

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ОПТИКИ

Тема 9 лекция 17

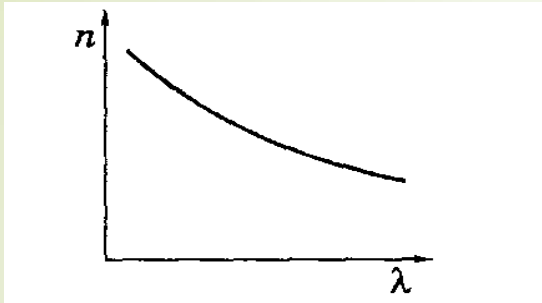
Дисперсия света. Нормальная и аномальная дисперсия света. Методы исследования дисперсии. Электронная теория дисперсии света. Формула Лоренц-Лоренца.

Удельная рефракция. Фазовая и групповая скорости света. Формула Релея. Методы измерения скорости света.

Дисперсия света - это явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины волны (или частоты):

$$n = f(\lambda)$$

где λ – длина волны света в вакууме.



Производную $dn / d\lambda$ называют **дисперсией вещества**.

$dn/d\lambda < 0$ соответствует **нормальной дисперсии**

$dn/d\lambda > 0$ соответствует **аномальной дисперсии**.

В изотропной немагнитной среде $n = \sqrt{\epsilon}$

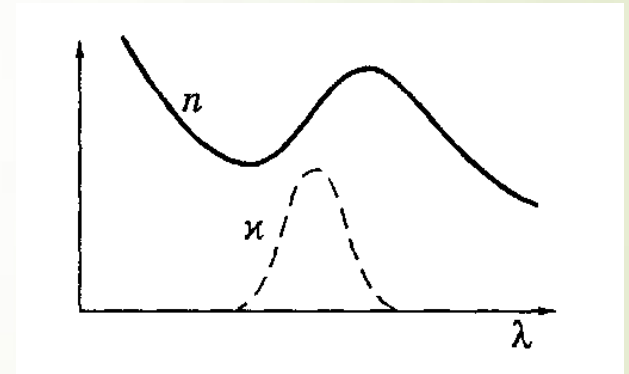
$$P = \chi \epsilon_0 E \quad \text{- поляризованность}$$

ϵ можно найти из соотношения $\epsilon = 1 + \chi$

χ – диэлектрическая восприимчивость

$$\epsilon = 1 + \frac{P_x}{\epsilon_0 E_x}$$

- проекция вектора **P** на ось X, вдоль которой совершаются колебания вектора **E**



$$P_x = n_0 P_x$$

n_0 - концентрация диполей

$$p = ql \quad \text{где } q > 0$$

Проекция вектора \mathbf{p} на ось OX равна

$$p_x = ql_x = q \overleftarrow{x} = -qx \quad \varepsilon = 1 + \frac{n_0 \overleftarrow{qx}}{\varepsilon_0 E_x}$$

Задача сводится к определению $x(t)$ под действием $E_x(t)$
Уравнение движения электронного облака

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + qE_m \cos \omega t$$

где m – масса электронного облака, а справа записаны проекции на ось X квазиупругой силы, силы «сопротивления», обусловленной чем-то вроде «трения» облака о ядро, и вынуждающей силы со стороны гармонической электромагнитной волны частоты ω .

Разделив уравнение (7.6) на m , приведем его к виду

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_m \cos \omega t$$

где $\omega_0^2 = k/m \quad 2\beta = r/m \quad f_m = qE_m/m$

Для теории дисперсии имеет значение не общее, а только частное (установившееся) решение уравнения (7.7);

$$x = \alpha \cos(\omega t - \varphi)$$

где α – амплитуда колебаний, φ – разность фаз между смещением x и «силой» $f_m \cos \omega t$.

Подстановка этого решения в уравнение (7.7) позволяет с помощью векторной диаграммы найти значения амплитуды α и разности фаз φ , а именно:

$$\alpha = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad 2\beta\omega \ll (\omega_0^2 - \omega^2)$$

когда вынуждающая частота (поля) не очень близка к собственной частоте ω_0 колебаний электронного облака и коэффициент β , характеризующий затухание, достаточно мал. В этом случае, если $\omega < \omega_0$, то

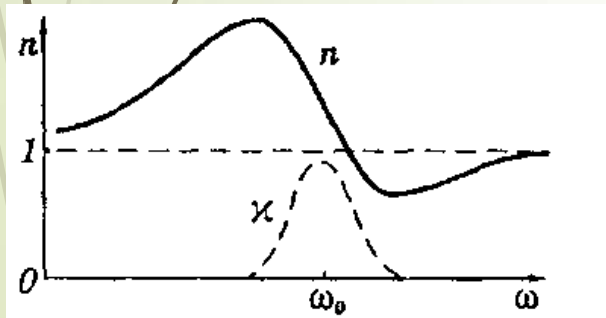
$$x \approx \frac{f_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

Такой же результат будет и при $\omega > \omega_0$, когда $\varphi = \pi$

$$qE_m \cos \omega t = -qE_x$$

Где $b = n_0 q^2 / \epsilon_0 m = N_0 e^2 / \epsilon_0 m_e$, N_0 - концентрация электронов

(здесь учтено, что, $q = Ze$, $m = Zm_e$, $N_0 = Zn_0$, Z - число электронов в атоме).



Первые экспериментальные исследования дисперсии света принадлежат Ньютону (1672). Им был применен так называемый *метод скрещенных призм* (*метод скрещенных дисперсий*).

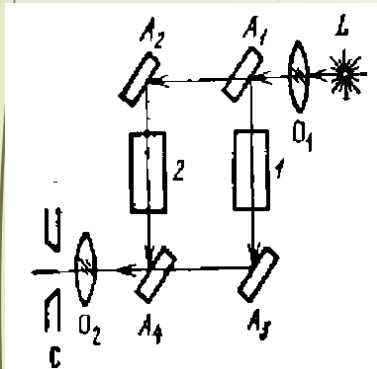
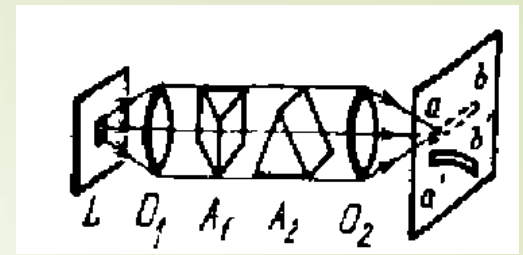


Рис. 21.5. Схема измерения дисперсии в парах металла по методу Рождественского

а - при значительной плотности паров обе линии поглощения натрия сливаются в полосу; б – при небольшой плотности паров обе линии поглощения натрия разделены.

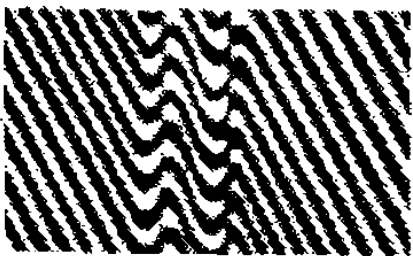
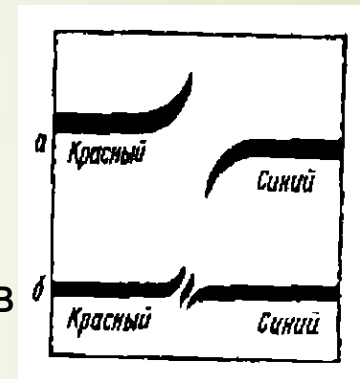


Рис. 21.9. Аномальная дисперсия в парах натрия («крюки» Рождественского)

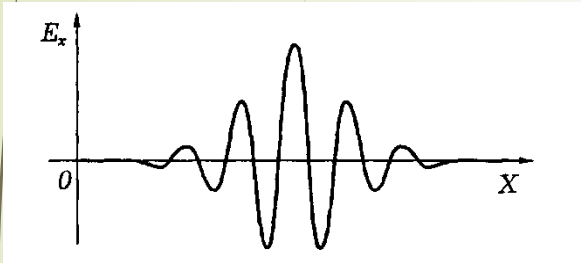


Рис. 21.8. Изгиб интерференционных полос вблизи линии поглощения

Групповая скорость

Волновой пакет

Суперпозицию волн, мало отличающихся друг от друга по частотам ($\Delta\omega \ll \omega$) называют *волновым пакетом* или *группой волн*.



В вакууме все монохроматические волны, образующие пакет, распространяются, как уже было сказано выше, с одинаковой фазовой скоростью

$$v = \omega/k \quad k - \text{волновое число } (2\pi/\lambda).$$

С такой же скоростью распространяется в вакууме и сам волновой пакет

Групповая скорость. В диспергирующей же среде волновой пакет расплывается, поскольку скорости его монохроматических составляющих отличаются друг от друга, и понятие скорости такой волны требует уточнения.

$$u = d\omega/dk$$

Если дисперсия достаточно мала волновому пакету можно приписать скорость u , с которой перемещается его «центр тяжести».

Это так называемая *групповая скорость*,

образуется суммарная волна

$$E = E_1 + E_2 = 2A \cos \frac{t d\omega - x dk}{2} \cos (\omega t - kx)$$

На примере суперпозиции двух волн с одинаковой амплитудой и несколько отличными друг от друга длинами волн (и частотами). На рис. 7.7, а показано их относительное расположение в некоторый момент времени, а на рис. 7.7, б – результат их суперпозиции.

Пусть уравнение этих двух монохроматических волн имеют вид:

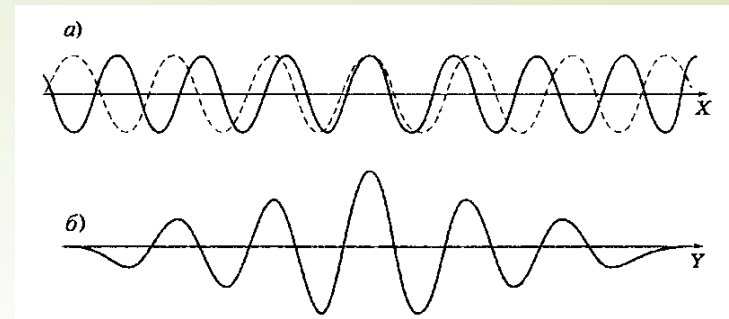
$$E_1 = A \cos (\omega t - kx)$$

$$E_2 = A \cos [(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

Это уравнение монохроматической волны, амплитуда которой меняется по закону

$$A_0 = \left| 2A \cos \frac{t d\omega - x dk}{2} \right|$$

Отсюда следует, что точки, соответствующие максимуму амплитуды, движутся по закону $t d\omega - x dk = 0$ откуда $x = \left(\frac{d\omega}{dk} t \right)$



Выражение для групповой скорости можно представить

Заменив ω через vk

$$u = \frac{d}{dk} \left(vk \right) = v + k \frac{dv}{dk}$$

Так как $k = 2\pi/\lambda$ и $dk = -\left(2\pi/\lambda^2 \right) d\lambda$

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

формула Релея

переноса энергии. Фазовая скорость устанавливает только связь между фазами колебаний в различных точках пространства.

Строго монохроматическая волна не может служить для передачи сигнала, поскольку она не имеет ни начала, ни конца во времени и пространстве.

Поэтому распространение сигнала связано с перемещением *изменений* амплитуды. И в тех случаях, когда групповая скорость имеет смысл (т.е. электромагнитный импульс распространяется не расплываясь), она совпадает со скоростью переноса энергии.

Прямые измерения скорости света сводятся к измерению расстояния, проходимого световым сигналом (импульсом) за определенный промежуток времени. Этот метод практически дает групповую скорость. То же самое, как показывает подробный анализ, относится ко всем известным косвенным методам измерения скорости света. Фазовую же скорость (точнее, отношение фазовых скоростей в двух различных средах) можно определить по отношению показателей преломления, или воспользовавшись законом преломления.