

# Оптика анизотропных сред

## Тема 8 лекция 14

Анизотропные среды. Тензор диэлектрической проницаемости. Распространение плоской волны в анизотропной среде. Двойное лучепреломление.

Зависимость лучевой скорости от направления распространения. Эллипсоид лучевых скоростей. Законы Френеля. Оптическая ось.

Анизотропную среду, представим через совокупность значений тензора диэлектрической проницаемости при помощи трехосного эллипсоида

Трем значениям диэлектрической проницаемости (осям эллипсоида) соответствуют в кристалле три взаимно перпендикулярных направления. Для них направления векторов  $D$  и  $E$  совпадают.

Это **главные направления кристалла**

$$\left( \begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right) \quad (8.1.1)$$

За оси координат  $x, y, z$  *выбираем* главные направления. Тензор диэлектрической проницаемости имеет диагональный вид

Будут выполняться соотношения

;

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  называются *главными диэлектрическими проницаемостями*.  
Оси координат выбирают так, чтобы

Разложим поле  $E$  на компоненты  $E_x, E_y, E_z$  вдоль главных осей. Каждая из этих компонент обусловит вдоль осей в соответствии с равенствами (8.1.1) слагающие индукции  $D_x, D_y, D_z$ . Результирующий вектор  $D$  получится простым построением. Из рис. 8.1 видно, что  $D$  и  $E$  не совпадают по направлению

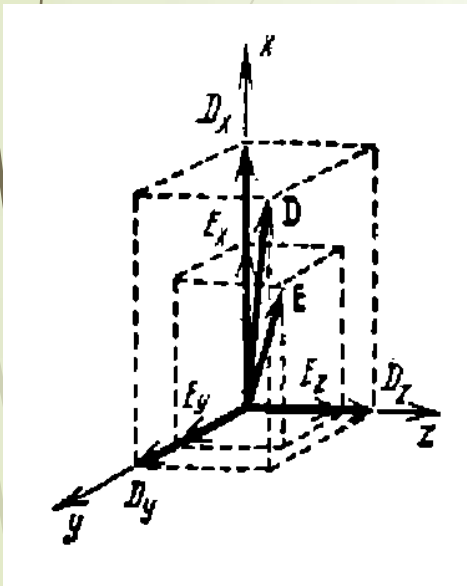


рис. 8.1

В выбранных таким образом координатах  $x, y, z$  выполняется соотношение

Это уравнение эллипсоида. Он называется *эллипсоидом диэлектрической проницаемости*, или *эллипсоидом Френеля* (рис.8.2)

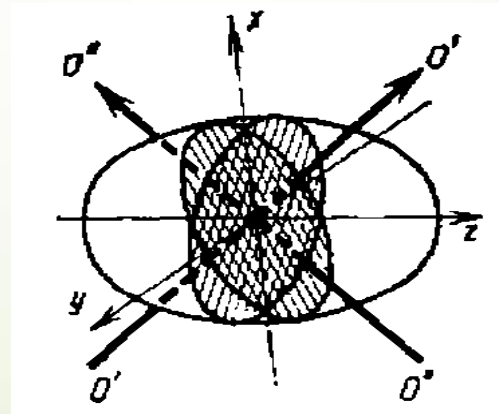


рис. 8.2

Несовпадение в общем случае векторов  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  приводит к различию в направлениях распространения фазы и энергии волны. В плоскости волнового фронта, т.е.  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  совпадают между собой по направлению и располагаются перпендикулярно к  $\mathbf{N}$ . Оба вектора  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  всегда перпендикулярны к вектору  $\mathbf{H}$

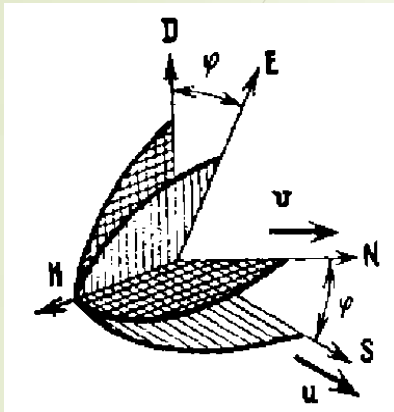


рис.8.3

(рис.8.3)

Рассмотрим распространение плоских монохроматических электромагнитных волн в прозрачных и однородных кристаллах

$$\left. \begin{aligned} &(\quad) \\ &(\quad) \\ &(\quad) \end{aligned} \right\} \quad (8.1.2)$$

уравнения Максвелла справедливы без изменений и для кристаллов:

$$\text{---}; \quad \text{---} \quad (8.1.3)$$

Учитывая, что для плоских волн  $\text{---}$ ,  $[\quad]$

из (8.1.2) получаем  $\text{---} - [\quad]; \quad \text{---} - [\quad] \quad (8.1.4)$

Введем единичный вектор нормали  $\mathbf{N}$  по формуле ( ) тогда

$$-\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad -\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}; \quad -\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad ( \quad )$$

В проекциях на оси координат:

$$\left. \begin{array}{l} -\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \\ -\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \\ -\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \end{array} \right\} (8.1.5)$$

Подставим в (8.1.5) значения  $E_x, E_y, E_z$

$$\frac{\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}}$$

Умножая  $D_x, D_y, D_z$  соответственно на  $N_x, N_y, N_z$ , и складывая

$$\left( \frac{\phantom{0}}{\phantom{0}} \quad \frac{\phantom{0}}{\phantom{0}} \quad \frac{\phantom{0}}{\phantom{0}} \right) ( \quad )$$

Введем единичный вектор нормали  $\mathbf{N}$  по формуле ( ) тогда

$$-[\ ] \quad -[\ ]; \quad -[\ ]$$

Так как  $\mathbf{DN}=0$ ,  $\mathbf{EN}$  отлично от нуля. Поэтому

*уравнение Френеля для фазовой скорости*

*главные скорости распространения света в кристалле*

$$(\ )(\ ) \quad (\ )(\ ) \quad (\ )(\ ) \quad (\ )(\ ) \quad (8.1.6)$$

Уравнение (8.1.6) является уравнением второй степени относительно  $v^2$ . Если задать направление  $\mathbf{N}$ , то из уравнения (8.1.6) можно найти нормальную скорость  $v$ .

Главные показатели преломления определяются выражениями

$$\sqrt{\ } \quad \sqrt{\ } \quad \sqrt{\ }$$

Таким образом, каждому направлению нормали  $\mathbf{N}$  соответствуют два значения показателя преломления в соответствии с двумя возможными поляризациями среды

Вдоль произвольного направления  $\mathbf{N}$  в кристалле распространяются две линейно поляризованные волны во взаимно перпендикулярных плоскостях с различными скоростями. Но световая энергия переносится вдоль направления, задаваемого вектором Умова-Пойнтинга. Следовательно, направления распространения энергии (направления лучей) для этих волн различны, что приводит к пространственному разделению светового луча, т.е. **к двойному лучепреломлению**

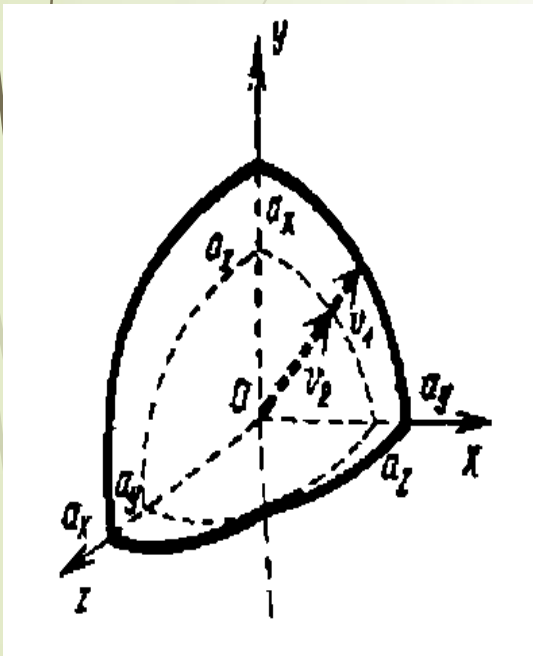
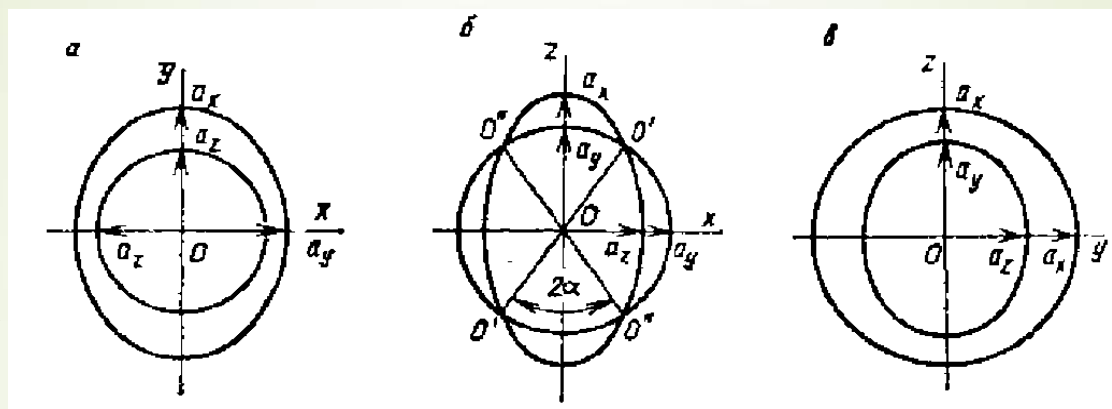


рис. 8.4

Из некоторой точки  $O$  внутри кристалла (рис. 8.4). Будем откладывать фазовую скорость света в виде радиуса-вектора по всем возможным направлениям нормали к волне. Тогда через концы нормальных скоростей можно провести поверхность, которую называют **поверхностью нормалей**. Поверхность нормалей имеет двуполостный характер. Пересечение радиуса-вектора с поверхностью нормалей дает два значения скорости  $v_1$  и  $v_2$ , что соответствует распространению в заданном направлении двух плоских световых волн

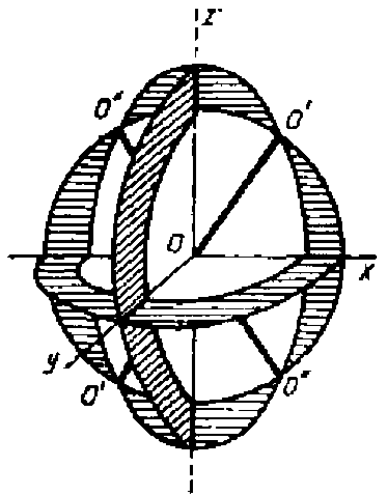
Сечения поверхности нормалей плоскостями  $xu$ ,  $xz$  и  $yz$  показаны на рис. 8.5. В каждом сечении поверхности нормалей получается круг и эллипс. В двух направлениях  $O'O'$  и  $O''O''$  (8.5, б) фазовые скорости обеих волн в кристалле совпадают. Эти направления называются **оптическими осями второго рода, или бинормальями**



Для двуосного кристалла опять получается сложная двуполостная поверхность с четырьмя точками встречи обеих полостей (аналогичных  $O'$  и  $O''$  на рис. 8.5). Направления, соединяющие попарно эти точки (подобно  $O'O'$  и  $O''O''$ ), являются направлениями совпадения лучевых скоростей и **называются оптическими осями первого рода, или бирадиальми**

Кроме поверхности нормалей можно построить также поверхность, которая будет представлять собой геометрическое место концов векторов Умова-Пойнтинга. **Такую поверхность называют лучевой, или волновой, поверхностью**, так как она характеризует поверхность световой волны. Принцип построения остается тот же





В перспективе изображение трех главных сечений волновой поверхности в двуосном кристалле представлено на рис. 8.6.

Кристалл называется *положительным*, если (            ), и *отрицательным*, если (            )

рис. 8.6

Поверхности нормалей положительного (а) и отрицательного (б) одноосных кристаллов (рис 8.7) :

а-                    ;  
 б-                    ;

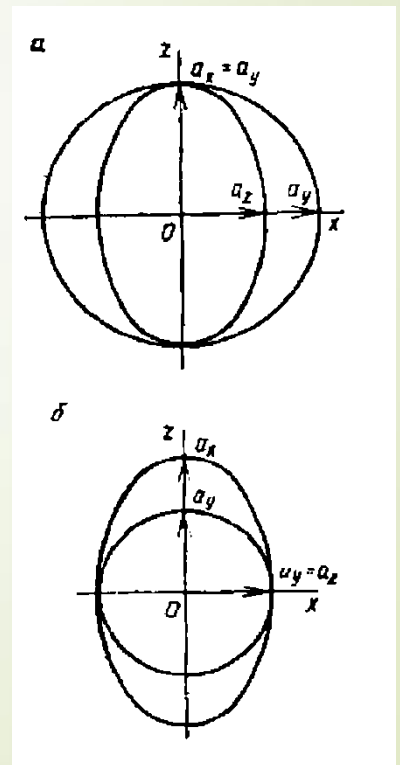
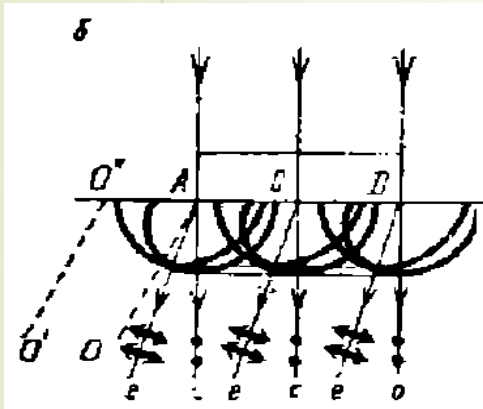


рис 8.7

## Распространения света в анизотропных средах

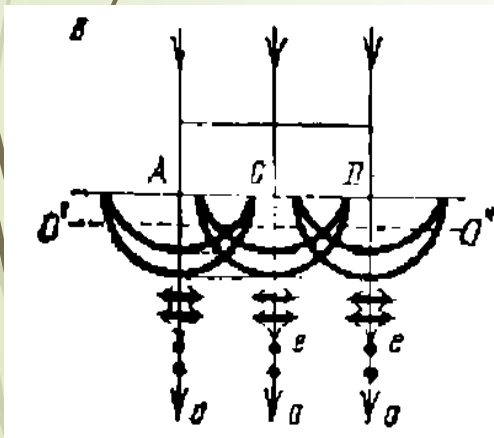
Поверхности, фигурирующие в построении Гюйгенса, есть лучевые поверхности, а не поверхности нормалей. Используя представление о сферической эллиптической волновых поверхностях, можно найти направления обыкновенного и необыкновенного лучей в одноосных кристаллах



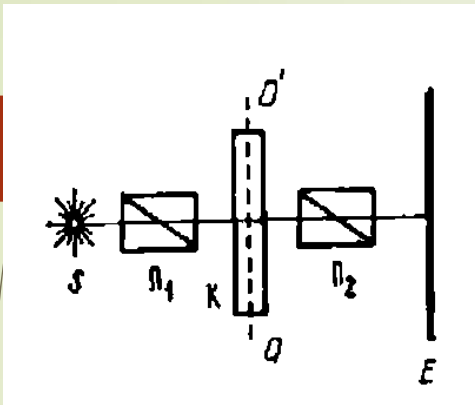
Частные случаи :

*Оптическая ось  $O'O''$  лежит в плоскости падения под некоторым углом к преломляющей поверхности кристалла (рис. 8.8 , а).*

*Оптическая ось  $O'O''$  составляет некоторый угол с преломляющей гранью кристалла (рис. 18.8 , б).*



*Оптическая ось  $O'O''$  параллельна преломляющей грани кристалла (рис.8.8 , в)*



Опыт, поставленный впервые Френелем, показывает, что если убрать поляризатор  $\Pi_1$ , то на экране  $E$  интерференционной картины не получится (рис.8.9), т.к. любые взаимно перпендикулярно поляризованные компоненты естественного света, между собой не когерентны.

Экспериментальные результаты, полученные Френелем, сформулированы им в виде законов:

- 1) два луча, поляризованные в одной плоскости, дают интерференционную картину так же, как и естественный свет;
- 2) два луча, взаимно перпендикулярно поляризованные, не дают интерференционной картины;
- 3) два луча, поляризованные взаимно перпендикулярно и полученные из естественного света, после приведения к одной и той же плоскости поляризации не дают интерференционной картины;
- 4) два луча, поляризованные взаимно перпендикулярно, но полученные из линейно поляризованного света, дают интерференционную картину после приведения к одной и той же плоскости поляризации.

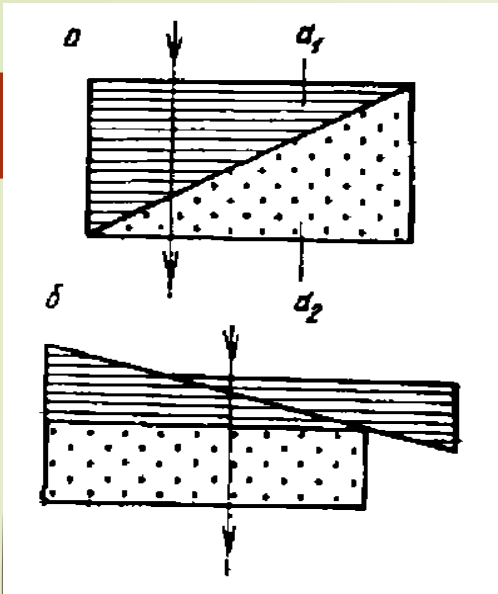


рис.8.10 Компенсаторы Бабинне (а)  
И Солейля (б)

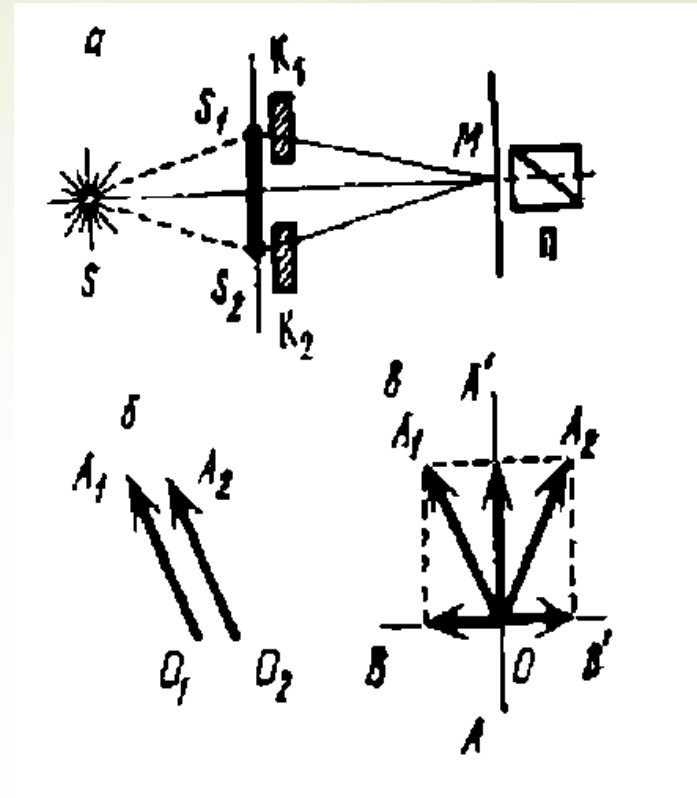


рис.8.11 Схема опыта по выяснению внутренней  
Микроструктуры естественного света  
а – общая схема; б – мгновенные направления вектора  $E$   
исходящих от  $S_1$  и  $S_2$  до прохождения пластинок  $K_1$  и  $K_2$ ;  
в – то же после прохождения светом  $K_1$  и  $K_2$