), \quad (21.11)$$

где $\vec{\nabla}$ - символический векторный дифференциальный оператор «набла».

Если магнитное поле является однородным, то силы, действующие на различные элементы замкнутого тока, взаимно компенсируются, и результирующая сила обращается в нуль.

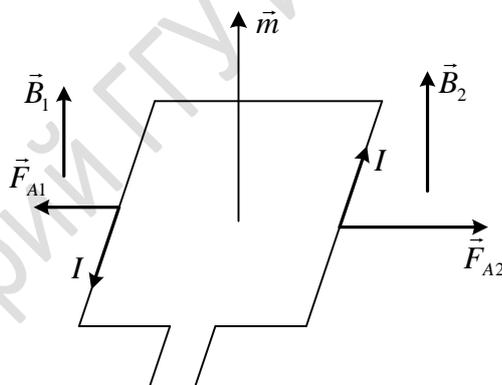


Рисунок 41 - Силы, действующие на рамку с током в неоднородном магнитном поле

На рисунке 41 показана рамка с током I , помещенная в неоднородное магнитное поле ($B_2 > B_1$). Магнитный момент данного тока совпадает по направлению с вектором индукции магнитного поля, поэтому вращательный момент сил на рамку не действует. На каждый линейный элемент тока действует сила Ампера, причем равнодействующая всех сил направлена в область более сильного магнитного поля ($F_{A2} > F_{A1}$). Если магнитный момент кругового тока противоположен по направлению вектору индукции магнитного поля, то равнодействующая всех сил Ампера направлена в область менее сильного магнитного поля.

22 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ПРИСУТСТВИИ МАГНЕТИКОВ

Магнетиками называются вещества, которые после внесения во внешнее магнитное поле тоже начинают создавать магнитное поле. Это явление называется *намагничиванием вещества*. Причина намагничивания состоит в том, что во всех веществах существуют элементарные круговые электрические токи, замыкающиеся в пределах каждого атома и молекулы, которые принято называть *молекулярными токами*. Например, электрон, связанный в атоме, при своём движении вокруг ядра может создавать элементарный круговой ток.

Пока вещество не намагничено, оно не создаёт магнитное поле. Это значит, что молекулярные токи направлены в веществе беспорядочно, и суммарное магнитное поле, создаваемое этими токами, равно нулю. Результирующий магнитный момент магнетика также равен нулю. При намагничивании вещества направление молекулярных токов становится частично или полностью упорядоченным, и в этом случае магнетик можно рассматривать как систему элементарных круговых ориентированных токов. Результирующий магнитный момент магнетика становится отличным от нуля. При этом возникает магнитное поле, порождаемое этими направленными молекулярными токами, которое, в соответствии с принципом суперпозиции (18.4), складывается с внешним магнитным полем. В итоге магнитное поле, созданное внешними источниками, в присутствии магнетика изменяется.

Состояние магнетиков характеризуется *вектором намагниченности*

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{m}_i, \quad (22.1)$$

где \vec{m}_i - магнитный момент произвольного атома;

ΔV - некоторый физически малый объём вещества;

суммирование производится для всех атомов и молекул в пределах рассматриваемого объёма ΔV .

Вектор намагниченности (22.1) характеризует объёмную плотность магнитных моментов вещества. Вектор намагниченности аналогичен вектору поляризации диэлектриков \vec{P} (5.3).

Единицей измерения вектора намагниченности является А/м.

Все токи, существующие в магнетике, можно разбить на два вида:

- 1) *свободные токи (сторонние токи, токи проводимости);*
- 2) *связанные токи (собственные токи, токи намагничивания).*

Свободные токи создаются в веществе в результате направленного движения свободных или сторонних зарядов, то есть зарядов, не принадлежащих атомам и молекулам магнетика. Это обычные токи, текущие по проводам.

В свою очередь связанные токи, как уже было отмечено, создаются движением связанных зарядов, входящих в состав атомов и молекул вещества. Это усреднённые в пространстве, сглаженные микроскопические токи, существующие в пределах атомов и молекул вещества.

Таким образом, можно записать

$$\vec{j} = \vec{j}_{связ} + \vec{j}_{своб.} \quad (22.2)$$

При этом для объёмной плотности связанных токов справедливо выражение

$$\vec{j}_{связ} = rot\vec{M}. \quad (22.3)$$

Эта формула показывает, что ротор вектора намагниченности \vec{M} равен плотности связанных токов в той же точке пространства.

Соотношение (22.3) можно записать также в интегральной форме

$$\oint_{(L)} \vec{M} d\vec{l} = I_{связ}, \quad (22.4)$$

где

$$I_{связ} = \int_{(S)} \vec{j}_{связ} d\vec{S}, \quad (22.5)$$

$I_{связ}$ - полный связанный ток сквозь поверхность (S) , ограниченную замкнутым контуром (L) .

Используя соотношение (22.3), можно доказать, что в однородно намагниченном магнетике плотность связанных токов не равна нулю только на его поверхности. В этом факте также прослеживается аналогия со свойствами диэлектриков (рисунок 10).

Соотношение (22.4) означает, что циркуляция вектора намагниченности \vec{M} по произвольному замкнутому контуру (L) равна полному связанному току $I_{связ}$, охватываемому этим контуром (рисунок 42).

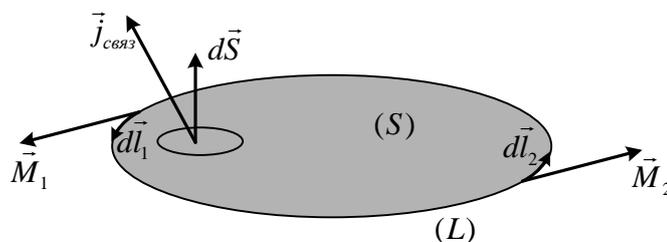


Рисунок 42 – Ориентация вектора намагниченности относительно связанных токов

Можно ввести в рассмотрение также вектор

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}. \quad (22.6)$$

Этот вектор называется **вектором напряжённости магнитного поля**. Он характеризует не только магнитное поле, но и свойства магнетика, в котором существует это поле. Вектор напряжённости \vec{H} измеряется в единицах А/м. Этот вектор выражается через объёмную плотность свободных токов следующим образом

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\text{своб.}}. \quad (22.7)$$

Формула (22.7) называется **законом полного тока для магнетиков** в дифференциальной форме. Эта формула показывает, что ротор вектора напряжённости \vec{H} равен плотности свободных токов в той же точке пространства.

Закон полного тока можно записать и в интегральном виде

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{своб.}}, \quad (22.8)$$

где

$$I_{\text{своб.}} = \int_{(S)} \vec{j}_{\text{своб.}} d\vec{S}, \quad (22.9)$$

$I_{\text{своб.}}$ - полный свободный ток сквозь поверхность (S) , границей которой является замкнутый контур (L) .

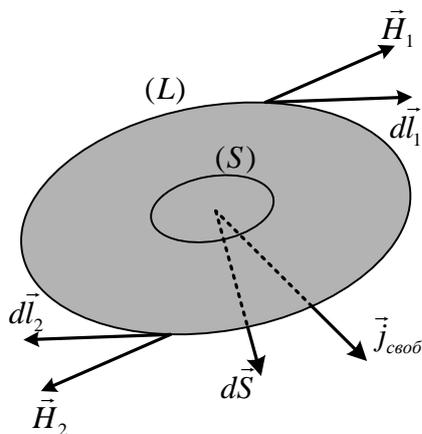


Рисунок 43 – Направление вектора напряжённости магнитного поля относительно свободных токов

Соотношение (22.8) показывает, что циркуляция вектора напряженности \vec{H} по произвольному замкнутому контуру (L) равна суммарному свободному току, охватываемому этим контуром (рисунок 43).

Векторы напряженности и намагниченности связаны соотношением

$$\vec{M} = \chi \vec{H}, \quad (22.10)$$

где χ - *магнитная восприимчивость вещества*.

Эта величина показывает, насколько сильно вещество намагничивается во внешнем поле. Следует отметить, что соотношение (22.10) является приближенным, оно справедливо для относительно слабых магнитных полей, значительно уступающим внутриатомным полям.

Для характеристики магнитных свойств вещества используется также *относительная магнитная проницаемость*

$$\mu_r = 1 + \chi. \quad (22.11)$$

Используя соотношение (22.11), можно найти связь между векторами индукции и напряженности магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}. \quad (22.12)$$

Если магнетик является однородным, то его относительная магнитная проницаемость не зависит от координат. В этом частном случае, используя совместно (22.12) и (22.7), получаем

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{j}_{\text{своб.}}. \quad (22.13)$$

Сравнивая формулу (22.13) с законом полного тока для вакуума (19.5), приходим к выводу, что величина μ_r показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в однородном безграничном веществе возрастает по сравнению с полем, которое создавали бы такие же токи в вакууме.

Отметим, что соотношение (22.13) имеет более узкую область применимости по сравнению с формулой (22.7), которая верна как для однородных, так и для неоднородных магнетиков.

23 ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ВЕКТОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Граничные условия показывают, как изменяются компоненты векторов намагниченности \vec{M} , напряжённости \vec{H} и индукции \vec{B} при переходе через границу раздела магнетиков. Необходимо отметить, что эти векторы являются взаимосвязанными, что отражено в формулах (22.10) и (22.12).

При выводе граничных условий для векторов намагниченности \vec{M} и напряжённости \vec{H} рассматривают прямоугольный контур, показанный на рис.44, построенный на границе раздела двух магнетиков с относительными магнитными проницаемостями μ_{2r} и μ_{1r} . Высота контура h пренебрежимо мала по сравнению с его длиной l , и более длинные стороны контура являются параллельными поверхности раздела двух магнетиков. Единичный вектор \vec{e} , касательный к поверхности раздела, задаёт направление обхода контура при движении в среде 2 для вычисления циркуляции вектора \vec{M} или \vec{H} . Единичный вектор \vec{n} , ортогональный к плоскости контура, образует с направлением обхода контура правовинтовую систему. Единичный вектор \vec{n} направлен от первой среды ко второй перпендикулярно к поверхности раздела магнетиков.

Предполагают, что в общем случае на поверхности раздела магнетиков могут существовать как связанные, так и свободные токи.

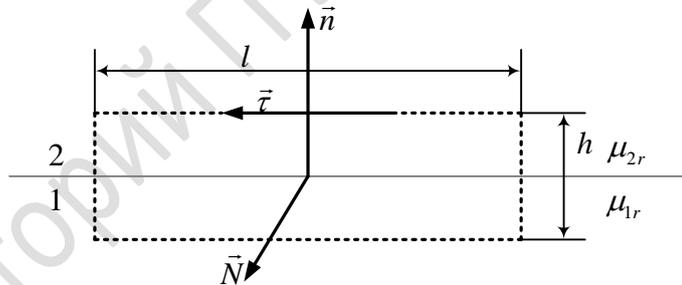


Рисунок 44 – Контур для вычисления циркуляции векторов \vec{M} и \vec{H} на границе раздела двух магнетиков

Используя соотношение (22.4) и вычисляя циркуляцию вектора \vec{M} по контуру, получаем граничное условие для вектора намагниченности

$$M_{2\tau} - M_{1\tau} = i_{\text{связ.пов.}}, \quad (23.1)$$

где $M_{2\tau} = \vec{M}_2 \vec{\tau}$ и $M_{1\tau} = \vec{M}_1 \vec{\tau}$ - тангенциальные составляющие векторов намагниченности во второй и в первой среде относительно границы раздела;

$$i_{\text{связ.пов.}} = \vec{j}_{\text{связ.}} \vec{N} h = \frac{I_{\text{связ.}}}{l} \quad (23.2)$$

есть линейная плотность поверхностного связанного тока на поверхности раздела;

$\vec{j}_{\text{связ.}}$ - плотность связанного тока вблизи границы раздела;

$I_{\text{связ.}}$ - полный связанный ток, охваченный контуром.

Аналогично, на основании теоремы о циркуляции вектора \vec{H} (22.8), можно получить следующее граничное условие для вектора напряжённости магнитного поля:

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_{\text{своб.пов.}} \quad (23.3)$$

Здесь $H_{2\tau} = \vec{H}_2 \vec{\tau}$ и $H_{1\tau} = \vec{H}_1 \vec{\tau}$ - тангенциальные составляющие векторов напряжённости во второй и в первой среде относительно поверхности раздела;

$$i_{\text{своб.пов.}} = \vec{j}_{\text{своб.}} \vec{N} h = \frac{I_{\text{своб.}}}{l} \quad (23.4)$$

- линейная плотность поверхностного свободного тока на границе раздела;

$\vec{j}_{\text{своб.}}$ - плотность свободного тока вблизи поверхности раздела;

$I_{\text{своб.}}$ - суммарный свободный ток, охваченный контуром.

Граничное условие для вектора магнитной индукции можно получить на основании формулы (20.2), оно имеет следующий вид:

$$B_{2n} = B_{1n}, \quad (23.5)$$

где $B_{2n} = \vec{B}_2 \vec{n}$ и $B_{1n} = \vec{B}_1 \vec{n}$ - компоненты векторов индукции во второй и в первой среде, нормальные относительно границы раздела.

Соотношение (23.1) показывает, что изменение тангенциальной составляющей вектора намагниченности на границе раздела двух сред равно линейной плотности связанных поверхностных токов, существующих на границе раздела.

Из граничного условия (23.3) следует, что наличие свободных поверхностных токов приводит к скачку тангенциальной составляющей вектора напряженности на границе раздела.

В соответствии с условием (23.5), нормальная составляющая вектора индукции магнитного поля не изменяется при переходе через границу раздела двух сред, независимо от наличия каких-либо токов на поверхности раздела.

Если на границе двух однородных сред свободные токи отсутствуют, то *линии вектора индукции \vec{B} и линии вектора напряжённости \vec{H} преломляются* и отклоняются от перпендикуляра к границе раздела при переходе в среду с большим значением магнитной проницаемости ($\mu_{2r} > \mu_{1r}$). При этом линии вектора \vec{B} испытывают преломление без разрыва, и выполняется соотношение для модулей векторов $B_2 > B_1$. Это неравенство означает большую густоту линий вектора \vec{B} во второй среде. Что касается линий вектора \vec{H} , то они не только преломляются, но и претерпевают разрыв. Таким образом, густота линий вектора \vec{H} во второй среде уменьшается, поскольку $H_2 < H_1$.

Граничные условия позволяют устранить неоднозначность при вычислении магнитных полей и найти единственное возможное магнитное поле в каждом конкретном случае. Это поле должно удовлетворять уравнениям Максвелла и граничным условиям.

24 КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНЕТИКОВ

Характеризуя магнитные свойства веществ, магнетики можно разделить на *диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики*.

Диамагнетизм. *Диамагнетики* – это такие вещества, атомы которых не имеют магнитных моментов в отсутствие внешнего магнитного поля. При внесении диамагнетиков в магнитное поле их атомы приобретают магнитные моменты, направленные противоположно напряженности поля. Следовательно, для диамагнетиков выполняются неравенства

$$\chi < 0, \mu_r < 1. \quad (24.1)$$

Диамагнетики ослабляют внешнее поле, хотя и очень незначительно. Модуль магнитной восприимчивости очень мал ($\chi \sim 10^{-5}$), при этом χ не зависит от температуры.

Диамагнетизм свойственен всем веществам и является следствием *ларморовой прецессии* атомов во внешнем магнитном поле. Используя классический подход, диамагнетизм можно объяснить как результат действия силы Лоренца на электроны в атомах вещества.

Движение электрона, связанного в атоме, в рамках классической теории можно рассматривать как вращение по круговой орбите. Рассмотрим простейший случай, когда плоскость орбиты ортогональна вектору индукции внешнего магнитного поля \vec{B} (см. рис.45).

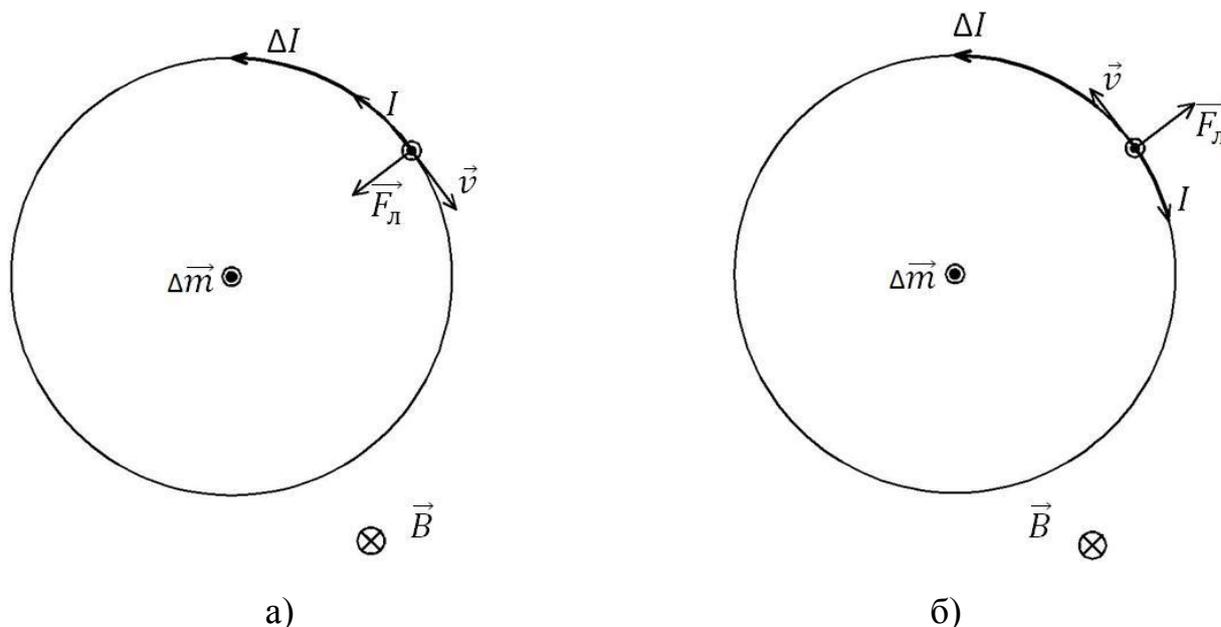


Рисунок 45 – Движение электронов по круговым орбитам в атоме диамагнетика во внешнем магнитном поле и возникновение дополнительных круговых токов

На рисунках а) и б) показаны два электрона, движущиеся в одном атоме по орбитам одинакового радиуса в противоположных направлениях. Вращение каждого электрона вокруг ядра атома создаёт замкнутый ток I , с которым связан магнитный момент \vec{m} (21.1). Вектор \vec{m} образует с направлением тока правовинтовую систему, поэтому в случае а) вектор магнитного момента \vec{m} направлен к читателю, а в случае б) – от читателя. Суммарный магнитный момент, характеризующий движение двух электронов, в отсутствие внешнего магнитного поля равен нулю. Именно таким свойством обладают атомы диамагнетиков, они не имеют магнитных моментов, если внешнее магнитное поле равно нулю. Следовательно, два рассмотренных электрона должны присутствовать одновременно в атоме диамагнетика.

Электрон движется по орбите под действием силы кулоновского притяжения электрона ядром. При помещении атома во внешнее магнитное поле возникает сила Лоренца, и центростремительное ускорение электрона изменяется. Используя выражение для силы Лоренца (17.1), можно записать

$$|e|vB = \pm m\Delta a_{\text{ц}}, \quad (24.2)$$

где $e < 0$ - заряд электрона;

v - скорость движения электрона по орбите;

\vec{B} - индукция магнитного поля;

m - масса электрона;

$\Delta a_{\text{ц}}$ - изменение центростремительного ускорения электрона;

знак «+» соответствует рисунку а), знак «-» - рисунку б).

Сила Лоренца существенно уступает по величине кулоновской силе взаимодействия электрона с ядром, поэтому можно считать, что в присутствии внешнего магнитного поля радиус орбиты r не изменяется. Следовательно,

$$\Delta a_{\text{ц}} = \Delta(\omega^2 r) = 2\omega r \Delta\omega, \quad (24.3)$$

где ω - циклическая частота вращения электрона в атоме;

r - радиус орбиты;

$\Delta\omega$ - изменение циклической частоты вращения электрона в атоме.

Используя соотношения (24.2), (24.3) и учитывая, что $v = \omega r$, получаем

$$\Delta\omega = \pm \frac{|e|}{2m} B. \quad (24.4)$$

Таким образом, циклическая частота вращения электрона в атоме под действием внешнего магнитного поля может либо увеличиваться, либо уменьшаться, в зависимости от взаимного направления векторов \vec{v} и \vec{B} . В случае а) электрон вращается быстрее в присутствии внешнего магнитного поля, в случае б) – медленнее. В то же время в обоих случаях в атоме создаётся дополнительный круговой ток ΔI , образующий с вектором \vec{B} левовинтовую систему. С этим током ΔI связан дополнительно возникающий магнитный момент $\Delta \vec{m}$, направление которого в обоих случаях противоположно вектору \vec{B} . Следовательно, при внесении диамагнетиков в магнитное поле их атомы приобретают магнитные моменты, направленные противоположно внешнему полю.

Электрон вследствие кругового движения в атоме обладает не только **орбитальным магнитным моментом**

$$\vec{m} = -\frac{er^2}{2} \vec{\omega}, \quad (24.5)$$

но и **орбитальным моментом импульса, или орбитальным механическим моментом** (см. рис.46)

$$\vec{L} = m_e r^2 \vec{\omega}, \quad (24.6)$$

где e - элементарный электрический заряд;
 r - радиус орбиты электрона;
 $\vec{\omega}$ - угловая скорость движения электрона в атоме;
 m_e - масса электрона.

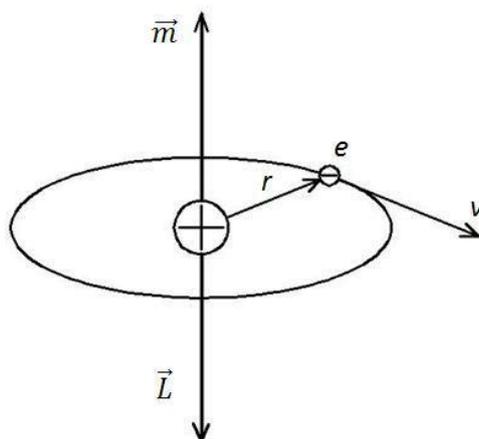


Рисунок 46 – Магнитный и механический моменты электрона при его орбитальном движении

Как следует из формул (24.5) и (24.6), орбитальные моменты противоположны друг другу по направлению и связаны соотношением

$$\vec{m} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}. \quad (24.7)$$

где величина $-\frac{e}{2m_e}$, играющая роль коэффициента пропорциональности между \vec{m} и \vec{L} , называется гиромангнитным отношением.

Для объяснения диамагнетизма рассмотрим также случай, когда плоскость электронной орбиты не является перпендикулярной внешнему магнитному полю (см. рис.47).

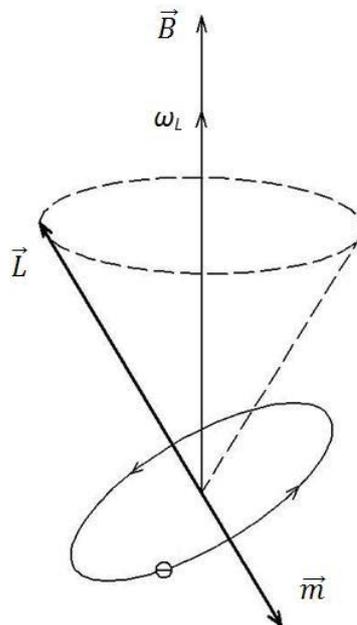


Рисунок 47 – Ларморова прецессия электронной орбиты

Такое движение электрона вокруг ядра атома также создаёт замкнутый ток, на который в магнитном поле действует вращательный момент сил (21.6). Электрон на орбите обладает моментом импульса \vec{L} , и поэтому подобен волчку. Следовательно, под действием момента сил электрон будет совершать, как любой волчок, прецессионное движение. Это означает, что возникнет дополнительное вращение электрона с постоянной угловой скоростью. При этом вектор \vec{L} будет описывать конус вокруг направления, задаваемого вектором индукции внешнего магнитного поля \vec{B} . Угловая скорость дополнительного вращение электрона называется ларморовской частотой и равна

$$\vec{\omega}_L = -\frac{e}{2m}\vec{B}, \quad (24.8)$$

Как следует из формулы (24.8), скорость прецессии не зависит от ориентировки орбиты, то есть от угла между векторами \vec{L} и \vec{B} . Поскольку электрон имеет отрицательный заряд, то векторы $\vec{\omega}_L$ и \vec{B} направлены одинаково. Формула (24.8) является обобщением соотношения (24.4) на случай произвольной ориентации электронной орбиты.

При ларморовой прецессии электронных орбит в каждом атоме вещества, как и в случае, показанном на рис.44, возникает дополнительный круговой ток, образующий с вектором индукции внешнего магнитного поля \vec{B} левовинтовую систему. Поэтому в каждом атоме вещества образуется магнитный момент, противоположный внешнему полю. В результате вещество проявляет диамагнитные свойства.

Таким образом, внешнее магнитное поле не приводит непосредственно к переориентации электронных орбит, оно вызывает только их прецессию. Однако соударения с соседними атомами могут привести к торможению прецессии и к постепенной переориентации электронной орбиты. В итоге орбита установится в плоскости, перпендикулярной вектору индукции внешнего магнитного поля.

Диамагнетизм присущ атомам всех веществ, однако в парамагнетиках и ферромагнетиках он незаметен на фоне других, более сильных магнитных эффектов.

Парамагнетизм. **Парамагнетики** – это такие вещества, молекулы которых обладают магнитными моментами даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы хаотически. При помещении парамагнетика в магнитное поле магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию вдоль внешнего поля. Следовательно, для парамагнетиков выполняются соотношения

$$\chi > 0, \mu_r > 1. \quad (24.9)$$

Такие вещества незначительно усиливают внешнее магнитное поле. Парамагнитная восприимчивость имеет величину $\chi \sim 10^{-3}$ и обратную зависимость от температуры

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (24.10)$$

где C - некоторая постоянная;
 T - абсолютная температура.

Зависимость (24.10) называется **законом Кюри**, который с достаточной степенью точности применим для газов. Для жидкостей и твёрдых тел, молекулы которых взаимодействуют более интенсивно, чем молекулы газов, магнитная восприимчивость удовлетворяет **закону Кюри – Вейсса**

$$\chi = \frac{C}{T - T_k}, \quad (24.11)$$

где T_k - температура Кюри.

Энергетические состояния молекул парамагнетика в магнитном поле с учётом хаотического теплового движения молекул можно характеризовать с помощью **распределения Больцмана**.

Для характеристики процесса намагничивания парамагнетиков используется параметр

$$\beta = \frac{mB}{kT}, \quad (24.12)$$

где m – собственный магнитный момент молекулы в отсутствие внешнего поля;

B - индукция внешнего поля;

k - постоянная Больцмана;

T - абсолютная температура вещества.

Величина β показывает, какое соотношение имеет место между характерной энергией взаимодействия молекулы с внешним магнитным полем и средней энергией хаотического теплового движения молекулы. По мере увеличения параметра β достигается более высокая степень намагничивания вещества.

По своим магнитным свойствам парамагнетики аналогичны полярным диэлектрикам в электрическом поле.

Ферромагнетизм. **Ферромагнетики** – это такие вещества, которые в определённом интервале температур проявляют **спонтанную**, или **самопроизвольную намагниченность**, то есть они могут быть намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. Именно спонтанная намагниченность приводит к очень сильным магнитным свойствам вещества.

Типичными представителями ферромагнетиков являются железо, кобальт и их сплавы.

К основным свойствам ферромагнетиков относится сложная нелинейная зависимость намагниченности \vec{M} от напряжённости магнитного поля \vec{H} , или индукции \vec{B} от \vec{H} . При этом уже для небольших значений H намагниченность M может достигать насыщения (см. рис.48). На этом рисунке приведена так называемая **основная кривая намагничения**, то есть

зависимость M от H для образца, намагничённость которого при $H = 0$ отсутствует.

Поскольку намагничённость ферромагнетика быстро растёт при увеличении напряжённости, для ферромагнетиков имеют место соотношения

$$\chi > 0, \mu_r \sim 10^3 - 10^4, \quad (24.13)$$

однако величины χ и μ не являются постоянными, а зависят от напряжённости магнитного поля H .

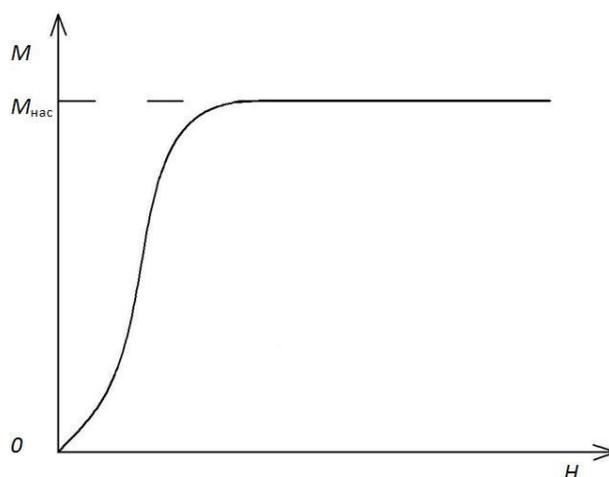


Рисунок 48 – Зависимость намагничённости ферромагнетика от напряжённости магнитного поля

Для ферромагнетиков характерно также явление *магнитного гистерезиса*: наблюдается неоднозначная зависимость между B и H или M и H , которая определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика. Поэтому величины χ и μ вычисляют только для основной кривой намагничивания.

При повышении температуры магнитные свойства ферромагнетиков ослабевают, и при некоторой температуре, называемой *температурой* или *точкой Кюри*, ферромагнитные свойства исчезают. Для железа температура Кюри равна 768°C , для никеля 365°C . При более высоких температурах, чем температура Кюри, ферромагнетик превращается в парамагнетик, магнитная восприимчивость которого подчиняется закону Кюри – Вейсса (24.8).

По своим свойствам ферромагнетики аналогичны сегнетоэлектрикам в электрических полях (раздел 7). Графики, построенные для сегнетоэлектриков, остаются верными также для ферромагнетиков после формальной замены электрических величин на соответствующие магнитные величины: $\varepsilon_r \rightarrow \mu_r, E \rightarrow H, D \rightarrow B$. Поэтому для ферромагнетиков также можно ввести

такие характеристики, как остаточная намагниченность и коэрцитивная сила.

Аналогично формуле (7.2), можно записать следующее выражение для относительной магнитной проницаемости:

$$\mu_r = 1 + \frac{M(H)}{H}, \quad (24.14)$$

которое следует из соотношений (22.6) и (22.12).

Ферромагнетики принято подразделять на жёсткие и мягкие. **Жёсткие** ферромагнетики характеризуются большой коэрцитивной силой, то есть широкой петлёй гистерезиса. Такие ферромагнетики трудно перемагничиваются и поэтому используются в качестве постоянных магнитов. **Мягкие** ферромагнетики отличаются узкой петлёй гистерезиса и, следовательно, малой коэрцитивной силой. Они используются в качестве сердечников трансформаторов, поскольку легко изменяют направление намагниченности при изменении направления внешнего поля.

Доменная структура и спин электрона. Свойства ферромагнетиков обусловлены их **доменной структурой**. В ферромагнетике благодаря действию внутренних сил возникают **домены**, или области спонтанной намагниченности, имеющие размеры порядка 1-10 мкм. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и обладает определённым магнитным моментом. Если образец предварительно не помещали во внешнее магнитное поле, то магнитные моменты для различных доменов имеют различные направления. Поэтому суммарный момент всего образца равен нулю, то есть образец в целом не намагничен. При включении слабого внешнего магнитного поля наблюдается смещение границ доменов. Происходит увеличение размеров доменов, ориентированных по полю, за счёт уменьшения доменов, намагниченных противоположно внешнему полю. При дальнейшем намагничивании, в более сильных полях, наблюдается одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс и является причиной гистерезиса и остаточной намагниченности.

Чтобы понять природу ферромагнетизма, нужно изучить свойства отдельного электрона. Экспериментальные исследования показывают, что кроме орбитальных моментов, у электронов есть также **собственный механический момент (спин)** \vec{L}_0 и **собственный магнитный момент** \vec{m}_0 . Эти собственные моменты удовлетворяют соотношению

$$\vec{m}_0 = -\frac{e}{m_e} \vec{L}_0, \quad (24.15)$$

которое отличается от (24.7) отсутствием множителя $\frac{1}{2}$. Результаты экспериментов свидетельствуют о том, что собственные моменты электрона нельзя рассматривать как результат вращения электрона вокруг собственной оси. Следовательно, при изучении объектов микромира приходится, под влиянием опытных фактов, отказываться от наглядных классических представлений. Собственные моменты электрона, так же как заряд и масса, характеризуют свойства электрона.

Для атомов справедлива формула

$$m = g \frac{e}{2m_e} L, \quad (24.16)$$

где L - модуль механического момента атома;

m - проекция магнитного момента атома на направление механического момента;

g - некоторая безразмерная величина.

Для орбитального движения электрона $g = 1$, для собственных моментов $g = 2$, при этих значениях g из формулы (24.16) следуют соотношения (24.7) и (24.15). Поскольку полные моменты атома складываются из орбитальных и собственных моментов, то для атома выполняется неравенство $1 \leq g \leq 2$. Измерения показали, что для ферромагнетиков $g = 2$, то есть свойства ферромагнетиков обусловлены взаимодействием собственных магнитных моментов электронов. Благодаря этому взаимодействию в ферромагнетике и образуются домены.

Магнетики в неоднородном поле. Поскольку любой физически малый объём магнетика во внешнем магнитном поле приобретает магнитный момент, то в неоднородном поле на магнетик действует сила. Эту силу можно вычислить по формуле (21.11). Рассматривая рамку с током, показанную на рис.41, как модель атома вещества, можно сделать вывод, что пара- и ферромагнетики втягиваются в область более сильного магнитного поля, а диамагнетики выталкиваются из этой области.

Сила, действующая на любой физически малый объём магнетика dV , равна

$$d\vec{F} = \frac{1}{2} \frac{\mu - \mu_0}{\mu\mu_0} \text{grad}(B^2) dV. \quad (24.17)$$

Эта сила направлена в сторону возрастания поля в случае $\mu > \mu_0$, то есть для парамагнетиков и ферромагнетиков. Если выполняется неравенство $\mu < \mu_0$, то есть в случае диамагнетиков, сила (24.17) направлена в сторону убывания магнитного поля.

25 ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Явление электромагнитной индукции состоит в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, то есть потока вектора магнитной индукции \vec{B} , охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, который принято называть индукционным. Появление индукционного тока свидетельствует, что в контуре создается э.д.с. индукции.

Закон электромагнитной индукции Фарадея имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{\text{инд.}} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (25.1)$$

где $\varepsilon_{\text{инд.}}$ - э.д.с. индукции, возникающая в замкнутом контуре (L),

$$\Phi = \int_{(S)} \vec{B} d\vec{S} \quad (25.2)$$

-магнитный поток сквозь поверхность (S), ограниченную контуром (L).

Согласно соотношению (25.1), величина и знак э.д.с. индукции определяется скоростью изменения магнитного потока.

Знак "-" в формуле (25.1) отражает **правило Ленца**: индукционный ток направлен таким образом, что создаваемое им магнитное поле стремится компенсировать изменение внешнего магнитного потока, породившее данный индукционный ток. Например, если магнитный поток возрастает по абсолютной величине, то индукционный ток образует с вектором \vec{B} левовинтовую систему. Если же абсолютная величина магнитного потока уменьшается, то индукционный ток связан с вектором \vec{B} правилом правого винта.

Магнитный поток может изменяться по двум причинам: либо в результате движения замкнутого контура в постоянном магнитном поле, либо в результате изменения магнитного поля, пронизывающего неподвижный замкнутый контур, с течением времени. В первом случае возникновение э.д.с. индукции можно объяснить действием силы Лоренца на электроны проводимости, существующие внутри проводов, которые образуют замкнутый контур. Во втором случае, когда контур неподвижен, сила Лоренца не возникает, и магнитные силы не могут играть роль сторонних сил. Следовательно, во втором случае закон электромагнитной индукции описывает новое явление природы: порождение **вихревого электрического поля** при изменении магнитного поля с течением времени. Значит, э.д.с. индукции в замкнутом контуре (L) можно представить в виде

$$\varepsilon_{\text{инд.}} = \oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l}, \quad (25.3)$$

где \vec{E} - напряженность возникающего вихревого электрического поля.

Это вихревое электрическое поле можно обнаружить с помощью замкнутого контура, в котором возникает электродвижущая сила и, следовательно, электрический ток, при изменении потока магнитной индукции сквозь поверхность, охватываемую контуром.

В случае неподвижного контура скорость изменения магнитного потока можно представить следующим образом:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (25.4)$$

где неподвижность контура приводит к вычислению частной производной по времени.

Используя соотношения (25.1) – (25.4) и теорему Стокса (3.3), закон электромагнитной индукции можно записать **в дифференциальной форме**:

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (25.5)$$

Отсюда следует, что $\text{rot} \vec{E} \neq 0$, то есть индукционное поле, в отличие от электростатического, порождаемого неподвижными электрическими зарядами, не является потенциальным. Силовые линии индукционного электрического поля являются замкнутыми, и **поле называется вихревым**. Работа такого поля при перемещении заряда по замкнутому контуру не равна нулю. Напротив, силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на электрических зарядах, и работа электростатического поля при перемещении заряда по любому замкнутому контуру равна нулю.

Из правила Ленца следует, что в случае неподвижного контура направления индукционного тока $I_{\text{инд.}}$ и вектора $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ связаны правилом левого винта (рисунок 49, где $\vec{B}_{\text{инд.}}$ - магнитное поле, создаваемое индукционным током).

При таком направлении индукционного тока создаваемое им магнитное поле $\vec{B}_{\text{инд.}}$, пронизывающее контур, противоположно по направлению вектору $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

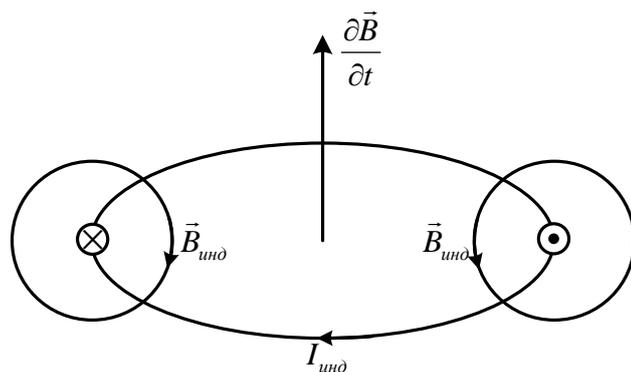


Рисунок 49 - Направление индукционного тока в зависимости от скорости изменения внешнего магнитного поля

Закон электромагнитной индукции является всеобщим фундаментальным законом природы, устанавливающим связь между электрическим полем и магнитным полем.

Явление электромагнитной индукции лежит в основе принципа действия *генератора переменного тока*. В генераторе рамка, имеющая площадь S и активное сопротивление R , располагается между полюсами магнита, создающего поле с индукцией \vec{B} (рисунок 50). Под северным полюсом N понимают ту область магнита, где линии вектора \vec{B} выходят из магнита. Соответственно южный полюс S - это область магнита, где линии вектора индукции магнитного поля входят в магнит. Магнитное поле должно быть однородным в пределах области, занимаемой вращающейся рамкой.

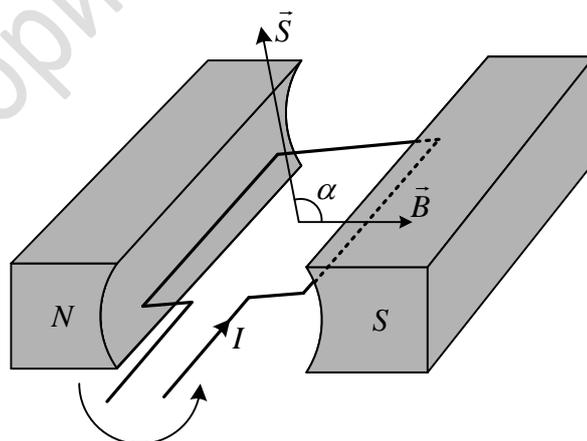


Рисунок 50 – Принципиальная схема генератора переменного тока

Магнитный поток, пронизывающий рамку, равен

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS \cos \alpha . \quad (25.5)$$

При вращении магнитов (или рамки) с постоянной угловой скоростью ω в рамке возникает переменный электрический ток, имеющий частоту ω :

$$I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t. \quad (25.6)$$

Таким образом, силу тока можно представить в виде

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad (25.7)$$

где I_0 - амплитуда силы тока;

ω - циклическая частота тока.

Переменный ток передается от генератора потребителю и находит широкое применение в промышленном производстве, быту, на транспорте, связи и в других сферах жизни и деятельности человека.

Явление электромагнитной индукции лежит также в основе принципа действия **трансформатора**. Это устройство состоит из первичной и вторичной обмоток, не соединённых между собой, но имеющих общий сердечник из ферромагнитного материала (рисунок 51).

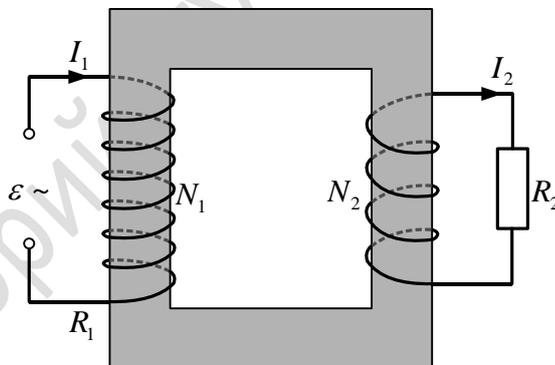


Рисунок 51 – Принципиальная схема работы трансформатора

Трансформаторы служат для преобразования напряжения и силы переменного тока. Переменные электрические токи в обмотках связаны между собой благодаря явлению электромагнитной индукции. Закон Ома для первичной и вторичной обмоток можно записать в виде

$$\varepsilon - \frac{d\Phi_1}{dt} = I_1 R_1, \quad (25.8)$$

$$-\frac{d\Phi_2}{dt} = I_2 R_2, \quad (25.9)$$

где ε - э.д.с., создаваемая источником в первичной обмотке, индексом 1 обозначены величины, относящиеся к первичной обмотке, а индексом 2 – к вторичной обмотке.

Сердечник трансформатора характеризуется большой относительной магнитной проницаемостью, а для воздуха относительная магнитная проницаемость практически равна единице. Поэтому, с учётом формул (22.12) и (25.2), можно допустить, что магнитные потоки сквозь обе обмотки сосредоточены внутри сердечника. Поэтому выполняется соотношение

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{N_1}{N_2}, \quad (25.10)$$

где N_1 и N_2 - числа витков в первичной и вторичной обмотках.

Выполняя дифференцирование, можно показать, что соотношение (25.10) справедливо также для производных магнитных потоков по времени. Используя (25.8) – (25.10), получаем

$$I_1 R_1 - \frac{N_1}{N_2} I_2 R_2 = \varepsilon. \quad (25.11)$$

На практике часто реализуется случай, когда сопротивление первичной обмотки мало ($R_1 \rightarrow 0$). Тогда из формулы (25.11) следует соотношение

$$I_2 = -\frac{N_2}{N_1} \frac{\varepsilon}{R_2}. \quad (25.12)$$

Можно вычислить также падение напряжения на сопротивлении R_2 , которое называется напряжением во вторичной цепи:

$$U_2 = I_2 R_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon. \quad (25.13)$$

Из формулы (25.13) следует, что трансформатор повышает напряжение во вторичной цепи в N_2/N_1 раз или понижает в N_1/N_2 раз по сравнению со значением э.д.с. в первичной цепи. Согласно (25.12), в сопротивлении R_2 происходит соответствующее увеличение (или уменьшение) силы тока. Величину

$$K = \frac{N_2}{N_1} \quad (25.14)$$

принято называть коэффициентом трансформации.

Трансформатор применяется также для передачи электрической энергии на расстояние. В мощных линиях электропередачи используют очень высокие напряжения (тысячи и десятки тысяч вольт). Это позволяет уменьшить силу тока в линии и применять провода меньшего сечения, что приводит к значительному снижению стоимости линий электропередачи. В то же время генераторы переменного тока, так же как и различные приборы, потребляющие электроэнергию, рассчитаны на низкое напряжение, чтобы можно было обеспечить необходимую изоляцию обмоток. Поэтому напряжение, создаваемое генераторами в начале линии электропередачи, увеличивают с помощью повышающих трансформаторов. В местах, где расположены потребители электроэнергии, ток высокого напряжения снова преобразуется, теперь уже с помощью понижающих трансформаторов, в ток низкого напряжения, например, 110 В или 220 В.

Следует отметить, что трансформатор обладает очень высоким коэффициентом полезного действия, достигающим 99%.

26 ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ

Явление самоиндукции состоит в возникновении в контуре электродвижущей силы при изменении силы тока в этом контуре. Важной характеристикой контура является **индуктивность** L , которая связывает между собой силу тока I в контуре и поток магнитного поля Φ этого тока сквозь поверхность, охваченную контуром:

$$\Phi = LI. \quad (26.1)$$

Индуктивность зависит от геометрических характеристик контура, то есть от его формы и размеров, а также от магнитных свойств окружающей среды, но не зависит от материала проводника.

Единицей измерения индуктивности является **Генри (Гн)**.

Используя закон электромагнитной индукции Фарадея (25.1) и соотношение (26.1), **э.д.с. самоиндукции** можно записать в виде

$$\varepsilon_{с.инд.} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (26.2)$$

где L - индуктивность контура, которая при выводе формулы (26.2) предполагается постоянной;

I - сила тока в этом контуре.

В соответствии с правилом Ленца, возникающая э.д.с. препятствует изменению силы тока, что приводит к наличию знака минус в формуле (26.2). Из-за явления самоиндукции любые изменения тока в цепи, обладающей индуктивностью, происходят постепенно. Важной характеристикой контура является **время релаксации**, или **постоянная времени** цепи:

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad (26.3)$$

где L - индуктивность электрической цепи;

R - активное сопротивление цепи.

Величина τ во многих случаях, например, при замыкании и размыкании цепи, характеризует быстроту изменения тока в цепи.

Допустим, что рассматриваемая цепь содержит источник тока с э.д.с. ε . Тогда в цепи существует постоянный ток

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}. \quad (26.4)$$

Сопротивление источника тока мы считаем пренебрежимо малым. Пусть в момент времени $t = 0$ источник отключают, оставляя цепь замкнутой. Тогда сила тока в цепи не исчезает мгновенно, а убывает с течением времени по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (26.5)$$

где I_0 и τ определяются формулами (26.4) и (26.3).

Согласно (26.5), τ равно времени, в течение которого сила тока уменьшается в e раз.

Если данную цепь замкнуть, подключив к ней источник тока, и начать в этот момент новый отсчёт времени ($t = 0$), то сила тока будет возрастать также постепенно:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - \exp(-\frac{t}{\tau})). \quad (26.6)$$

Рассмотренные процессы изменения тока в цепи, обладающей индуктивностью, при замыкании и размыкании такой цепи, относятся к **релаксационным процессам**. Эти процессы протекают при переходе электрической цепи в равновесное состояние.

27 ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую источник тока с э.д.с. ε_0 , ключ K и характеризуемую активным сопротивлением R и индуктивностью L (см. рис.52).

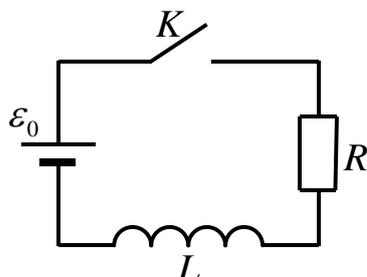


Рисунок 52 - Принципиальная схема электрической цепи постоянного тока, содержащей резистор и катушку

В некоторый момент времени $t = 0$ цепь замыкают, после чего начинается возрастание электрического тока. Изменение тока в цепи приводит, в свою очередь, к возникновению э.д.с. самоиндукции, которую можно записать в виде (26.2). Закон Ома в данном случае имеет следующий вид:

$$\varepsilon_0 - L \frac{dI}{dt} = IR. \quad (27.1)$$

Вычислим элементарную работу, которую совершают сторонние силы при перемещении заряда $dq = Idt$ по цепи:

$$dA = \varepsilon_0 dq = I^2 R dt + LI dI. \quad (27.2)$$

Проинтегрируем уравнение (27.2) по времени от 0 до произвольного момента t_1 :

$$A = \int_0^{t_1} I^2(t) R dt + \frac{1}{2} LI_1^2, \quad (27.3)$$

где $I_1 = I(t_1)$ - сила тока в момент времени t_1 .

Учитывая формулы (11.17) и (11.18), получаем, что первое слагаемое в правой части уравнения (27.3) описывает теплоту Джоуля - Ленца, выделяющуюся при прохождении тока в цепи. Согласно закону сохранения энергии и уравнению (27.3), работа сторонних сил частично затрачивается

на увеличение внутренней энергии проводников, с которой и связано выделение джоулевой теплоты. Другая часть работы сторонних сил, описываемая вторым слагаемым в правой части уравнения (27.3), идёт на увеличение энергии магнитного поля, которое появляется и возрастает после замыкания цепи, в процессе увеличения тока.

Таким образом, контур с индуктивностью L , в котором существует ток I , обладает энергией

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2, \quad (27.4)$$

которую называют *магнитной энергией тока*.

Учитывая соотношение (26.1), формулу (27.4) можно представить в виде

$$W_m = \frac{1}{2} \Phi I = \frac{\Phi^2}{2L}. \quad (27.5)$$

Магнитную энергию можно выразить через магнитную индукцию следующим образом:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{(V)} \vec{H} \vec{B} dV, \quad (27.6)$$

где интегрирование производится по всей области существования магнитного поля (V).

Формулу (27.6) для энергии магнитного поля можно записать в виде

$$W_m = \int_{(V)} w_m dV. \quad (27.7)$$

Согласно (27.6), (27.7), энергия магнитного поля распределена в пространстве с *объемной плотностью*

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B}. \quad (27.8)$$

Такое рассмотрение правомерно в рамках полевой трактовки магнитного взаимодействия, в соответствии с которой *магнитное поле является материальным объектом* и обладает энергией.

Учитывая связь между векторами индукции \vec{B} и напряжённости \vec{H} магнитного поля (22.12), получаем

$$w_m = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2. \quad (27.9)$$

Формула (27.9) отражает тот факт, что объёмная плотность энергии магнитного поля является положительной величиной, независимо от направления вектора напряжённости или индукции поля.

Репозиторий ГГУ им. Ф. Скоринны

28 ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Рассмотрим замкнутый контур, содержащий внешнюю переменную э.д.с. ε , активное сопротивление R , ёмкость C и индуктивность L (см. рис.53), соединённые последовательно.

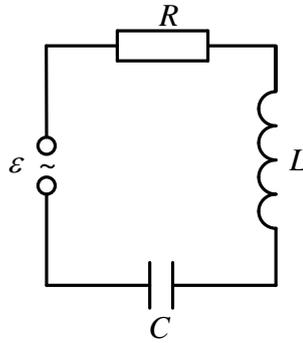


Рисунок 53 - Электрическая цепь переменного тока с сосредоточенными параметрами

Закон Ома для такой цепи имеет следующий вид:

$$\varepsilon - L \frac{dI}{dt} = IR + \frac{q}{C}, \quad (28.1)$$

где I - сила тока в цепи;

q - заряд на той обкладке конденсатора, направление от которой к другой обкладке совпадает с выбранным положительным направлением обхода контура.

При записи уравнения (28.1) учтено выражение для э.д.с. самоиндукции (26.2). Уравнение (28.1) можно также представить в виде

$$\varepsilon = U_a + U_L + U_C = U. \quad (28.2)$$

Здесь

$$U_a = IR, U_L = L \frac{dI}{dt}, U_C = \frac{q}{C} \quad (28.3)$$

- напряжения на активном сопротивлении, катушке и конденсаторе;

U - суммарное напряжение в цепи, равное внешней э.д.с.

Дифференцируя соотношение (28.1) по времени и учитывая формулу (10.3), получаем:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (28.4)$$

Это линейное дифференциальное неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами описывает изменение электрического тока с течением времени в рассматриваемом колебательном контуре.

Если внешняя э.д.с. ε является гармонической функцией времени, то переменный ток I и полное напряжение U в рассматриваемой цепи можно записать в виде

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad (28.5)$$

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (28.6)$$

где I_0 - амплитуда силы тока;

U_0 - амплитуда полного напряжения в цепи;

$\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота;

$\nu = 1/T$ - частота;

T - период изменения тока и напряжения;

φ - сдвиг фаз между током и напряжением.

Гармонический переменный ток (28.5) называется **квазистационарным**, поскольку сила тока не зависит от пространственной координаты. Такой ток в любой момент времени имеет одинаковое значение во всех точках цепи. Другими словами, амплитуда и фаза силы тока одинаковы для всех точек цепи.

Условие квазистационарности тока выполняется в следующем случае:

$$\tau \ll T, \quad (28.7)$$

где $\tau = l/c$ - время, которое затрачивает электромагнитное возмущение на прохождение расстояния l ,

l - полная длина соединительных проводов в цепи,

c - скорость света в вакууме,

$T = 2\pi/\omega$ - период изменений тока в цепи.

Условие квазистационарности (28.7) можно записать также в виде

$$\lambda \gg l, \quad (28.8)$$

где

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \quad (28.9)$$

есть длина волны, характеризующая распространение электромагнитных возмущений в пространстве.

Неравенство (28.8) означает, что геометрические размеры цепи малы по сравнению с длиной волны, характеризующей распространение электромагнитных возмущений в пространстве, поэтому изменения тока в пространстве в пределах цепи не происходит.

Для удобства решения уравнения (28.4) и дальнейших вычислений силу тока и напряжение в цепи можно представить в комплексной форме:

$$I = I_0 \exp(i\omega t), \quad (28.10)$$

$$U = U_0 \exp(i\omega t + i\varphi), \quad (28.11)$$

где $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица.

Выражения (28.10) и (28.11) можно преобразовать с помощью формулы Эйлера

$$\exp(i\alpha) = \cos \alpha + i \sin \alpha. \quad (28.12)$$

Поэтому реальные значения тока и напряжения в цепи (28.5) и (28.6) можно получить после выделения только мнимой части в выражениях (28.10) и (28.11). Можно заранее условиться брать только действительную часть в выражениях (28.10) и (28.11). Тогда сила тока и напряжение в цепи, аналогично (28.5) и (28.6), будут описываться тригонометрической функцией \cos при прежних амплитудах I_0 , U_0 , прежней циклической частоте ω и прежней разности фаз φ .

Таким образом, модули комплексных величин (28.10) и (28.11) равны амплитудам силы тока и напряжения в цепи, а аргументы комплексных величин (28.10) и (28.11) равны фазам силы тока и напряжения.

Дифференциальное уравнение (28.4) является линейным, что позволяет искать его решения в комплексном виде. Подставляя силу тока (28.10) и полное напряжение в цепи (28.11) в (28.4) и учитывая соотношения

$$\frac{dI}{dt} = i\omega I, \quad \frac{d^2 I}{dt^2} = -\omega^2 I, \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = i\omega \varepsilon, \quad (28.13)$$

получаем уравнение

$$(-\omega^2 L + i\omega R + \frac{1}{C})I = i\omega \varepsilon. \quad (28.14)$$

Разделив обе части уравнения (28.14) на $i\omega$, получаем связь между переменным током и напряжением в цепи в комплексной форме:

$$I = \frac{U}{Z}. \quad (28.15)$$

Здесь I и U - комплексные значения силы тока и напряжения (28.10) и (28.11),

$$Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad (28.16)$$

Z - *импеданс цепи*.

Формула (28.15) называется *законом Ома для цепи переменного тока*.

Из (28.15) и (28.16) следует, что импеданс цепи - комплексная величина, которая играет роль сопротивления цепи, зависящего от характеристик цепи R , C , L и ω .

Используя формулы (28.3) и (28.5), можно представить в комплексном виде напряжения на различных участках цепи:

$$U_a = IR, U_L = i\omega LI, U_C = -\frac{i}{\omega C}I. \quad (28.17)$$

С помощью формулы Эйлера (28.12) запишем мнимую единицу следующим образом:

$$\pm i = \exp(\pm i \frac{\pi}{2}). \quad (28.18)$$

Поскольку циклическая частота ω одинакова для всех рассматриваемых колебаний, то множитель $\exp(i\omega t)$ можно не записывать в явном виде. При этом мы вполне определим гармоническое колебание, например, напряжение в цепи, если зададим лишь величину

$$S = |S| \exp(i\beta). \quad (28.19)$$

Здесь модуль $|S|$ комплексного числа равен фактической амплитуде колебания, а аргумент β комплексного числа равен начальной фазе колебания. Величина s (28.19) называется *комплексной амплитудой колебания*.

Используя (28.2) и (28.18), ток и напряжение на различных участках цепи можно наглядно представить графически, с помощью векторной диаграммы, изобразив комплексные амплитуды напряжений и их векторную сумму, равную внешней э.д.с. в цепи (рис.54).

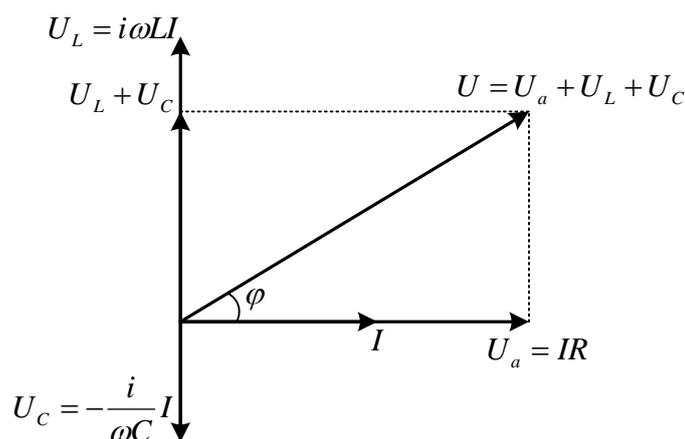


Рисунок 54 - Векторная диаграмма напряжений в цепи переменного тока

Здесь U_a , U_L и U_C - падение напряжения на активном сопротивлении, катушке и конденсаторе; U - суммарное напряжение в цепи, при этом ось тока направлена горизонтально.

Как следует из формул (28.17), (28.18), напряжение на конденсаторе отстает от силы тока по фазе на $\pi/2$. Так происходит потому, что напряжение на конденсаторе пропорционально его заряду, то есть определяется значениями силы тока во все предшествующие моменты времени.

Напряжение на катушке, напротив, опережает силу тока по фазе на $\pi/2$, что объясняется явлением самоиндукции.

Полное напряжение в цепи может как опережать, так и отставать от тока по фазе, в зависимости от параметров цепи и частоты тока.

Из формул (28.17) следуют выражения для амплитуд напряжений на активном сопротивлении, катушке и конденсаторе:

$$U_{a0} = RI_0, U_{L0} = \omega LI_0, U_{C0} = \frac{1}{\omega C} I_0. \quad (28.20)$$

На основании соотношений (28.20) можно ввести в рассмотрение **индуктивное и ёмкостное сопротивление цепи**

$$X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (28.21)$$

Тогда импеданс цепи (28.16) можно представить в виде

$$Z = R + iX, \quad (28.22)$$

где величина

$$X = X_L - X_C \quad (28.23)$$

называется **реактивным сопротивлением**. В рассматриваемом случае оно равно разности индуктивного и ёмкостного сопротивления цепи. В следующем разделе, при рассмотрении мощности переменного тока, будет показано, что наличие реактивного сопротивления не сопровождается выделением тепла.

Присутствие мнимой части в выражении для импеданса цепи (28.22) означает, что между током и напряжением в цепи существует сдвиг фаз.

Рассматривая прямоугольный треугольник векторной диаграммы, получаем выражения для амплитуды силы тока I_0 и сдвига фаз φ между током и напряжением в цепи:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (28.24)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (28.25)$$

Графики зависимости величин I_0 и φ от частоты тока показаны на рисунках 55 и 56.

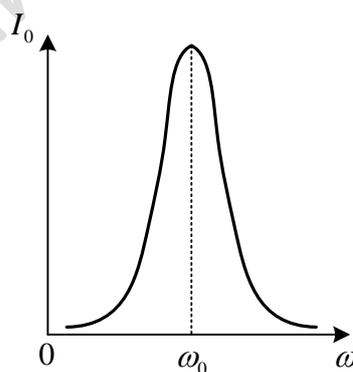


Рисунок 55 - Зависимость амплитуды переменного тока от частоты

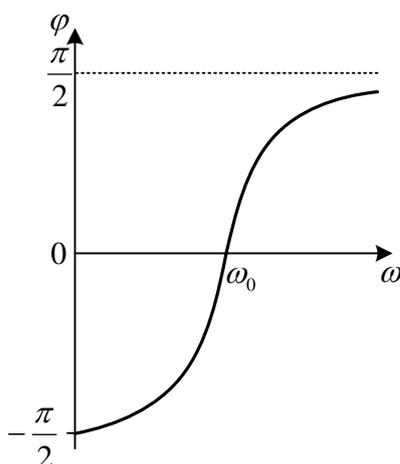


Рисунок 56 - Зависимость сдвига фаз между током и напряжением от частоты

Если частота тока стремится к нулю, то сила тока также стремится к нулю, поскольку постоянный ток не может существовать в цепи, содержащей конденсатор. Сдвиг фаз между током и напряжением в этом случае приближается к значению $-\pi/2$, так как падение напряжения в цепи происходит только на конденсаторе.

Когда частота тока принимает очень большие значения, сила тока также стремится к нулю, теперь уже из-за явления самоиндукции. Сдвиг фаз между током и напряжением близок к значению $\pi/2$, поскольку падение напряжения в цепи сосредоточено только на катушке.

Если частота тока равна частоте собственных колебаний контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (28.26)$$

то в цепи имеет место **резонанс напряжений**. Соотношение (28.26) называется **формулой Томпсона**.

Векторная диаграмма в резонансном случае показана на рисунке 56.

При резонансе напряжения на катушке и конденсаторе имеют равные амплитуды и противоположные фазы и поэтому взаимно компенсируются. Сдвиг фаз между током и напряжением $\varphi(\omega_0) = 0$, и амплитуда тока принимает максимальное значение

$$I_0(\omega_0) = \frac{U_0}{R}. \quad (28.27)$$

Следовательно, амплитуда переменного тока на резонансной частоте такая же, как в цепи, содержащей только активное сопротивление.

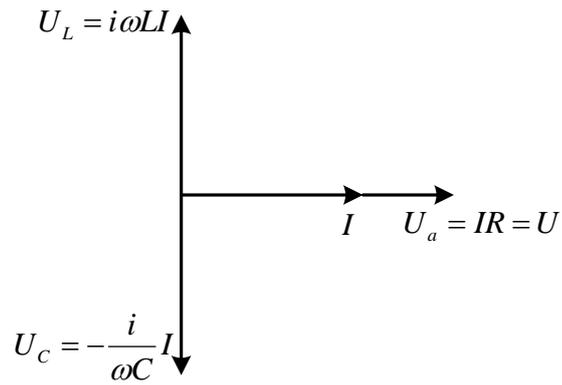


Рисунок 57 - Векторная диаграмма при резонансе напряжений в цепи переменного тока

Следует отметить, что суммарное напряжение в контуре в условиях резонанса по-прежнему равно внешней э.д.с. и остаётся неизменным. В то же время напряжения на отдельных участках цепи (на ёмкости или индуктивности) могут достигать очень высоких значений.

29 МОЩНОСТЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Мощность, развиваемая переменным током в цепи, может быть вычислена следующим образом:

$$P = \frac{dA}{dt} = \varepsilon \frac{dq}{dt} = \varepsilon I, \quad (29.1)$$

где dA - работа сторонних сил (источника тока), совершаемая за промежуток времени dt при перемещении элементарного заряда dq по замкнутой цепи;

ε - внешняя Э.д.с.;

I - сила тока.

После использования соотношений (28.2) и (28.3) формула (29.1) принимает вид

$$P = P_R + P_L + P_C, \quad (29.2)$$

где P_R, P_L и P_C - мощность переменного тока на соответствующих участках цепи.

Мощность, развиваемая переменным электрическим током (28.5) на катушке, характеризуемой индуктивностью L , можно представить в виде

$$P_L = LI \frac{dI}{dt} = \frac{dW_M}{dt}, \quad (29.3)$$

где W_M - магнитная энергия катушки с током (27.4).

Формула (29.3) показывает, что мощность, развиваемая током на катушке, равна скорости изменения энергии магнитного поля тока. Аналогично можно показать, что мощность, развиваемая переменным током на конденсаторе, характеризуемом емкостью C , равна скорости изменения энергии электрического поля конденсатора (9.14)

$$P_C = I \frac{Q}{C} = \frac{dW_{эл.}}{dt}. \quad (29.4)$$

При вычислении мощности тока необходимо использовать представление тока в действительной форме (28.5), но не в комплексной форме (28.10), поскольку мощность является квадратичной функцией тока.

Из формул (29.3) и (29.4) следует

$$P_L = \frac{1}{2} I_0^2 \omega L \sin 2\omega t, \quad (29.5)$$

$$P_C = -\frac{1}{2} \frac{I_0^2}{\omega C} \sin 2\omega t. \quad (29.6)$$

Эти соотношения показывают, что катушка и конденсатор периодически накапливают и теряют энергию. Выражения (29.5) и (29.6) имеют противоположные знаки. Это означает, что увеличение энергии магнитного поля катушки, которое имеет место при возрастании силы тока в цепи, происходит одновременно с уменьшением энергии электрического поля конденсатора, и наоборот. Таким образом, прохождение переменного электрического тока в цепи сопровождается обменом энергией между электрическим полем конденсатора и магнитным полем катушки. Средняя мощность, развиваемая переменным током на катушке и конденсаторе за каждую половину периода изменения тока, равна нулю:

$$\langle P_L \rangle_t = \langle P_C \rangle_t = 0. \quad (29.7)$$

Поскольку конденсатор и катушка периодически накапливают энергию и возвращают её обратно, они называются **реактивными элементами цепи**. В отличие от выражения (29.7), **средняя мощность**, развиваемая переменным током на активном сопротивлении R , не равна нулю и может быть представлена в виде

$$\langle P_R \rangle_t = \frac{1}{2} I_0^2 R = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi, \quad (29.8)$$

где I_0 и U_0 - амплитудные значения силы тока и напряжения;
 φ - сдвиг фаз между током и напряжением;
 множитель $1/2$ является результатом усреднения мощности по времени.

Если ввести в рассмотрение **эффективные, или действующие значения силы тока и напряжения**

$$I_{\text{эфф.}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{эфф.}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad (29.9)$$

то выражение (29.8) можно записать следующим образом:

$$\langle P_R \rangle_t = I_{\text{эфф.}} U_{\text{эфф.}} \cos \varphi. \quad (29.10)$$

Все электроизмерительные приборы в цепи переменного тока градуируются именно на действующие значения силы тока и напряжения.

Множитель $\cos \varphi$, называемый *коэффициентом мощности*, показывает, насколько эффективно производится передача энергии от источника тока к потребителю, характеризуемому активным сопротивлением R . При проектировании линии передачи электроэнергии необходимо подбирать реактивные элементы цепи таким образом, чтобы максимально повысить коэффициент мощности. В этом случае напряжение в цепи перераспределяется, и падение напряжения на активном сопротивлении возрастает. Мощность, развиваемая током на активном элементе цепи, увеличивается, то есть происходит более эффективная передача энергии от генератора к потребителю.

Репозиторий ГГУ им. Ф. Скоринны