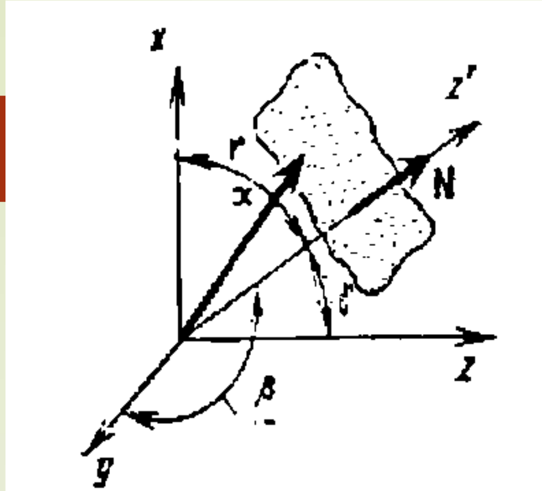
Распространение света в изотропных средах Тема 7 лекция 12

Отражение и преломление света на границе двух диэлектриков. Формулы Френеля. Нормальное падение электромагнитной волны на границу раздела. Потеря полуволны. Коэффициенты отражения и пропускания.

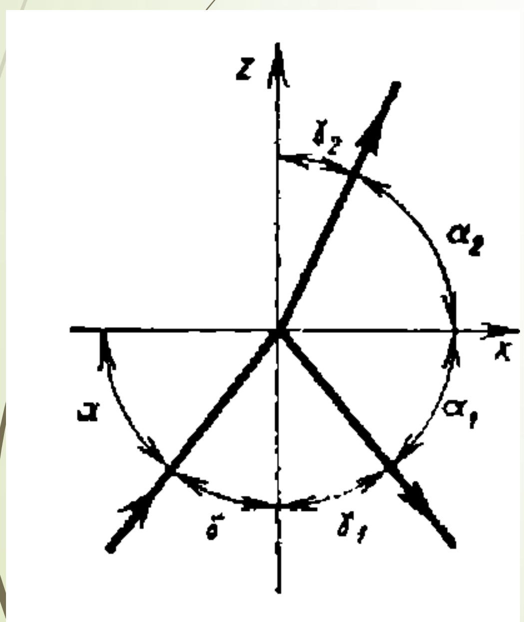
Явление Брюстера. Следствия, вытекающие из формул Френеля. Плоскость колебаний. Плоскость поляризации. Интенсивность падающего, отраженного и преломленного света.



$$E = E_{00}\cos\left[w\left(t - \frac{rN}{\upsilon}\right)\right]$$

$$E = E_{00}\exp\left[iw\left(t - \frac{rN}{\upsilon}\right)\right]$$

$$E = E_{00}\exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{\upsilon}\right)\right]$$



$$E = E_{00}\exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha + z\cos\gamma}{\upsilon_1}\right)\right]$$

$$E_1 = E_{10}\exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1}{\upsilon_1}\right)\right]$$

$$E_2 = E_{20}\exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2}{\upsilon_2}\right)\right]$$

$$E_\tau + E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$E_{00\tau}\, exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha}{\upsilon_1} \right) \right] + E_{10\tau}\, exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1}{\upsilon_1} \right) \right] =$$

$$= E_{20\tau}\, exp\left[iw\left(t - \frac{x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2}{\upsilon_2} \right) \right]$$

$$\cos{}^{\beta}\!/_{\upsilon_1} = \cos{}^{\beta_2}\!/_{\upsilon_2} = 0$$

Если нормаль N к падающей волне E лежит в плоскости zx, тогда нормали отраженной и преломленной волнам (N_1 и N_2) также лежат в этой плоскости. Следовательно:

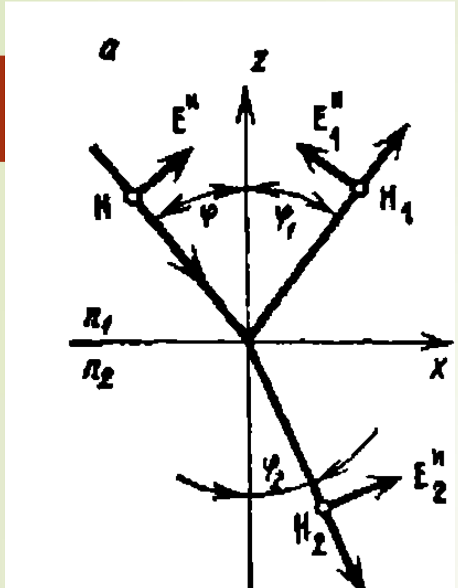
$$\cos{}^{\alpha}\!/_{\upsilon_1} = \cos{}^{\alpha_1}\!/_{\upsilon_1} = \cos{}^{\alpha_2}\!/_{\upsilon_2}$$

Выводы:

1. $\cos\alpha = \cos\alpha_1$, $\alpha = \alpha_1$, следовательно получаем закон отражения электромагнитных волн;

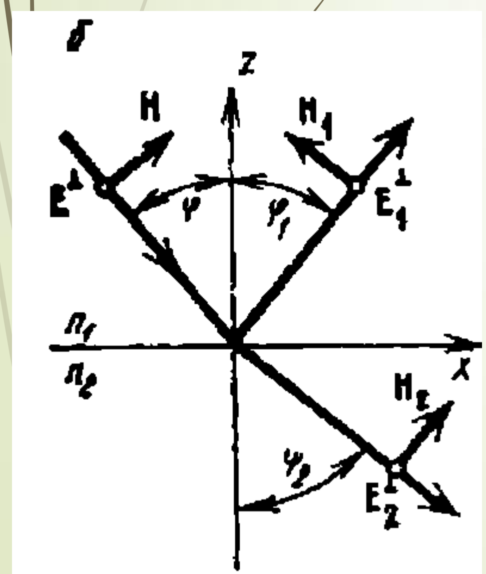
2. $\cos\alpha/\cos\alpha_1 = v_1/v_2$, $\alpha + \gamma = \pi/2$ и $\alpha_2 + \gamma_2 = \pi/2$, следовательно, $\sin\gamma/\sin\gamma_2 = v_1/v_2 = n_2/n_1$. Учитывая, что $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$, т.е. получаем закон преломления электромагнитных волн.

Формулы Френеля



Для полного описания явлений необходимо найти интенсивность отраженного и преломленного света, состояние его поляризации, фазовое соотношение

Рассмотрим частные случаи:
а) электрический вектор **E** лежит в плоскости падения электромагнитной волны;
б) электрический вектор **E** перпендикулярен к плоскости падения волны.



Этот подход обоснован с той точки зрения, что для каждого момента времени нетрудно вычислить величину суммарной напряженности электрического поля **E**, если известны две ее проекции на границу раздела ($E_{\parallel}$ и $E_{\perp}$), так как $\sqrt{\quad}$

Вектор ***E*** *лежит в плоскости падения электромагнитной волны*

Направления векторов **E"**, **E"**$_1$ и **E"**$_2$ показаны на рис.7.1,а.

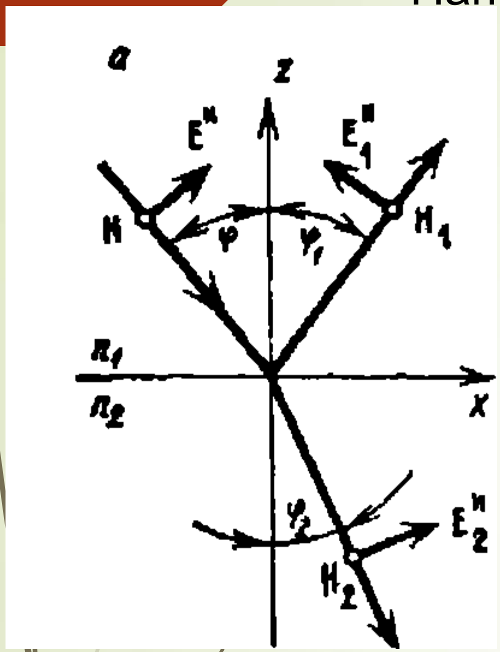


рис.7.1,а

Для проекции амплитуд **E"** и **H** на границу раздела

$$E''_{00}\cos\varphi_1 - E''_{10}\cos\varphi_1 = E''_{20}\cos\varphi_2$$

$$H_{10}+H_{10}=H_{20}$$

Учитывая, что $H_{00}=n_1E''_{00}$, $H_{10}=n_1E''_{10}$, $H_{20}=n_2E''_{20}$ и $\sin\varphi_1/\sin\varphi_2=n_2/n_1$, имеем:

$$E^{\|}{}_{00} - E^{\|}{}_{10} = E^{\|}{}_{20}\frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1}$$

(7.1.1)

$$E^{\|}{}_{00} + E^{\|}{}_{10} = E^{\|}{}_{20}\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}$$

Тогда $\dfrac{E^{\|}{}_{00} - E^{\|}{}_{10}}{E^{\|}{}_{00} + E^{\|}{}_{10}} = \dfrac{\sin\varphi_2\cos\varphi_2}{\sin\varphi_1\cos\varphi_1} = \dfrac{\sin 2\varphi_2}{\sin 2\varphi_1}$ Преобразуя это выражение, получаем

$$E^{\|}{}_{10} = E^{\|}{}_{00}\frac{\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2}{\sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_2} = E^{\|}{}_{00}\frac{2\sin(\varphi_1-\varphi_2)\cos(\varphi_1+\varphi_2)}{2\sin(\varphi_1+\varphi_2)\cos(\varphi_1-\varphi_2)}$$

$$E^{\|}{}_{10} = E^{\|}{}_{00}\frac{tg(\varphi_1-\varphi_2)}{tg(\varphi_1+\varphi_2)} \qquad (7.1.2)$$

Складывая уравнения (7.1.1), имеем

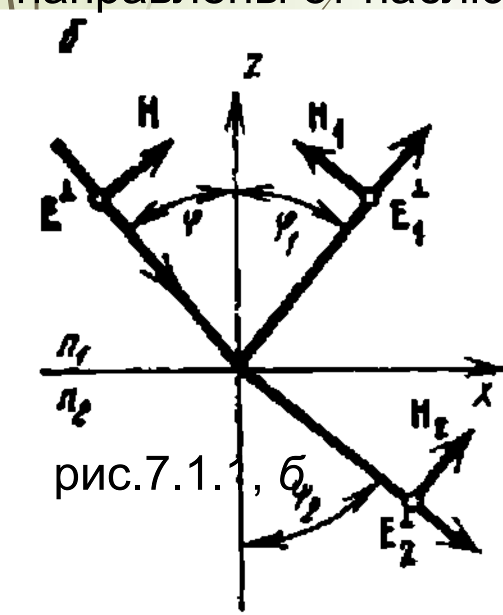
$$2E^{\parallel}{}_{00} = E^{\parallel}{}_{20}\left(\frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1} + \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}\right) = \frac{1}{2}E^{\parallel}{}_{20}\,\frac{\sin 2\varphi_2 + \sin 2\varphi_1}{\sin\varphi_2\cos\varphi_1}$$

Или

$$E^{\parallel}{}_{20} = E^{\parallel}{}_{00}\,\frac{2\sin\varphi_2\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)\cos(\varphi_1-\varphi_2)} \qquad (7.1.3)$$

Вектор **E** *перпендикулярен к плоскости падения электромагнитной волны*

Направления векторов **E**$^{\perp}$, **E**$^{\perp}{}_{1}$ и **E**$^{\perp}{}_{2}$ перпендикулярны к плоскости чертежа и направлены от наблюдателя (рис.7.1, *б*)



$$E^{\perp}{}_{00} + E^{\perp}{}_{10} = E^{\perp}{}_{20}$$

$$H_{00}\cos\varphi_1 - H_{10}\cos\varphi_1 = H_{20}\cos\varphi_2$$

Условие для проекций векторов представимо в виде:

$$E^{\perp}{}_{00} - E^{\perp}{}_{10} = E^{\perp}{}_{20}\,\frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1}\,\frac{n_2}{n_1} = E^{\perp}{}_{20}\,\frac{\cos\varphi_2\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1\sin\varphi_2}$$

рис.7.1, *б*

Искомые соотношения для $E^{\perp}$:

$$E^{\perp}{}_{10} = -E^{\perp}{}_{00} \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \qquad (7.1.4)$$

$$E^{\perp}{}_{20} = E^{\perp}{}_{00} \frac{2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \qquad (7.1.5)$$

Соотношения (7.1.4)-(7.1.5) носят название *формул Френеля*

Аналогичные формулы нетрудно
получить и для магнитных векторов

Нормальное падение электромагнитной волны на границу раздела

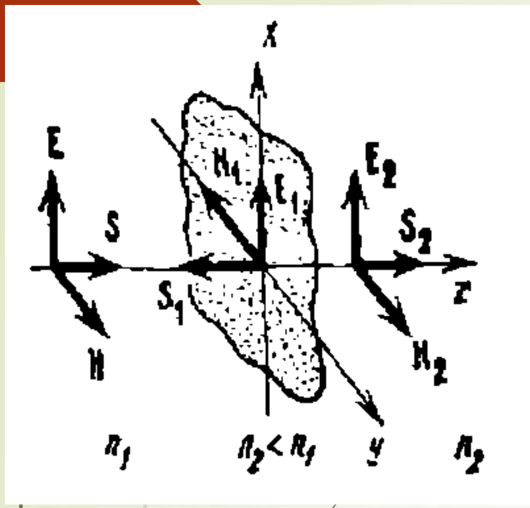


рис.7.2

Граничные условия:

$$E + E_1 = E_2$$
$$H - H_1 = H_2 \qquad (7.1.6)$$

При z=0 соблюдается соотношение (7.1.5) для любого момента времени t, следовательно амплитуды напряженности электрического и магнитного полей запишутся в виде:

$$E_{00}+E_{10}=E_{20};\ H_{00}-H_{10}=H_{20}$$

С учетом того, что:

$$H_{00} = n_1 E_{00}, H_{10} = n_1 H_{10},\ H_{20} = n_2 E_{20}, \qquad где: n_1 = \sqrt{\varepsilon_1},\ n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$$

Получим:

$$E_{00} + E_{10} = E_{20}; \quad E_{00} - E_{10} = \left(n_2 / n_1 \right) E_{20}$$

Тогда выражения для амплитуд отраженной и прошедшей волн имеют вид:

$$E_{10} = E_{00} \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad (7.1.6)$$

$$E_{20} = E_{00} \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \qquad (7.1.7)$$

1. Если $n_1>n_2$ (следовательно, $\varepsilon_1>\varepsilon_2$), то знаки амплитуд отраженной E_{10} и падающей E_{00} волн совпадают.

На границе раздела двух диэлектриков векторы **E** и **E₁** колеблются в одной фазе (синфазно), а фазы векторов **H** и **H₁** отличаются на π.

2. Если $n_1< n_2$ (следовательно, $\varepsilon_1< \varepsilon_2$), то знаки E_{10} и E_{00} различны, т.е. происходит изменение на π фазы вектора $\mathbf{E_1}$ по отношению к вектору **E**. Векторы $\mathbf{H_1}$ и **H** в данном случае колеблются в одной фазе.

Этот результат формулируется в оптике как потеря полуволны $\lambda/2$ при отражении света от второй среды. Если $\varepsilon_2>\varepsilon_1$, то теряет полволны магнитный вектор.

Амплитуда прошедшей волны E_{20} всегда совпадает по знаку с амплитудой падающей волны E_{00}.

Используя соотношения между амплитудами падающей (a_0), отраженной (a_1) и прошедшей (a_2) волн

коэффициенты отражения *R* и пропускания *T можно записать в виде:*

$$R = \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2; \quad T = \left(\frac{a_2}{a_0}\right)^2 \qquad (7.1.8)$$

Если поглощение в пластинке отсутствует, то

$$R + T = 1 \qquad (7.1.9)$$

С учетом среднего потока энергии падающей, отраженной и прошедшей волн :

$$R = \frac{\langle (c/4\pi)\,\mathrm{E_1H_1} \rangle}{\langle (c/4\pi)\,\mathrm{EH} \rangle} \qquad T = \frac{\langle (c/4\pi)\,\mathrm{E_2H_2} \rangle \cos\varphi_2}{\langle (c/4\pi)\,\mathrm{EH} \rangle \cos\varphi} \qquad (7.1.10)$$

Выразим *R* и *T* через амплитуды E_{00}, E_{10} и E_{20}, используем соотношения (7.1.6) и (7.1.7), получим:

$$R = \left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \qquad (7.1.11)$$

$$T = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{E_{20}}{E_{00}}\right)^2 = \frac{4n_2n_1}{(n_1 + n_2)^2} \qquad (7.1.12)$$

Закон Брюстера

Зависимость угла отражения (или угла падения), при котором наблюдается линейно поляризованная отраженная волна, от показателей преломления двух диэлектрических сред носит название *закона Брюстера,* а соответствующий угол φ_0 называют *углом Брюстера*:

$$tg\varphi_0 = {n_2}/{n_1} \qquad (7.1.13)$$

Из формул Френеля следует, что параллельная и перпендикулярная составляющие ($E^{\parallel}_1$ и $E^{\perp}_1$) отраженной волны по-разному изменяются с увеличением угла отражения φ_1

Падающая световая волна возбуждает в среде колебания электронов, которые становятся источниками вторичных волн. В случае изотропных молекул их направление колебаний совпадает с направлением электрического вектора световой волны.

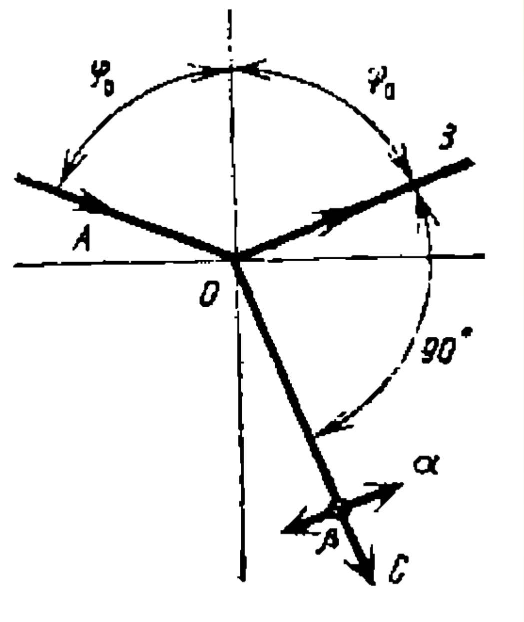


рис.7.3

Колебание можно представить как сумму двух колебаний, одно из которых α лежит в плоскости *AOC*, а другое β – к ней перпендикулярно (рис. 7.3). Колебания электронов в молекуле изображаются как суперпозиция колебаний двух элементарных излучателей, оси которых направлены соответственно по α и β.

Излучение каждого из них может быть представлено диаграммой, изображенной на рис. 7.4, ориентированной в соответствии с направлениями α и β

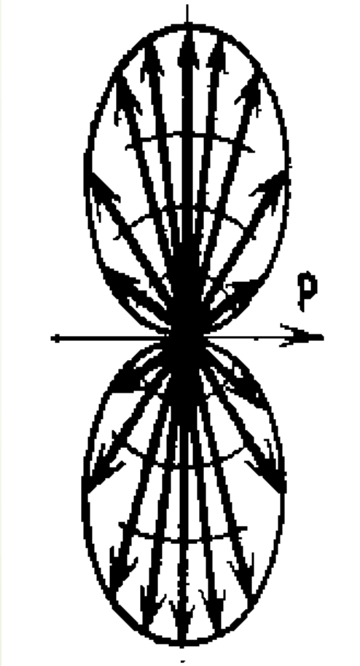


рис.7.4

Если падающий свет естественный, то $\left\langle \left(E_{00}^{\parallel}\right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(E_{00}^{\perp}\right)^2 \right\rangle$

Так как $\mathrm{I} = \left\langle \left(E_{00}^{\parallel}\right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(E_{00}^{\perp}\right)^2 \right\rangle$ следовательно

$$\left\langle \left(E_{00}^{\parallel}\right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(E_{00}^{\perp}\right)^2 \right\rangle = I/2$$

На основании соотношений (7.1.2) и (7.1.4) :

$$I_1 = \frac{1}{2} I \left[\frac{tg^2(\varphi - \varphi_2)}{tg^2(\varphi + \varphi_2)} + \frac{\sin^2(\varphi - \varphi_2)}{\sin^2(\varphi + \varphi_2)} \right] \qquad (7.1.14)$$

формула для расчета интенсивности отраженного света как функции угла падения φ

Относительные значение интенсивности

Интенсивность падающего света $\mathrm{I} = \left(E_{00}^{\parallel}\right)^2 + \left(E_{00}^{\perp}\right)^2$

Интенсивность отраженного света $\mathrm{I}_1 = \left(E_{10}^{\parallel}\right)^2 + \left(E_{10}^{\perp}\right)^2$

Интенсивность преломленного света $\mathrm{I}_2 = \left(E_{20}^{\parallel}\right)^2 + \left(E_{20}^{\perp}\right)^2$

Таблица 7.1

Фазовые соотношения между компонентами отраженной и преломленной волн

$\varphi+\varphi_2<\frac{\pi}{2}\ (\varphi<\varphi_0)$	$\varphi+\varphi_2>\frac{\pi}{2}\ (\varphi>\varphi_0)$
$\varphi>\varphi_2, n_2>n_1\ (\varepsilon_2>\varepsilon_1)$	
E$^{\parallel}$ и E$^{\parallel}_1$ противоположны по фазе	E$^{\parallel}$ и E$^{\parallel}_1$ совпадают по фазе
E$^{\perp}$ и E$^{\perp}_1$ противоположны по фазе	E$^{\perp}$ и E$^{\perp}_1$ противоположны по фазе
$\varphi<\varphi_2, n_2<n_1\ (\varepsilon_2<\varepsilon_1)$	
E$^{\parallel}$ и E$^{\parallel}_1$ совпадают по фазе	E$^{\parallel}$ и E$^{\parallel}_1$ противоположны по фазе
E$^{\perp}$ и E$^{\perp}_1$ совпадают по фазе	E$^{\perp}$ и E$^{\perp}_1$ совпадают по фазе