```
{
  private Storyboard gameLoop;
  private PhysicsSimulator physicsSimulator;
  private List<PhysicsBox> entityList = new List<PhysicsBox>();
  public Page()
  {
    InitializeComponent();
    gameLoop = new Storyboard();
    gameLoop.Completed += new EventHandler(gameLoop_Completed);
    gameLoop.Duration = TimeSpan.FromMilliseconds(25); //The game will be updated every 25 millisecond
    this.Resources.Add(«gameloop», gameLoop);
    this.Loaded += new RoutedEventHandler(Page_Loaded);
    physicsSimulator = new PhysicsSimulator(new Vector2(0, 150));
    PhysicsBox box = new PhysicsBox(128, 128, 100);
    box.Body.Position = new Vector2((float)this.Width / 2, (float)this.Height / 2);
    physicsSimulator.Add(box.Body);
    entityList.Add(box);
    this.DrawingCanvas.Children.Add(box);
  }
  protected void Page_Loaded(object sender, RoutedEventArgs e)
  {
    gameLoop.Begin();
  }
  protected void gameLoop_Completed(object sender, EventArgs e)
  {
 physicsSimulator.Update(.01f);
```

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ТРЕХМЕРНЫХ

ФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

```
    foreach (PhysicsBox box in entityList)
    {
      box.Update();
    }
    gameLoop.Begin();
  }
 }
}
```


Литература

1 Samuel R. Buss. 3D Computer Graphics, Cambridge / Samuel R. Buss / Cambridge. – 2003. – С. – 304–350.

2 Cawood S. Microsoft XNA Game Studio Creators Guide: An Introduction to XNA Game Programming / Cawood S. / McGraw-Hill Osborne Media, 2007. − 322 с.

УДК 517.444

И. С. Ковалева

ГАНКЕЛЕВОСТЬ ОПЕРАТОРА МАРКОВА-СТИЛТЬЕСА В ПРОСТРАНСТВЕ ХАРДИ H^2

В монографии [1] А. Р. Миротиным было дано общее определение абстрактного преобразования Стилтьеса над полугруппой S. Данная статья посвящена рассмотрению частного случая такого преобразования, когда в качестве S берется аддитивная полугруппа неотрицательных целых чисел. Возникающий сингулярный интегральный оператор в пространстве Харди H^2 на единичном круге называется оператором Маркова-Стилтьеса. Доказана ганкелевость данного оператора. Вычислены его спектр и норма.

Определение 1. Пространство Харди $H^2(D)$ на единичном круге D определяется следующим образом:

$$H^2(D)=\left\{f : f \quad \text{голоморфна в } D,\ f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n, (c_n)\in l_2\right\}.$$

Это гильбертово пространство со скалярным произведением

$$\langle f, g\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \overline{b_n},$$

где

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n,\ g(z)=\sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n;\ (a_n), (b_n)\in l_2$$

(см., например, [2]).

Определение 2. *Оператор Маркова-Стилтьеса в пространстве* $H^2(D)$ определим равенством

$$Sf(z) := \int_0^1 \frac{f(t)}{1-tz}dt \quad (z\in D).$$

Существование интеграла вытекает из следующей леммы (ниже для функции $f\in H^2(D)$ через $f\|[0,1)$ мы обозначаем ее сужение на промежуток [0,1)).

Лемма 1. Пусть $f\in H^2(D)$. Тогда $f\|[0,1)\in L^2(0,1)$.

Доказательство. В [3], с. 283 показано, что отображение

$$j:(a_n)\mapsto \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (x\in[0,1))$$

действует из l_2 в $L^2(0,1)$.

Пусть функция $f\in H^2(D)$ имеет следующее разложение в ряд Тейлора:

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$$

Если мы рассмотрим отображение

$$j_1 : H^2(D)\to l_2,\ f\mapsto (a_n),$$

то очевидно, что

$$jj_1 f = f\|[0,1).$$

Таким образом, $f\|[0,1)\in L^2(0,1)$, что и требовалось доказать.

Ранее в [1], [4–6] оператор Маркова-Стилтьеса рассматривался лишь в пространствах $L^p(0,1)$.

Далее мы используем обозначения $\chi_n(z) = z^n$, $n = 0,1,\ldots$.

Лемма 2. Система (χ_n) - ортонормированный базис пространства $H^2(D)$.

Доказательство проводится непосредственной проверкой.

Определение 3. *Матрицей Гильберта* называется матрица вида

$$\Gamma = \left(\frac{1}{n+k+1}\right)_{k,n\geq 0}.$$

Определение 4. Оператор A в сепарабельном гильбертовом пространстве H будем называеть *ганкелевым*, если в некотором ортонормированном базисе $(e_n)_{n\geq 0}$ этого пространства его матрица имеет вид $(a_{k+n})_{k,n\geq 0}$.

Теорема 1. Преобразование Маркова-Стилтьеса S в $H^2(D)$ есть ограниченный ганкелев оператор, имеющий в стандартном базисе (χ_n) пространства $H^2(D)$ матрицу Гильберта.

Доказательство. Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд и интегрируя его почленно, имеем

$$(S\chi_n)(z) = \int_0^1 \frac{t^n}{1-tz}dt = \int_0^1 t^n\left(\sum_{m=0}^{\infty} t^m z^m\right)dt = \sum_{m=0}^{\infty} z^m \int_0^1 t^{n+m}dt = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^m}{n+m+1}.$$

Так как в пространстве $H^2(D)$ функции (χ_n) являются ортонормированным базисом, то отсюда следует, что

$$\langle S\chi_n, \chi_m\rangle = \frac{1}{n+m+1}.$$

Полученная матрица является матрицей Гильберта. Известно (см. например, [3], теорема 5.3.1), что оператор с матрицей Гильберта действует в l_2 и ограничен. В силу изоморфизма l_2 и $H^2(D)$ отсюда следует, что оператор Маркова-Стилтьеса является ганкелевым в пространстве $H^2(D)$ и ограничен.

Следствие 1. Норма оператора Маркова-Стилтьеса в пространстве $H^2(D)$ равна π.

Доказательство. Это следует из теоремы 1 и, например, теоремы 5.3.1 из [3].

Следствие 2. Спектр и существенный спектр оператора Маркова-Стилтьеса в пространстве $H^2(D)$ есть $[0,\pi]$.

Доказательство. Это следует из теоремы 1 и, например, теоремы 10.1.7 в [7], с. 575.

Благодарю профессора А. Р. Миротина, под руководством которого была написана данная работа.

Литература

1 Миротин, А. Р. Гармонический анализ на абелевых полугруппах / А. Р. Миротин. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2008. – 207 с.

2 Иосида, К. Функциональный анализ / К. Иосида; пер. с англ.; под ред. В. М. Волосова. – М.: Мир, 1967. – 624 с.

3 Nikolski, N. K. Operators, Functions and Systems: An Easy Reading / N. K. Nikolski // Amer. Math. Sos. – 2002. – Vol. 1. – 461 p.

4 Ковалева, И. С. Преобразование Стилтьеса над полугруппой Z+ / И. С. Ковалева // Творчество молодых 2012: сборник научных работ студентов и аспирантов

УО «ГГУ им. Ф. Скорины»: в 2 ч. / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; отв. ред. О. М. Демиденко. – Гомель, 2012. – Ч. 1. – С. 146–148.

5 Ковалева, И. С. Некоторые свойства преобразования Стилтьеса над полугруппой Z+ / И. С. Ковалева // Творчество молодых 2013: сборник научных работ студентов и аспирантов УО «ГГУ им. Ф. Скорины» : в 3 ч. / ГГУ им. Ф.Скорины; отв. ред. О. М. Демиденко. – Гомель, 2013. – Ч. 1. – С. 127–131.

6 Ковалева, И. С. Теорема о свертке для преобразования Маркова-Стилтьеса / И. С. Ковалева, А. Р. Миротин // Проблемы физики, математики и техники – 2013. – № 3(16). – С. 66–70.

7 Пеллер, В. В. Операторы Ганкеля и их приложения / В. В. Пеллер. // Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – 2005. – 1028 с.

УДК 372.853

Е. Н. Иусова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МУЛЬТИМЕДИА ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Статья посвящена использованию мультимедийных технологий на уроках физики. Внедрение мультимедийных технологий позволяет обогатить процесс обучения, сделать обучение более эффективным, вовлекая в процесс восприятия учебной информации большинство чувственных компонентов учащихся. Использование обучающих мультимедийных программ способствует структурированию содержательного компонента учебного материала, самостоятельному выбору и прохождению обучаемым полного или сокращенного вариантов обучения.

Сегодня мультимедиа-технологии – это одно из перспективных направлений информатизации учебного процесса. В совершенствовании программного и методического обеспечения материальной базы, а также в обязательном повышении квалификации преподавательского состава видится перспектива успешного применения современных информационных технологий в образовании.

Мультимедиа презентация является исключительно полезной и плодотворной образовательной технологией, благодаря присущим ей качествам интерактивности, гибкости и интеграции различных типов мультимедийной учебной информации, а также благодаря возможности учитывать индивидуальные особенности учащихся и способствовать повышению их мотивации к изучению [1].

Применение средств мультимедиа в обучении позволяет: повысить эффективность учебного процесса, развить личностные качества учащихся (обучаемость, способность к самообразованию, творческие способности, познавательный интерес), развить коммуникативные и социальные способности обучаемых, осуществить самостоятельную учебную деятельность, привить обучаемому навыки работы с современными технологиями и многое другое.

Каждая электронная презентация, подготовленная к уроку, с одной стороны, должна быть в значительной степени автономным программным продуктом, а с другой – отвечать некоторым общим стандартам по своей внутренней структуре и форматам содержащихся в ней исходных данных (формат рисунков, дизайн таблиц и т. п.). Это обеспечит возможность связать презентации в единую обучающую систему, ориентированную на изучение целого раздела [2].

Информационное обеспечение презентации удобно организовать в виде гипертекстовой системы, с помощью которых можно получить на экране дополнительную