

Литература

1. Несис, Е. И. Методы математической физики: учеб. пособие / Е. И. Несис. – М., 1977. – С. 87–95.
2. Рындин, Е. А. Решение задач математической физики в системе Matlab: учебное пособие / Е. А. Рындин, И. Е. Лысенко. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. – 62 с.
3. Говорухин, В. Ф. Компьютер в математическом исследовании / В. Ф. Говорухин, Б. П. Цибулин. // – М., 2004. – С. 410–413.
4. Мартынов, Н. Н. Matlab 5.x. Вычисления, визуализация, программирование / Н. Н. Мартынов, А. П. Иванов. // – М.: Кудиц-образ, 2000. – С. 260–280.

УДК 004.7

А. В. Макаревич, М. И. Жадан

РАЗРАБОТКА БИБЛИОТЕКИ ГРАФИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

В статье разработана библиотека, позволяющая визуализировать движение материальной точки в пространстве. Точка может находиться как в инерциальной системе отсчёта, так и в неинерциальной. Каждая система отсчёта может содержать в себе другие системы отсчёта. Можно изолировать систему, выбрав её как базисную, что позволит визуализировать движение относительно выбранной системы. При этом родительские системы для выбранной системы в процессе расчёта обрабатываться не будут. Так же можно выбрать произвольный отрезок времени и точность, с которой будут произведены вычисления. Применение матричных преобразований позволило достигнуть высокой степени точности.

Зачастую, для улучшения понимания происходящих процессов требуется их визуализация. В частности, изображение траектории движения материальной точки может подсказать исследователю возможные причины и следствия такого поведения. В реальной жизни движение может происходить сразу в нескольких системах отсчёта, некоторые из этих систем могут быть неинерциальными, и представить такое движение становится довольно сложно. Но имея формулы движения всех систем можно визуализировать движение материальной точки с практически произвольной точностью. Данная задача является актуальной, так как охватывает широкий диапазон прикладных задач от микромира до макромира.

Траектория материальной точки – линия в пространстве, представляющая собой множество точек, в которых находилась, находится или будет находиться материальная точка при своём перемещении в пространстве относительно выбранной системы отсчёта (СО). Существенно, что понятие о траектории имеет физический смысл даже при отсутствии какого-либо по ней движения. Кроме того, и при наличии движущегося по ней объекта, траектория, изображаемая в наперёд заданной системе пространственных координат, сама по себе не может ничего определённого сказать в отношении причин его движения, пока не проведён анализ конфигурации поля действующих на него сил в той же координатной системе [1].

Не менее существенно, что форма траектории неотрывно связана и зависит от конкретной системы отсчёта, в которой описывается движение. Возможно наблюдение траектории при неподвижности объекта, но при движении системы отсчёта. Так,

звёздное небо считается хорошей моделью инерциальной и неподвижной системы отсчёта, однако при длительной экспозиции эти звёзды представляются движущимися по круговым траекториям.

Возможен и случай, когда тело явно движется, но траектория в проекции на плоскость наблюдения является одной неподвижной точкой. Это, например, случай уходящего от наблюдателя поезда.

Принято описывать траекторию материальной точки в наперёд заданной системе координат при помощи радиус-вектора, направление, длина и начальная точка которого зависят от времени. При этом кривая, описываемая концом радиус-вектора в пространстве, может быть представлена в виде сопряжённых дуг различной кривизны, находящихся в общем случае в пересекающихся плоскостях. При этом кривизна каждой дуги определяется её радиусом кривизны, направленном к дуге из мгновенного центра поворота, находящегося в той же плоскости, что и сама дуга. При этом прямая линия рассматривается как предельный случай кривой, радиус кривизны которой может считаться равным бесконечности. И потому траектория в общем случае может быть представлена как совокупность сопряжённых дуг.

Существенно, что форма траектории зависит от системы отсчёта, избранной для описания движения материальной точки. Так, прямолинейное равномерно ускоряющееся движение в одной инерциальной системе в общем случае будет параболическим в другой равномерно движущейся инерциальной системе отсчёта (ИСО). Представление траектории как следа, оставляемого движением материальной точки, связывает чисто кинематическое понятие о траектории, как геометрической проблеме, с динамикой движения материальной точки, то есть проблемой определения причин её движения. Фактически, решение уравнений Ньютона даёт траекторию материальной точки [2].

В соответствии с принципом относительности Галилея, существует бесконечное множество равноправных инерциальных систем, движение которых одна относительно другой не может быть установлено никаким образом путём наблюдения любых процессов и явлений, происходящих только в этих системах. Прямая траектория равномерного движения объекта в одной системе будет выглядеть также прямой в любой другой инерциальной системе, хотя величина и направление скорости будут зависеть от выбора системы, то есть от величины и направления их относительной скорости.

Вместе с тем Принцип Галилея не утверждает, что одно и то же явление, наблюдаемое из двух разных ИСО, будут выглядеть одинаково. Существует две типичные ошибки, связанные с забвением того, что:

– Истинно, что любой вектор может быть разложен, по крайней мере, на две составляющие. Но это разложение совершенно произвольно и не значит, что такие компоненты существуют в действительности. Для подтверждения их реальности должна привлекаться дополнительная информация, в любом случае не взятая из анализа формы траектории. Зная лишь траекторию материальной точки в какой-либо инерциальной системе отсчёта и её скорость в каждый момент времени, нельзя определить природу сил, действовавших на неё.

– Даже в случае наблюдения из ИСО, форма траектории ускоренно движущегося тела будет определяться не только действующими на него силами, но и выбором этой ИСО, никак на эти силы не влияющим.

Если система отсчёта неинерциальная (то есть движется с неким ускорением относительно инерциальной системы отсчёта), то в ней также возможно использование выражения $F = ma$, однако в левой части необходимо учесть, так называемые, силы инерции (в том числе, центробежную силу и силу Кориолиса – сила инерции, существующая в неинерциальной системе отсчёта из-за вращения и законов инерции,

проявляющаяся при движении в направлении под углом к оси вращения, связанные с вращением неинерциальной системы отсчёта) [3].

Как пример, рассмотрим работника театра, передвигающегося в колосниковом пространстве над сценой по отношению к зданию театра равномерно и прямолинейно и несущего над вращающейся сценой дырявое ведро с краской. Он будет оставлять на ней след от падающей краски в форме раскручивающейся спирали (если движется от центра вращения сцены) и закручивающейся – в противоположном случае. В это время его коллега, отвечающий за чистоту вращающейся сцены и на ней находящийся, будет, поэтому вынужден нести под первым недырявое ведро, постоянно находясь под первым. И его движение по отношению к зданию также будет равномерным и прямолинейным, хотя по отношению к сцене, которая является неинерциальной системой, его движение будет искривлённым и неравномерным. Более того, для того, чтобы противодействовать сносу в направлении вращения, он должен мышечным усилием преодолевать действие силы Кориолиса, которое не испытывает его верхний коллега над сценой, хотя траектории обоих в инерциальной системе здания театра будут представлять прямые линии.

Но можно себе представить, что задачей рассматривающихся здесь коллег является именно нанесение прямой линии на вращающейся сцене. В этом случае нижний должен потребовать от верхнего движения по кривой, являющейся зеркальным отражением следа от ранее пролитой краски, оставаясь при этом над любой точкой прямой, проходящей в избранном радиальном направлении. Следовательно, прямолинейное движение в неинерциальной системе отсчёта не будет являться таковым для наблюдателя в инерциальной системе.

Более того, равномерное движение тела в одной системе, может быть неравномерным в другой. Так, две капли краски, упавшие в разные моменты времени из дырявого ведра, как в собственной системе отсчёта, так и в системе неподвижного по отношению к зданию нижнего коллеги (на уже прекратившей вращение сцене), будут двигаться по прямой (к центру Земли). Различие будет заключаться в том, что для нижнего наблюдателя это движение будет ускоренным, а для верхнего его коллеги, если он, оступившись, будет падать, двигаясь вместе с любой из капель, расстояние между каплями будет увеличиваться пропорционально первой степени времени, то есть взаимное движение капель и их наблюдателя в его ускоренной системе координат будет равномерным со скоростью v , определяемой задержкой Δt между моментами падения капель:

$$v = g\Delta t,$$

где g – ускорение свободного падения.

Поэтому форма траектории и скорость движения по ней тела, рассматриваемая в некоторой системе отсчёта, о которой заранее ничего не известно, не даёт однозначного представления о силах, действующих на тело. Решить вопрос о том, является ли эта система в достаточной степени инерциальной, можно лишь на основе анализа причин возникновения действующих сил.

Таким образом, в неинерциальной системе:

– Кривизна траектории и/или непостоянство скорости являются недостаточным аргументом в пользу утверждения о том, что на движущееся по ней тело действуют внешние силы, которые в конечном случае могут быть объяснены гравитационными или электромагнитными полями.

– Прямолинейность траектории является недостаточным аргументом в пользу утверждения о том, что на движущееся по ней тело не действуют никакие силы.

Для динамики инерциальные системы отсчёта имеют особое значение: в них механические явления описываются наиболее простым образом и, соответственно, уравнения динамики формулируются изначально именно для инерциальных систем

отсчета. Поэтому особенно важны случаи перехода от инерциальной системы отсчета к другой инерциальной, а также от инерциальной к неинерциальной и обратно.

Классическая механика опирается на Евклидово пространство и принцип относительности Галилея, что позволяет использовать преобразования Галилея.

Кинематика движения, основанная на анализе траектории движущегося тела, в общем случае не даёт полной информации для классификации этих движений. Так, движение тела по прямой в неинерциальной системе отсчёта может быть криволинейным (и, следовательно, обусловленным действующими на тело силами) в инерциальной СО. И, наоборот, прямолинейное движение в инерциальной СО может быть криволинейным в неинерциальной, и, следовательно, провоцировать представление о якобы действующих на тело силах.

Основные задачи кинематики сложного движения заключаются в установлении зависимостей между кинематическими характеристиками абсолютного и относительного движений точки (или тела) и характеристиками движения подвижной системы отсчета, то есть переносного движения. Связь скоростей определяется дифференцированием связи для положений.

В результате работы была разработана библиотека, позволяющая визуализировать движение материальной точки в пространстве. Точка может находиться как в инерциальной системе отсчёта (трансформация происходит с помощью перемещения), так и в неинерциальной (трансформация происходит с помощью перемещения, вращения и растяжения). Каждая система отсчёта может содержать в себе другие системы отсчёта. Однако, следует заметить, что родительская система отсчёта не может быть дочерней для вложенных в неё систем отсчёта. Это сделано для того, что бы избежать неопределённости при расчётах. В случае обнаружения цикличности выбрасывается исключение. Проверка на вхождение осуществляется в процессе добавления нового элемента в список дочерних. Пример работы программы, использующей разработанную библиотеку, представлен на рисунке 1.

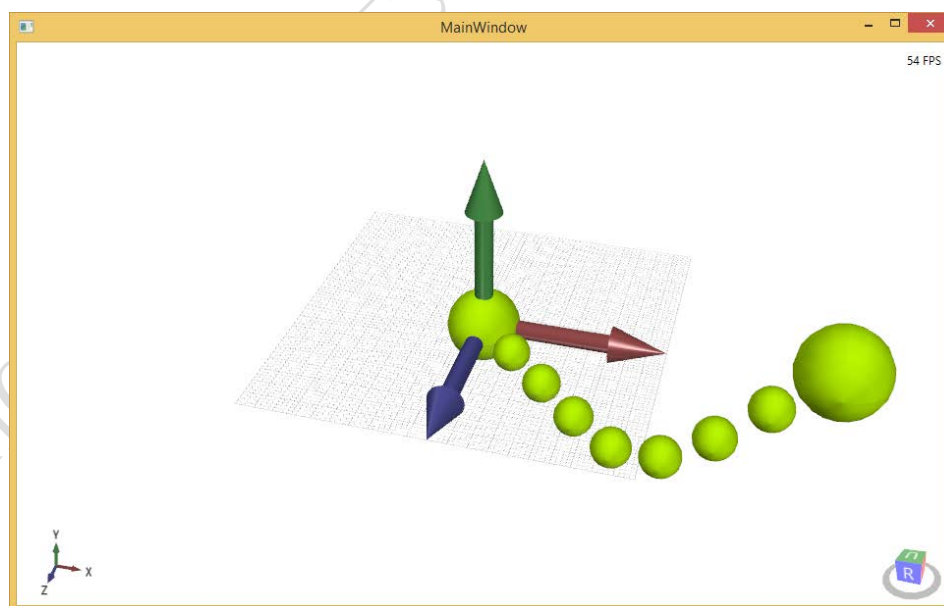


Рисунок 1 – Вид программы, использующей разработанную библиотеку

Трансформация систем происходит итеративно посредством матричных преобразований. В случае, если после итерации трансформация системы осталась прежней, то пересчёт трансформации дочерних систем с учётом родительской системы не происходит. Такой подход позволил в некоторых случаях увеличить производительность

на 10%. При инициализации системы можно задать количество итераций в секунду, что позволяет варьировать точность визуализации, а так же произвольный промежуток времени, что позволяет рассмотреть только интересующий временной отрезок. При этом итерации будут происходить только с выбранного промежутка времени, но следует заметить, что отсчёт времени всё равно будет производиться с нуля. На рисунке 2 изображена визуализация с увеличенной точностью.

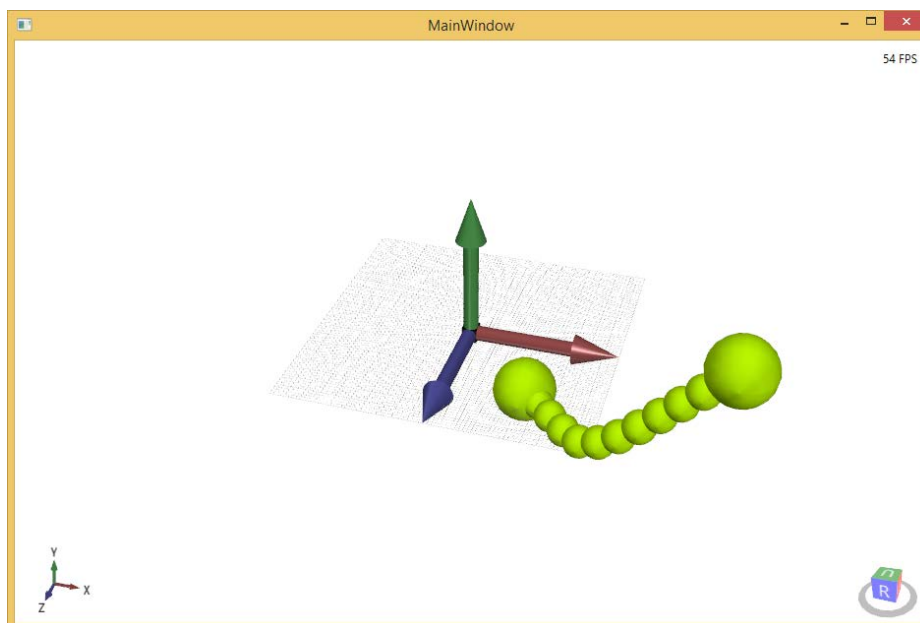


Рисунок 2 – Визуализация движения точки с увеличенной точностью

Помимо этого, можно изолировать систему, выбрав её как базисную, что позволит визуализировать движение относительно выбранной системы. При этом родительские системы для выбранной системы в процессе расчёта обрабатываться не будут.

Литература

- 1 Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – М.: Высшая школа, 1995. – 416с.
- 2 Голубев, Ю. Ф. Основы теоретической механики / Ю. Ф. Голубев. – М.: МГУ, 2000. – 720с.
- 3 Зоммерфельд, А. И. Механика. / А. И. Зоммерфельд. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 368 с.

УДК 621.396

К. А. Малиновская

ВОЛНОВОДНАЯ ТЕОРИЯ ГИРАЦИИ

В настоящее время существенное развитие получило направление, связанное с переносом результатов моделирования распространения электромагнитных волн СВЧ диапазона в оптический диапазон и наоборот. Подобный процесс, с одной стороны, позволяет уяснить механизм взаимодействия света со средами, обладающими