

Свойства электромагнитных волн

Тема 3 лекция 3

Основы теории волнового движения. Структура электромагнитной волны. Скорость электромагнитной волны. Волновое уравнение.

Монохроматическая волна. Плоская волна.

Сферическая волна. Сходящиеся и расходящиеся сферические волны.

В 1860 г. знаменитый английский физик Джеймс Клерк Максвелл создал единую теорию электрических и магнитных явлений, в которой он использовал понятие *ток смещения*, дал **определение электромагнитного поля (ЭМП)** и предсказал существование в свободном пространстве **электромагнитного излучения**, которое распространяется со скоростью света.



Теорию ЭМП Максвелл сформулировал в виде системы нескольких уравнений. В учении об электромагнетизме эти уравнения Максвелла играют такую же роль, как уравнения (или законы) Ньютона в механике или I и II начала в термодинамике.

Джеймс Клерк Максвелл

(1831-1879) английский физик, создатель классической электродинамики, один из основоположников статистической физики.

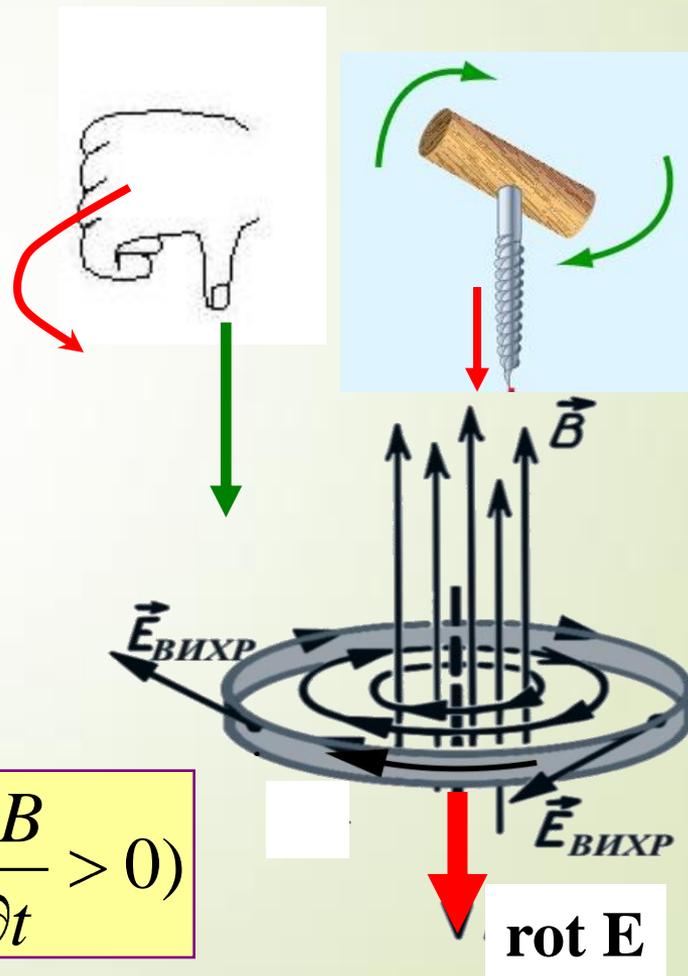
Изменения B в какой – либо точке пространства вызывает появление в смежных точках вихревого электрического поля, также изменяющегося по напряженности, силовые линии которого охватывают линии магнитного поля и расположены в перпендикулярной им плоскости.

Вихревое электрическое поле характеризуется особой векторной величиной, называемой

ротором напряженности поля

$$\mathit{rot} \vec{E}$$

Вектор ротора приложен в центре вихревого поля, перпендикулярно плоскости его силовых линий и направлен относительно них по правилу правого винта.



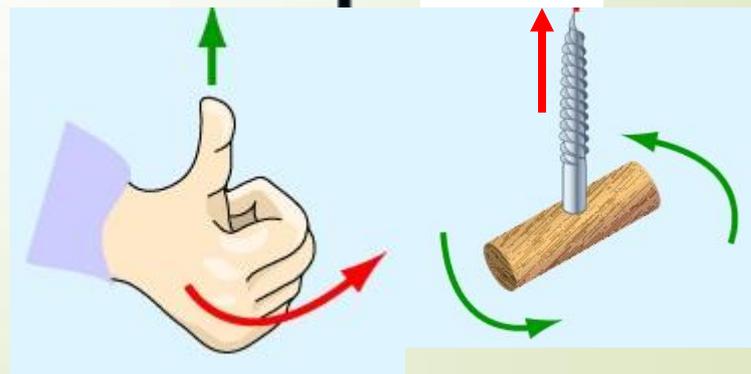
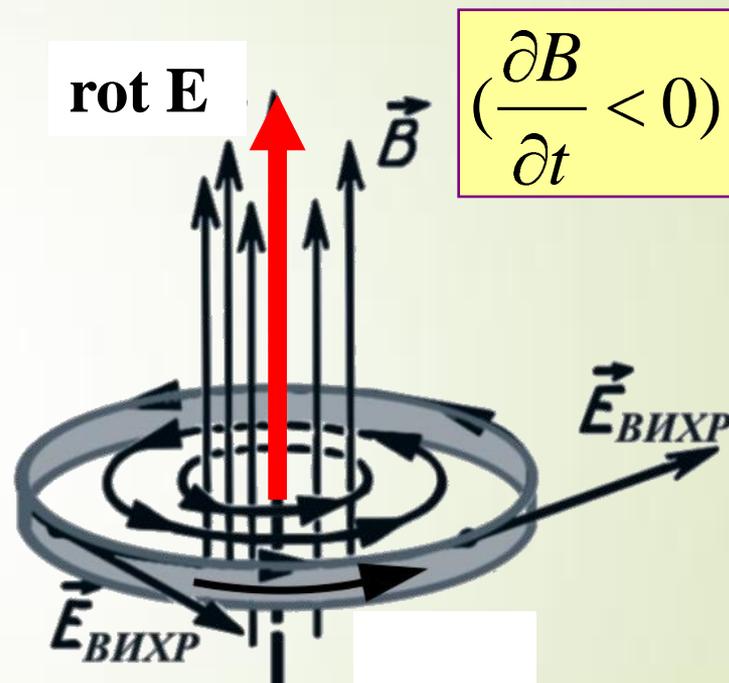
$$\left(\frac{\partial B}{\partial t} > 0\right)$$

Ротор $rot \vec{E}$ направлен по правилу Ленца. В случае, когда магнитное поле усиливается, ротор направлен против вектора B . Если магнитное поле убывает – сонаправлен с вектором B .

Вектор напряженности электрического поля E связан с ротором $rot \vec{E}$ правилом правого буравчика, следовательно, можно определить направление поля E .

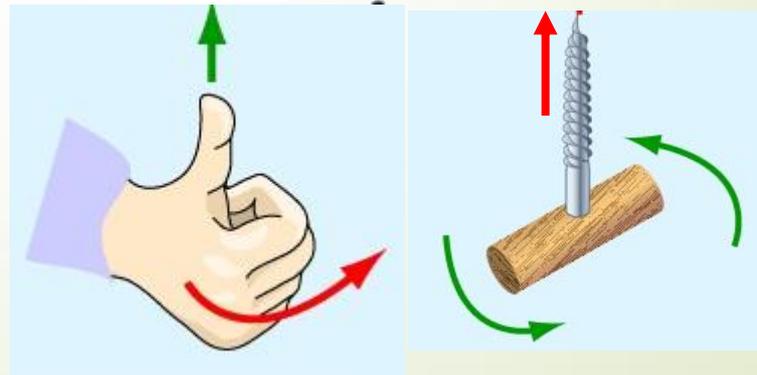
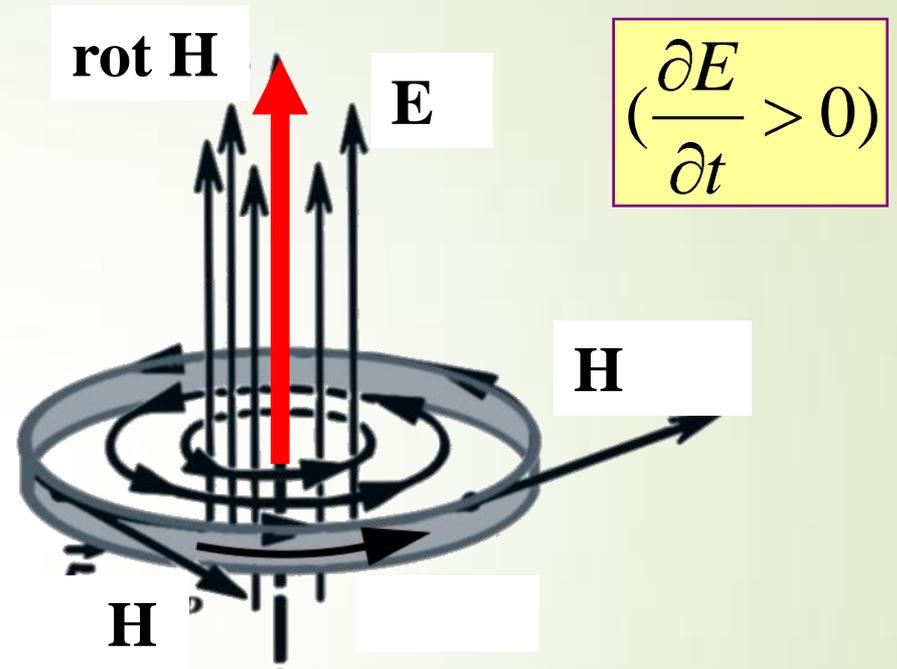
В среде, не проводящей электрический ток, $rot \vec{E}$ индуцированного электрического поля прямо пропорционален скорости изменения B :

$$rot \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$



Уравнение Максвелла для вихревого магнитного поля имеет вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



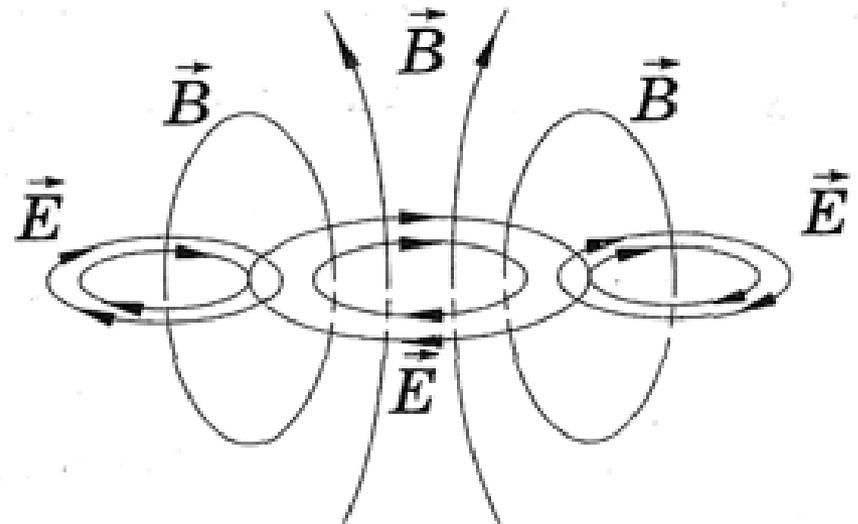
Итак, переменное магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля.

Переменное электрическое поле вызывает появление магнитного поля.

Взаимно порождаясь, они могут существовать независимо от источников заряда или токов, которые первоначально создали одно из них. В сумме это есть электромагнитное поле (ЭМП).

Превращение одного поля в другое и распространение в пространстве есть способ существования ЭМП.

Конкретные проявления ЭМП – радиоволны, свет, гамма-лучи и т.д.



Электромагнитное поле как следствие принципа относительности Эйнштейна.

Принцип относительности (П.О.) Эйнштейна (сформулирован на основе опыта Майкельсона, Физо и др.):

законы всех физических явлений, в том числе и электромагнитных, имеют одинаковый вид (т.е. описываются одинаковыми уравнениями) во всех инерциальных системах отсчета.

Из принципа относительности вытекает, что раздельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет лишь относительный смысл. Заряды, неподвижные относительно одной системы координат, движутся относительно другой и, следовательно, создают не только электрическое, но и магнитное поле. Неподвижный проводник с постоянным током, $I = \text{const}$, создает только магнитное поле. Но относительно других систем отсчета он движется и, следовательно, в любой точке пространства порождает вихревое электрическое поле.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$$

Основные положения теории электромагнитных явлений записываются в виде системы уравнений – уравнения Максвелла. В электромагнетизме эти уравнения играют такую же роль, как законы Ньютона в механике или I и II начала в термодинамике.

уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Первая пара уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \end{array} \right.$$

Первое из этих уравнений является выражением закона электромагнитной индукции.

Второе уравнение отражает свойство замкнутости линий вектора (или уход их в бесконечность) или отсутствие источников магнитного поля, т.е. магнитных зарядов.

Вторая пара уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{H} = j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \end{array} \right.$$

уравнение устанавливает связь между полным током и порождаемым им магнитным полем.

уравнение показывает, что источниками вектора \vec{D} служат сторонние заряды.

Уравнение электромагнитной волны

Электромагнитное поле не стоит на месте, а распространяется в пространстве. Этот процесс является периодическим и носит волновой характер.

На основе уравнений Максвелла можно получить волновое уравнение э/м волны:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= \mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} & (1) \\ \frac{\partial H}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} & (2) \end{aligned} \right\}$$

уравнения Максвелла для плоской гармонической электромагнитной волны, когда токи и заряды отсутствуют

Решение этих уравнений и составляют искомое уравнение волны

Дифференцируя (1) по x и (2) по t , получаем:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_a \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t} = \varepsilon_a \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon\varepsilon_0$$

$$\mu_a = \mu\mu_0$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2)$$

Аналогично дифференцируем (1) по t и (2) по x:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t} = \mu_a \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \varepsilon_a \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

Это общее дифференциальное уравнение волны

Если изменение величины S отвечает уравнениям:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$$

то это означает, что величина S распространяется в виде волны со скоростью v .

Таким образом, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}$$

Дифференциальное уравнение плоской гармонической электромагнитной волны

Фазовая скорость ЭМВ (скорость распространения фиксированной фазы) определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ — электродинамическая постоянная = скорости света в вакууме;

$$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$$

$$\mu_0 = 1,256637061 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$$

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$$

В любом веществе скорость распространения электромагнитных возмущений меньше в раз, чем в вакууме.

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}$$

Скорость распространения электромагнитных волн в среде зависит от ее электрической и магнитной проницаемостей. Величину

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}$$

абсолютным показателем преломления. С

учетом последнего имеем:

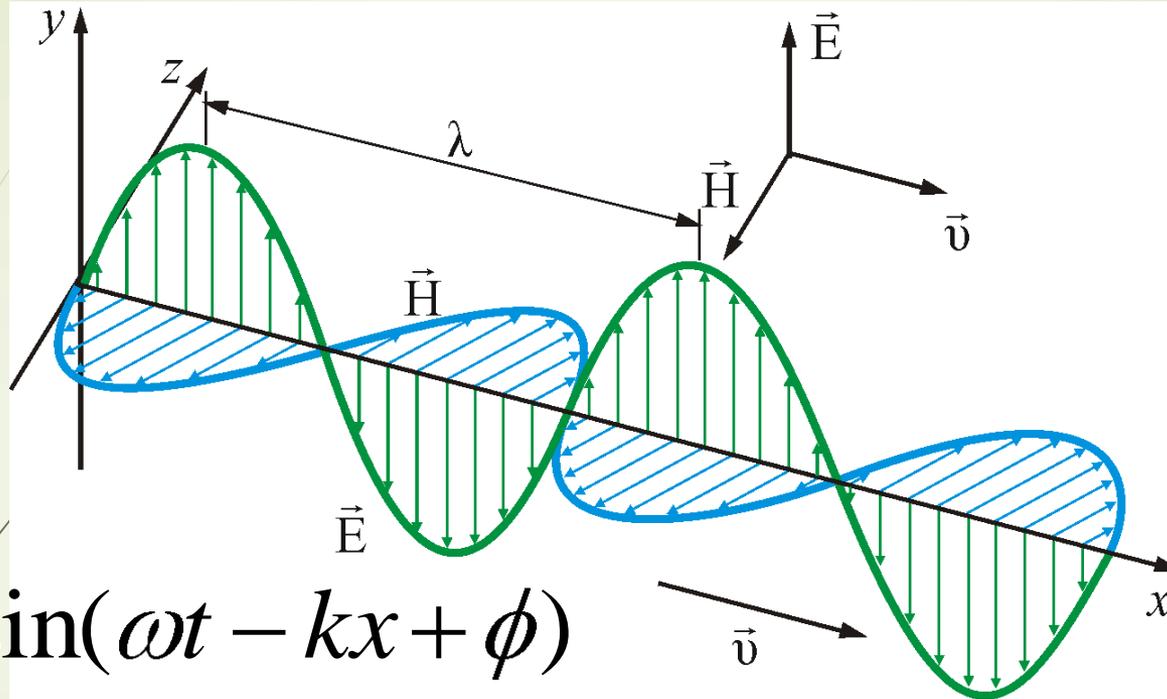
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{n} \quad \text{и} \quad n = \frac{c}{v}$$

Следовательно, *показатель преломления* среды есть *физическая величина, равная отношению скорости электромагнитных волн в вакууме к их скорости в данной среде.*

Решением дифференциальных уравнений является гармоническая функция:

$$E = E_m \cdot \sin \omega(t-x/v) = E_m \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$H = H_m \cdot \sin \omega(t-x/v)$$



$$E = E_0 \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$k = \frac{\omega}{v}$ — волновое число, ω — круговая частота,

ϕ — начальная фаза колебаний в точках с координатой $x = 0$, v — фазовая скорость.

Таким образом:

- векторы \vec{E} \vec{H} \vec{v} взаимно перпендикулярны, т. к. \vec{k} и \vec{v} направлены одинаково;
- электромагнитная волна является поперечной;
- электрическая и магнитная составляющие распространяются в одном направлении;
- векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются в одинаковых фазах.
и их величины связаны соотношением.

$$\sqrt{\epsilon_a} \cdot E = \sqrt{\mu_a} \cdot H \quad (\sqrt{\epsilon} \sqrt{\epsilon_0} \cdot E = \sqrt{\mu} \sqrt{\mu_0} \cdot H)$$

Энергия электромагнитного поля.

Энергия электромагнитного поля складывается из энергии его электрической и магнитной составляющих. Так как колебания векторов \vec{E} и \vec{H} происходят в фазе, для мгновенных значений объемной плотности энергии электромагнитного поля получаем:

$$w_{эм} = w_E + w_H = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$\text{или } w_{эм} = \frac{1}{2} (\vec{E}\vec{D} + \vec{B}\vec{H})$$

$$w_{эм} = \epsilon\epsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\mu\mu_0 \epsilon\epsilon_0} E \cdot H$$

(масса единичного объема электромагнитного поля равна $w = mc^2$, а $m = w/c^2$).

Модуль плотности потока энергии волны можно получить, умножив объемную плотность энергии на скорость волны v :

$$U = w_{эм} \cdot v = \frac{\sqrt{\mu\mu_0 \epsilon\epsilon_0}}{\mu\mu_0 \epsilon\epsilon_0} EH = E_m H_m \sin^2 \omega(t - x/v)$$

Плотность потока энергии – это вектор, совпадающий с направлением вектора скорости волны, т.е. перпендикулярный векторам \vec{E} и \vec{H} .

В случае электромагнитных волн вектор плотности потока энергии называется **вектором Умова-Пойнтинга**. Его можно представить как векторное произведение

$$\vec{s} = \vec{E} \cdot \vec{H}$$

Средняя за период плотность потока энергии, или интенсивность **I** волны (для плоской э/м волны) численно равна среднему значению за период модуля **U**

$$\frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) = \sin^2 \alpha$$

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T E_m H_m \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) dt = \frac{E_m H_m}{2} = \frac{E^2}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}}$$

Т.е. $I \propto E^2$

$$\sqrt{\epsilon_a} \cdot E = \sqrt{\mu_a} \cdot H \quad (\sqrt{\epsilon} \sqrt{\epsilon_0} \cdot E = \sqrt{\mu} \sqrt{\mu_0} \cdot H)$$

Длина волны связана с периодом T (или частотой $\nu=1/T$) колебаний:

$$\lambda = V \cdot T = \frac{V}{\nu}$$

в вакууме

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu}$$

В соответствии с условиями возбуждения и свойствами излучения ЭМ волны делятся по частоте (или длине волны) на несколько диапазонов, составляющих шкалу ЭМ волн: радиоволны, оптическое излучение, рентгеновское излучение, γ -излучение.

Частоты видимых световых волн лежат в пределах: $\lambda = 760 - 380$ нм. Действуя на глаз, видимое излучение вызывает ощущение света.

Излучение может быть



Монохроматическим (простым) называют излучение какой-либо одной длины волны.



Сложным - излучение, состоящее из волн различной длины, называется

Любой цвет можно разложить на сумму основных (или базовых) 3 цветов : **красный**, **зеленый**, **синий** соответствующей яркости

Свет, содержащий все волны видимого диапазона в определенном соотношении по интенсивности – **белый свет**.



