

## Лекция 9

### Тема: Устройства аналоговой обработки сигналов

#### Нелинейный усилитель мощности

Нелинейный резонаторный усилитель изображен на рисунке 9. На входе его действует переменное напряжение  $U_m \cos \omega t$  и постоянное напряжение смещения  $U_0$ . Будем полагать, что вольтамперная характеристика  $i_K = F(u_{БЭ})$ , т. е. зависимость тока коллектора от напряжения на участке «база-эмиттер», достаточно точно представляется кусочно-линейной функцией. Если на входе нелинейного элемента (транзистора) действует напряжение  $u_{БЭ} = U_0 + U_m \cos \omega t$  не выходящее за пределы линейного участка, то ток в цепи коллектора

$$\begin{aligned} i_K &= S(u_{БЭ} - U_{ОТС}) = S(U_0 + U_m \cos \omega t - U_{ОТС}) = \\ &= S(U_0 - U_{ОТС}) + S U_m \cos \omega t = I_0 + I_m \cos \omega t \end{aligned}$$

будет, как и входное напряжение, гармоническим (смотри рисунок 10 б)).

Если же амплитуда переменного напряжения велика, так что напряжение «выходит» за рамки линейного участка (подобная картина показана на рисунке 7), то ток в цепи коллектора имеет форму косинусоидальных импульсов с отсечкой. Резонансный контур настроен на частоту первой гармоники тока, т. е. на частоту входного сигнала.

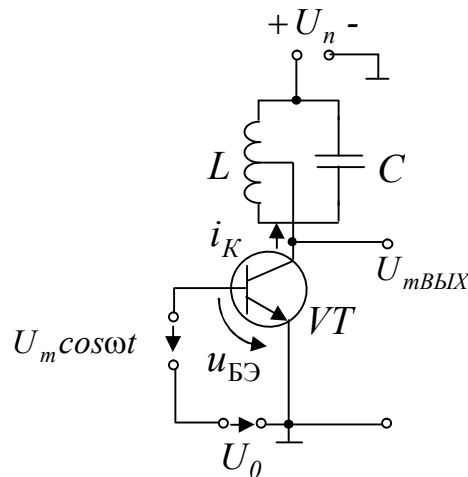
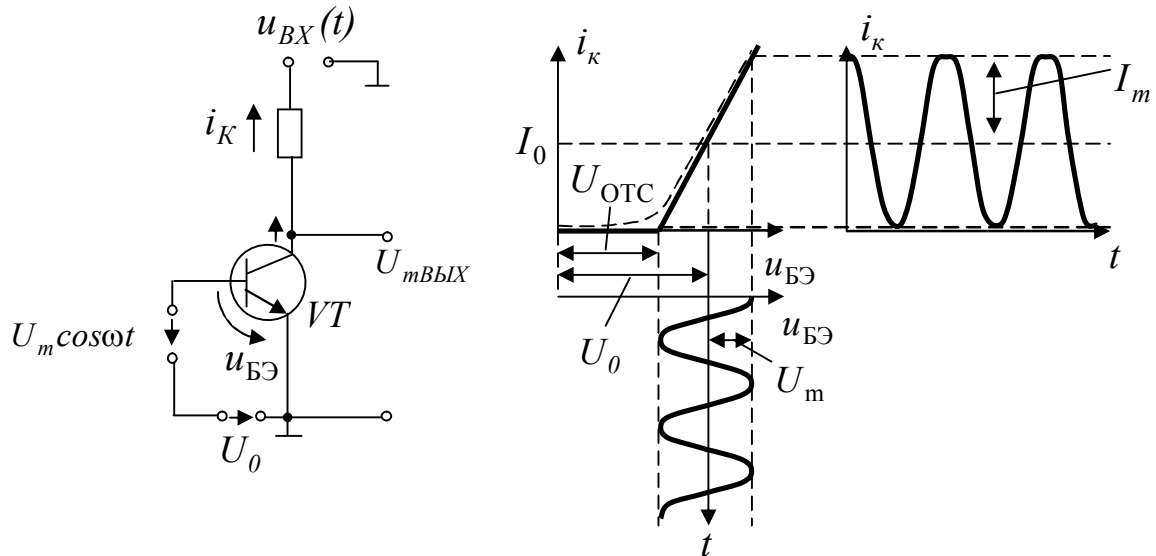


Рисунок 9 – Нелинейный резонаторный усилитель

Сопротивление параллельного контура на этой частоте велико, а на частотах гармоник  $2\omega, 3\omega, \dots$ , очень мало, так что высшие гармонические составляющие практически не дают вклада в выходной сигнал  $u_{ВЫХ}$  и  $U_{ВЫХ} = I_{m1} R_{ОЭ} = S U_m R_{ОЭ} \gamma_1(\vartheta)$ , где  $I_{m1}$  – амплитуда первой гармоники

тока коллектора  $i_K$ ,  $R_{OЭ}$  – сопротивление параллельного контура на резонансной частоте  $\omega$ .



- а) – транзисторный резистивный каскад;
- б) – ток и напряжение на входе нелинейного элемента

Рисунок 10 – Нелинейный резонаторный усилитель с резистивной нагрузкой

Выходное напряжение

$$u_{BYX} = S U_m R_{OЭ} \gamma_1(\vartheta) \cos \omega t = U_{mBYX} \cos \omega t$$

практически будет косинусоидальным (т. е. гармоническим).

### Резонансный умножитель частоты

Схема резонансного умножителя частоты отличается от нелинейного резонансного усилителя (смотри рисунок 9) только тем, что колебательный контур в выходной цепи настраивается на частоту одной из высших гармоник входного сигнала. Амплитуда выходного сигнала умножителя при кусочно-линейной аппроксимации равна  $U_{BYX} = S U_m R_{OЭ} \gamma_k(\vartheta)$ , а выходной сигнал  $u_{BYX}(t) = U_{mBYX} \cos k \omega t$  имеет частоту в  $k$  раз более высокую, чем у входного сигнала  $u(t) = U_m \cos \omega t$ .

При больших  $k$  функции  $\gamma_k(\vartheta)$  имеют небольшие значения, поэтому важно выбрать угол отсечки  $\vartheta$ , при котором значение соответствующей функции Берга максимально. Существует оптимальный угол отсечки. При

таким угле отсечки  $\vartheta = 180^\circ / k$  амплитуда выходного напряжения получается наибольшей.

Умножители частоты применяются в радиотехнике для получения высокочастотных стабильных колебаний, когда в распоряжении имеется весьма стабильный низкочастотный генератор. Если отклонение частоты  $\omega$ , генерируемой низкочастотной схемой, составляет  $\Delta\omega$ , то относительная нестабильность частоты равна  $\Delta\omega/\omega$ . В умножителе частоты  $\omega + \Delta\omega$  вместо частоты получаем частоту  $k\omega + k\Delta\omega$ , а относительная нестабильность остается такой же, как и у низкочастотного генератора.

## Преобразователи частоты

При передаче электрических сигналов на расстояние часто требуется переносить спектр сигнала вверх или вниз по шкале частот. Такой перенос спектра называется преобразованием частоты. Необходимость в преобразовании частот возникает, например, когда спектр сигнала, который нужно передать, расположен на шкале частот значительно ниже полосы пропускания системы передачи.

В качестве преобразователя частоты может быть использован усилительный каскад на транзисторе с колебательным контуром (рисунок 14). Предположим, что нужно перенести вверх по шкале частот на величину  $\omega$  гармоническое низкочастотное колебание с частотой  $\Omega$ :  $u_\Omega(t) = U_{m\Omega} \cos \Omega t$ . Подадим на вход нелинейного резонансного усилителя кроме этого колебания также высокочастотное колебание с частотой  $\omega$ :  $u_\omega(t) = U_{m\omega} \cos \omega t$ .

Амплитуды напряжения смещения  $U_0$ , низкочастотного  $U_{m\Omega}$  и высокочастотного  $U_{m\omega}$  колебаний выберем так, чтобы работать на участке ВАХ, который достаточно точно аппроксимируется полиномом второй степени:

$$i_K = F(u_{БЭ}) = \alpha_0 + \alpha_1(u_{БЭ} - U_0) + \alpha_2(u_{БЭ} - U_0)^2. \quad (14)$$

Напряжение на участке «база-эмиттер»

$$u_{БЭ} = U_0 + U_{m\Omega} \cos \Omega t + U_{m\omega} \cos \omega t.$$

При подстановке выражения в зависимость  $i_K = F(u_{БЭ})$  в формуле для тока появляются в соответствии с формулой (13) гармонические колебания с частотами  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $2\Omega$ ,  $2\omega$  и с суммарной и разностной комбинационными частотами  $\omega + \Omega$  и  $\omega - \Omega$ .

Колебательный контур резонансного усилителя настроен на частоту  $\omega + \Omega$  и выделяет из спектрального состава тока колебание  $i_{\omega+\Omega}(t) = \alpha_2 U_{m\Omega} U_{m\omega} \cos(\omega + \Omega)t$ . Выделенное колебание тока создает на резонансном сопротивлении контура  $R_{OЭ}$  падение напряжения

$u_{ВЫХ}(t) = \alpha_2 R_{OЭ} U_{m\Omega} U_{m\omega} \cos(\omega + \Omega)t = U_\omega \cos(\omega + \Omega)t$ , которое и является выходным сигналом преобразователя частоты.

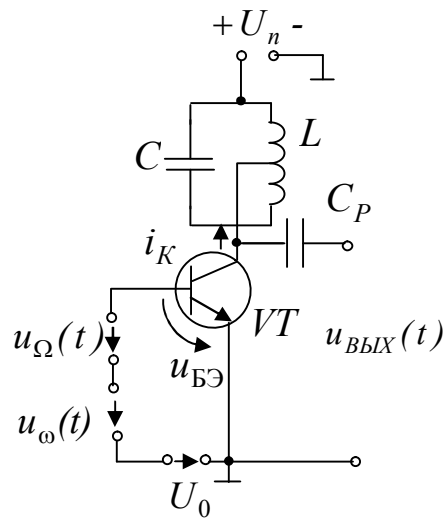
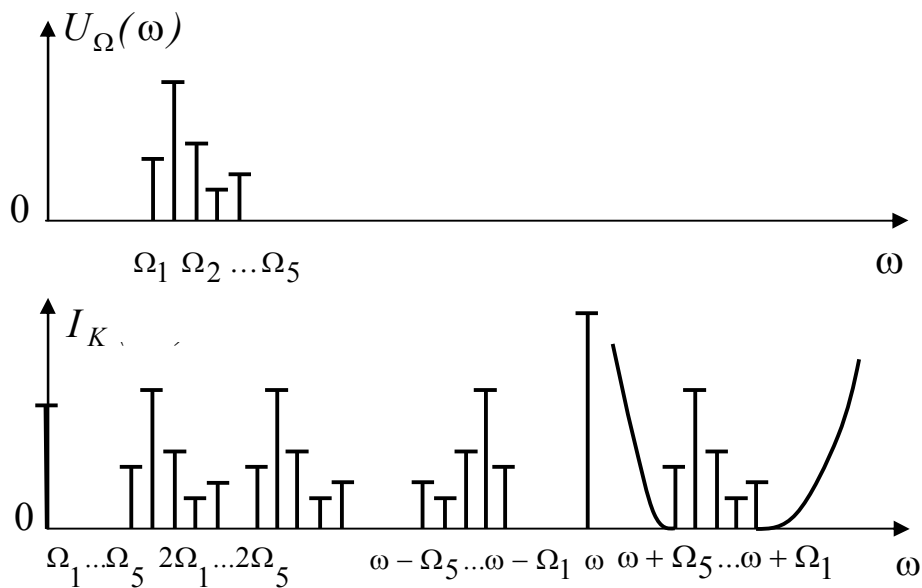


Рисунок 14 – Усилительный каскад на транзисторе с колебательным контуром

В реальных системах связи передаваемый низкочастотный сигнал  $u_{\Omega}(t)$  не является гармоническим, а имеет сложный спектр  $U_{\Omega}(\omega)$  (рисунке 15, а)), т. е. состоит из суммы гармонических колебаний с частотами  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots$

Если этот сигнал вместе с высокочастотным колебанием  $u_{\omega}(t)$  подать на нелинейный элемент, то в спектре тока  $I_K(t)$  (рисунок 15, б)), протекающего через нелинейный элемент, будут присутствовать полезные продукты преобразования – комбинационные частоты  $\omega + \Omega_1, \omega + \Omega_2, \omega + \Omega_3, \dots$ . Чтобы отфильтровать токи с этими частотами, недостаточно воспользоваться колебательным контуром, поскольку он не сможет обеспечить хорошую фильтрацию полезных продуктов преобразования. Его можно заменить в схеме рисунок 14 обычной резистивной нагрузкой, а на выходе системы включить электрический фильтр с характеристикой ослабления (на рисунке 15, б) она показана штриховой линией), обеспечивающей необходимую степень подавления несущего колебания с частотой  $\omega$ .



- а) – сложный спектр сигнала  $u_{\Omega}(t)$  в реальных системах связи
- б) – спектр тока протекающего через нелинейный элемент при подаче низкочастотного и высокочастотного сигнала

Рисунок 15 – Спектры тока протекающего через нелинейный элемент при подаче различных сигналов

## Модуляция и детектирование колебаний

### Задача модуляции

Чтобы передать сигнал на расстояние, нужно воспользоваться каким-либо переносчиком. В качестве переносчика естественно использовать те материальные объекты, которые имеют свойство перемещаться в пространстве, например электромагнитное поле в проводах (проводная связь), в открытом пространстве (радиосвязь), световой луч (оптическая связь). Таким образом, передаваемый сигнал необходимо преобразовать в другой сигнал, удобный для переноса по соответствующей среде распространения, но наделенный в то же время всеми признаками передаваемого сигнала.

Часто в качестве переносчика используют гармоническое колебание высокой частоты — *несущее колебание* (природа этого колебания в дальнейшем нас интересовать не будет). Процесс преобразования сигнала заключается в изменении одного или нескольких параметров несущего колебания

по закону изменения передаваемого сигнала (т. е. в наделении несущего колебания признаками передаваемого сигнала) и называется *модуляцией*.

Промодулированное несущее колебание передается по среде распространения. Восстановление на приеме исходного сигнала из модулированного колебания называется *детектированием* (или *демодуляцией*).

### **Амплитудная модуляция и детектирование**

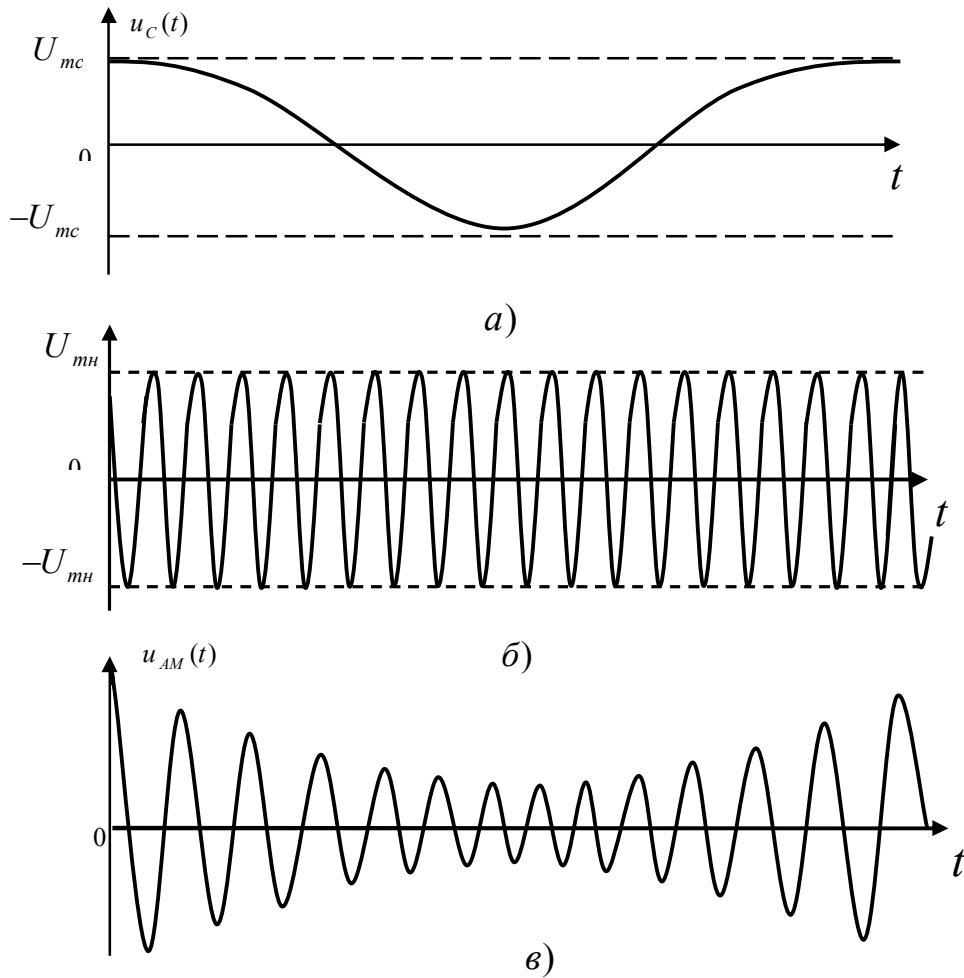
Запишем гармоническое колебание, выбранное в качестве несущего, в виде

$$U_H(t) = U_{mH} \cos(\omega_H t + \varphi_H). \quad (1.1)$$

Это колебание полностью характеризуется тремя параметрами: амплитудой  $U_{mH}$ , частотой  $\omega_H$  и начальной фазой  $\varphi_H$ . Модуляцию можно осуществить изменением по закону передаваемого сигнала любого из трех параметров. Изменение во времени амплитуды колебания пропорционально сигналу  $u_c(t)$  т. е.  $U_{mH}(t) = U_{mH} + k_{AM} u_c(t)$  ( $k_{AM}$  — коэффициент пропорциональности), называется амплитудной модуляцией. Модулированное колебание обозначим  $u_{AM}(t) = U_{mH}(t) \cos(\omega_H t + \varphi_H)$ .

Если в качестве передаваемого сигнала использовать также гармоническое колебание (но с более низкой частотой  $\Omega_c$ )  $u_c(t) = U_{mc} \cos \Omega_c t$ , то модулированное колебание запишется в виде (для упрощения взято  $\varphi_H = 0$ ):

$$u_{AM}(t) = (U_{mH} + k_{AM} U_{mc} \cos \Omega_c t) \cos \omega_H t.$$



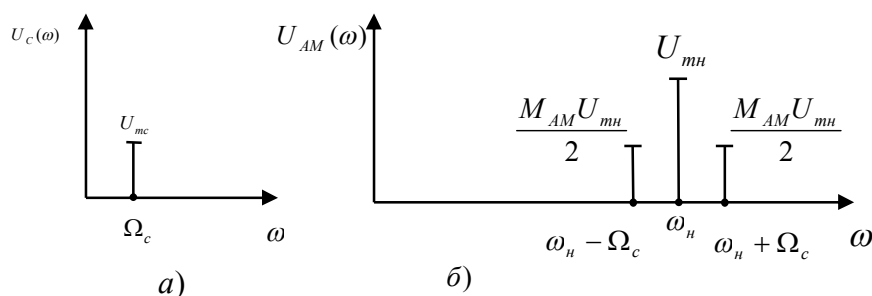
а) – формы исходного сигнала; б) – несущего колебания; в) – модулированного по амплитуде колебания

Рисунок 1.1 – Амплитудная модуляция  
 Относительное изменение амплитуды модулированного колебания  $M_{AM} = \Delta U_{mn} / U_{mn}$  называется *глубиной амплитудной модуляции*.

При  $M_{AM} = 0$  никакой модуляции нет, т. е. получаем смодулированное несущее колебание (1.1). Обычно амплитуда несущего колебания выбирается больше амплитуды сигнала, так что  $M_{AM} \leq 1$

На рисунке 1.1 показаны формы исходного сигнала (а), несущего колебания (б) и модулированного по амплитуде колебания (в).

Таким образом, спектр частот амплитудно-модулированного колебания (или АМ-колебания) состоит из частоты несущего колебания и двух боковых частот, симметричных относительно несущей (рисунок 1.2, б). Амплитуды колебаний боковых частот одинаковые. Спектр исходного сигнала приведен на рисунке 1.2, а.



а) – спектр исходного сигнала; б) – спектр частот АМ-колебания; в) – сложный модулирующий сигнал; г) – спектр сложного АМ-колебания.

Рисунок 1.2 – Спектральный состав АМ-колебания

Сравнение спектральных составов АМ-колебания (рис. 1.2 ,б) и тока в цепи с нелинейным элементом при бигармоническом воздействии (см. рис. 12.13,б) показывает, что для практического получения АМ-колебания можно использовать нелинейный элемент. Действительно, пусть на вход нелинейного резонансного усилителя подано напряжение

$$u_{БЭ}(t) = U_0 + U_{mн} \cos \omega_n t + U_{mc} \cos \Omega_c t, \quad (1.4)$$

а вольт-амперная характеристика транзистора  $i_K = F(u_{БЭ})$  аппроксимирована полиномом второй степени. Тогда ток в цепи коллектора в соответствии с формулой, в которой следует заменить  $U_{m1}$  и  $\omega_1$  на  $U_{mн}$  и  $\omega_n$ , а  $U_{m2}$  и  $\omega_2$  на  $U_{mc}$  и  $\Omega_c$ , будет содержать постоянную составляющую, составляющие с частотами  $\omega_n$ ,  $\Omega_c$ ,  $2\omega_n$ ,  $2\Omega_c$  и составляющие с комбинационными частотами  $\omega_n + \Omega_c$  и  $\omega_n - \Omega_c$ .

Полезными составляющими тока являются колебания с частотой  $\omega_n$  и комбинационными частотами  $\omega_n \pm \Omega_c$ , т. е. те, которые образуют АМ-сигнал

$$i_{AM}(t) = \alpha_1 U_{mн} \cos \omega_n t + \alpha_2 U_{mн} U_{mc} \cos(\omega_n + \Omega_c) + \alpha_2 U_{mн} U_{mc} \cos(\omega_n - \Omega_c)t. \quad (1.5)$$

Эту группу колебаний можно выделить с помощью колебательного контура, настроенного на частоту  $\omega_n$ . Сворачивая (1.5) по правилам тригонометрии, получим

$$i_{AM}(t) = \alpha_1 U_{mн} \left(1 + \frac{2\alpha_2}{\alpha_1} U_{mc} \cos \Omega_c t\right) \cos \omega_n t.$$

выделенное на сопротивлении контура падение напряжения будет совпадать с выражением (1.2) для АМ-колебания. При этом  $M_{AM} = 2\alpha_2 U_{mc} / \alpha_1$ .

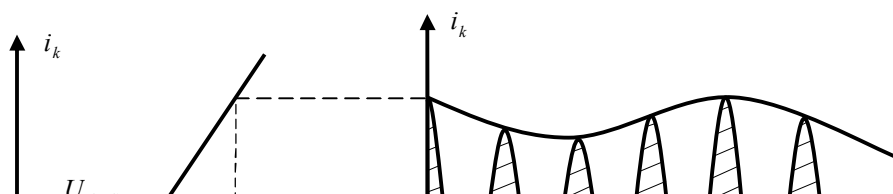




Рисунок 1.3 - графики процессов, происходящих в транзисторной схеме с кусочно-линейной характеристикой  $i_k = F(u_{БЭ})$

Амплитудно-модулированное колебание можно получить также с помощью однотоктной диодной схемы, работающей в режиме малых амплитуд, т. е. при аппроксимации вольт-амперной характеристики диода полиномом второй степени. Анализ спектрального состава тока в этом случае ничем не будет отличаться от проведенного выше. Для фильтрации АМ-колебания на выходе диодной схемы включают колебательный контур либо более сложное фильтровое устройство.

Описанные транзисторный и диодный модуляторы могут работать и в режиме больших амплитуд с отсечкой тока. На рисунке 1.3 даны графики процессов, происходящих в транзисторной схеме с кусочно-линейной характеристикой  $i_k = F(u_{БЭ})$ . На входе схемы действует напряжение (1.4), с той лишь разницей, что амплитуда несущего колебания  $U_{mn}$  намного больше амплитуды сигнала  $U_{mc}$ . За счет того, что рабочая точка перемещается в такт с низкочастотным модулирующим колебанием, происходит непрерывное изменение угла отсечки несущего колебания. Амплитуда первой гармоники последовательности импульсов коллекторного тока оказывается непостоянной во времени. Колебательный контур фильтрует коллекторный ток, выделяя на выходе АМ-сигнал, т. е. колебание с амплитудой, изменяющейся пропорционально исходному модулирующему сигналу.

До сих пор рассматривался случай, когда исходный (модулирующий) сигнал являлся гармоническим. Если модулирующий сигнал сложный и спектр его ограничен частотами  $\Omega_{\min}$  и  $\Omega_{\max}$  (см. рис. 1.2, в), то спектр АМ-колебания будет состоять из несущего колебания и двух боковых полос, симметричных относительно несущей (см. рис. 1.2, г). Анализ энергетических соотношений показывает, что основная мощность АМ-колебания заключена в несущем колебании, которое не содержит полезной информации, а нижняя и верхняя боковые полосы несут одинаковую информацию и имеют более низкую мощность.

Существенный выигрыш по мощности обеспечивается при применении балансной и однополосной модуляций. При балансной модуляции передаются только боковые полосы частот без несущей, а при однополосной модуляции — только одна боковая полоса частот. Подавление несущего колебания происходит в модуляторах, выполненных по балансной и кольцевой схемам. Выделение двух боковых полос в случае балансной модуляции и одной боковой полосы при однополосной модуляции производится фильтрами, включенными на выходах модуляторов.

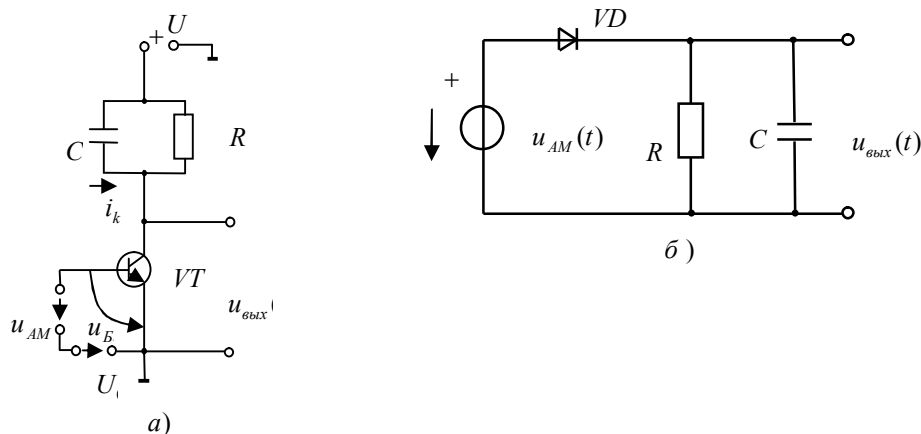
## Демодуляция сигналов

Перейдем к рассмотрению процессов детектирования АМ-сигналов. Операция детектирования прямо противоположна модуляции. Детектор АМ-сигнала должен из принятого модулированного колебания

$$u_{AM}(t) = U_{mн}(1 + M_{AM} \cos \Omega_c t) \cos \omega_n t$$

выделить исходный низкочастотный сигнал  $u_c(t) = U_{mc} \cos \Omega_c t$ . Заметим при этом, что в спектре АМ-сигнала отсутствует составляющая с частотой  $\Omega_c$ .

Используем для целей детектирования однокаскадный транзисторный усилитель с нагрузкой в виде параллельной RC-цепи (рис. 1.5, а). В зависимости от режима работы он может являться квадратичным детектором (работа при малых амплитудах на участке вольт-амперной характеристики, описываемой полиномом второй степени) или линейным детектором (режим больших амплитуд с кусочно-линейной аппроксимацией).



а) – транзисторная схема для детектирования АМ-сигнала; б) – диодная схема для детектирования АМ-сигнала.

Рисунок 1.5 – Схемы детектирования АМ-сигнала

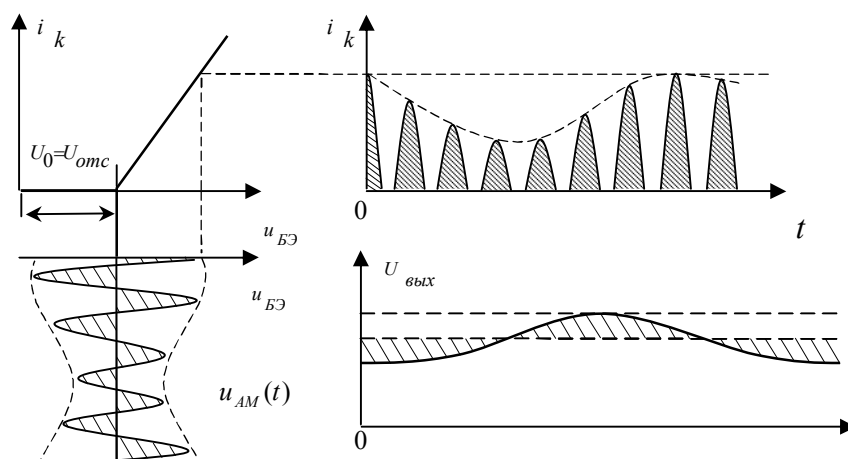
При квадратичном детектировании вольт-амперная характеристика транзистора описывается полиномом второй степени. На вход нелинейного элемента (транзистора) подается постоянное напряжение смещения  $U_0$  и АМ-колебание  $U_{AM}(t)$ , т. е.  $u_{БЭ} = U_0 + u_{AM}(t)$ . Воспользовавшись формой записи АМ-колебания (1.3), получаем, что на нелинейный элемент с квадратичной ВАХ воздействует сумма трех синусоидальных колебаний с частотами  $\omega_n$ ,  $\omega_n + \Omega_c$  и  $\omega_n - \Omega_c$ . Анализ спектрального состава тока в цепи с нелинейным элементом показывает, что в спектре тока будут в данном случае присутствовать составляющие с комбинационными частотами  $p\omega_n \pm q(\omega_n + \Omega_c) \pm s(\omega_n - \Omega_c)$ ;  $p + q + s = N = 2$  и т.п.

Низкочастотные спектральные составляющие с частотами  $\Omega_c$  и  $2\Omega_c$  определяются наборами чисел  $p=1, q=0, s=1$  и  $p=0, q=1, s=1$ . Другие комбинации чисел  $p, q$  и  $s$  определяют высокочастотные составляющие с частотами  $\omega_n, 2\omega_n \pm \Omega_c$ ,

Величины низкочастотных составляющих тока можно найти путем подстановки (1.3) или (1.2) в формулу степенного полинома и последующих несложных преобразований:

$$i_{н.ч}(t) = \alpha U_{мин}^2 M_{AM} \cos \Omega_c t + \frac{\alpha_2 U_{мин}^2}{4} M_{AM}^2 \cos 2\Omega_c t \quad (1.6)$$

Чтобы подавить высокочастотные составляющие тока и выделить низкочастотные, в схеме рисунок 1.5, а, должны выполняться условия  $\frac{1}{\omega_n C} \ll R$  и  $\frac{1}{\Omega_c C} \gg R$  для сигнала с частотой  $\Omega_c$  нагрузка коллектора практически резистивна и равна  $R$ , в то же время модуль сопротивления нагрузки, а значит, и коэффициент передачи усилителя на несущей частоте  $\omega_n$  пренебрежимо малы.



### Рисунок 1.5 – Линейное детектирование АМ-колебания

Таким образом, падение напряжения на резисторе  $R$  представляет собой результат детектирования АМ-колебания. Наличие в (1.6) слагаемого, пропорционального  $\cos 2\Omega_c$ , свидетельствует о том, что квадратичное детектирование сопровождается искажениями передаваемого сигнала. Коэффициент нелинейных искажений при этом  $k_{н.л.} = I_{2\Omega} / I_{\Omega} = M_{AM} / 4$

При линейном детектировании (рисунок 1.5) последовательность импульсов коллекторного тока  $i_K$  оказывается промодулированной по амплитуде. Амплитуды спектральных составляющих определяются через коэффициенты Берга. Если на вход нелинейного элемента поступает смодулированное колебание  $U_{mn} \cos \omega_n t$ , то в спектре тока есть постоянная составляющая  $I_0 = S U_{mn} \gamma_0(\vartheta)$  с амплитудой, пропорциональной амплитуде входного напряжения  $U_{mn}$ , и высокочастотные гармоники частоты  $\omega_n$ . Высокочастотные составляющие отфильтровываются RC-цепью; падение напряжения на резисторе  $R$  создает только постоянная составляющая тока.

В модулированном колебании амплитуда медленно меняется по закону  $U_{mn}(t) = U_{mn}(1 + M_{AM} \cos \Omega_c t)$ , следовательно, амплитуда выделяемой на резисторе  $R$  постоянной составляющей тока также будет медленно меняться во времени:

$$I_0 = S U_{mn} (1 + M_{AM} \cos \Omega_c t) \gamma_0(\vartheta).$$

Напряжение смещения  $U_0$  обычно выбирают равным напряжению отсечки, так что угол отсечки  $\vartheta = 90^\circ$  и амплитуда тока  $I_0(t)$  не зависит от амплитуды входного сигнала. Выходное напряжение схемы (рисунок 1.5), а пропорционально исходному (модулирующему) сигналу. При линейном детектировании отсутствуют искажения передаваемого сигнала.

Наряду с транзисторной схемой (рисунок 1.5, а) для детектирования АМ-сигнала применяется диодная схема (рисунок 1.5, б), работающая либо в квадратичном, либо в линейном режиме. Анализ работы этой схемы не отличается от анализа транзисторной схемы.

Детектирование сигналов с балансной и однополосной модуляцией выполняется с помощью балансных и кольцевой схем. При этом несущее колебание, подаваемое на балансную и кольцевую схемы, должно быть восстановлено на приемном конце.