

Лекция 2

Тема Пассивные элементы

1.1 Общие свойства линейных цепей

Электрической цепью называется совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитические процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об ЭДС, напряжении и токе. В общем случае электрическая цепь состоит из источников и приемников электрической энергии, соединенных с помощью проводников.

Элементы электрической цепи, генерирующие электрическую энергию, называются источниками электрической энергии (источники тока, генераторы), а элементы электрической цепи, потребляющие электроэнергию, называются приемниками электрической энергии (электролампы, электродвигатели, электронагревательные приборы и др.).

Отдельные устройства, составляющие электрическую цепь, называют элементами электрической цепи. Различают активные и пассивные элементы. Активными элементами считаются источники электрической энергии: источники ЭДС, источники тока. К пассивным элементам электрической цепи относятся сопротивления, индуктивности и емкости.

Электрическим током называется упорядоченное движение электрического заряда. За положительное направление принимают перемещение положительных зарядов.

Мгновенное значение тока, т. е. его значение в любой момент времени t определяется как: $i = dq/dt$, где $q = q^+ + q^-$; q^+ и q^- положительные и отрицательные заряды, переместившие в противоположные стороны за время t .

Электрический ток может быть постоянным или переменным.

Направление тока характеризуется знаком тока. Понятие положительный или отрицательный ток имеет смысл, если сравнивать направление тока в проводнике с некоторым ранее выбранным ориентиром. Если в результате выполненного расчета, ток имеет знак (+), т. е. $i > 0$, то направление тока выбрано, верно, если же значение тока имеет знак (-), то направление тока необходимо поменять на противоположное.

Рассмотрим участок электрической цепи (рисунок 1).

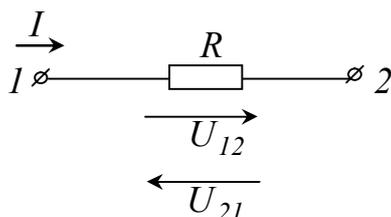


Рисунок 1 – Эквивалентная схема участка электрической цепи

Разность электрических потенциалов точек 1 и 2 представляет собой напряжение на данном участке цепи. Если потенциал тока 1 выше потенциала тока 2 , то напряжение положительно, в противном случае напряжение отрицательно, т. е. $U_{12} = -U_{21}$, $\varphi_1 = \varphi_2 + IR$, а $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ и $U_{12} = IR$.

В электротехнике разность потенциалов на концах сопротивления принято называть либо напряжением на сопротивлении, либо падением напряжения.

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую сопротивление и ЭДС (рисунок 2, а), б).

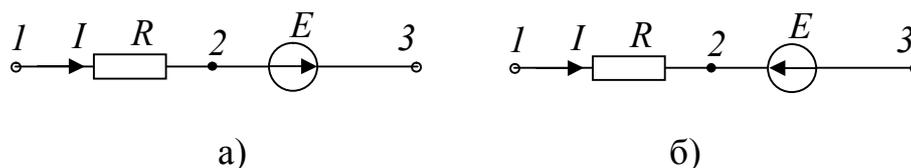


Рисунок 2 – Электрическая цепь, содержащая сопротивление и источник ЭДС

Определим разность потенциалов. По определению разность потенциалов на зажимах $1-3$ равна $U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3$. Выразим потенциал точки 1 через потенциал точки 3 для электрической цепи рисунка 2 а): потенциал точки 2 ниже, чем потенциал точки 3 на величину ЭДС E , поэтому $\varphi_2 = \varphi_3 - E$.

Для схемы рисунка 2, б): потенциал точки 2 выше потенциала точки 3 на величину ЭДС E , поэтому $\varphi_2 = \varphi_3 + E$. Так как ток течет от более высокого потенциала к более низкому, то потенциал точки 1 выше потенциала точки 2 на величину падения напряжения на сопротивлении R , поэтому $\varphi_1 = \varphi_2 + IR$.

Для схемы рисунка 2, а): $\varphi_1 = \varphi_3 + IR - E$, $U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3 = IR - E$. Для схемы рисунка 2, б): $\varphi_1 = \varphi_3 + IR + E$, $U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3 = IR + E$.

1.2 Элементы электрической цепи

Свойство элемента поглощать электрическую энергию из электрической цепи и преобразовывать ее в другие виды энергии, например в тепловую, световую и другие виды, характеризует такой параметр цепи как сопротивление R . Сопротивление это идеализированный элемент цепи, приближенно заменяющий резистор, для которого $R = \frac{U}{I}$. Здесь предполагается, что направления тока и напряжения совпадают, т. е. знаки их одинаковы и $R > 0$. Условное графическое изображение сопротивления показано на рисунке 3.

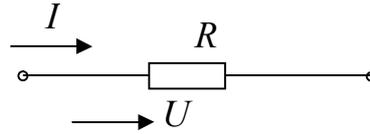


Рисунок 3 – Сопротивление в электрической цепи

Величина $g = 1/R$ – называется проводимостью.

Мгновенная мощность, поступающая в сопротивление равна $P_R = ui = Ri^2 = gu^2$.

Свойство элемента, состоящее в возникновении собственного магнитного поля при прохождении через элемент электрического тока, характеризует параметр индуктивность L (рисунок 4).

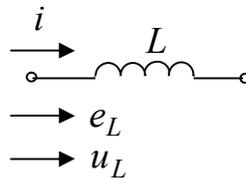


Рисунок 4 – Индуктивность в электрической цепи

ЭДС самоиндукции запишется $e_L = -L \frac{di}{dt}$, а мгновенное значение напряжения на индуктивном элементе имеет вид $u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$.

Свойства элемента накапливать заряды характеризует параметр емкость C (рисунок 5).

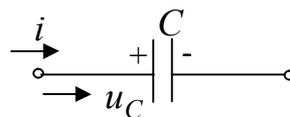


Рисунок 5 – Емкость в электрической цепи

Напряжение и ток на емкостном элементе имеют вид $u_C = \frac{1}{C} \int idt$;
 $i = C \frac{du_C}{dt}$.

Если в приемнике отношение напряжения к току есть величина постоянная, т. е. $\frac{u}{I} = R = const$, то приемник является линейным элементом и его вольт-амперная характеристика имеет вид прямой линии 2 на рисунке 6. Если же это отношение непостоянно, то приемник будет нелинейным и его вольт-амперная характеристика изображена линией 1 на рисунке 6.

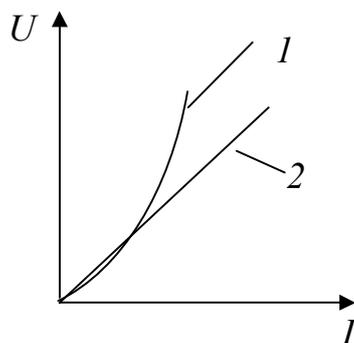


Рисунок 6 – Вольт-амперная характеристика

Электрические цепи, которые состоят только из линейных элементов, называют линейными. Если в цепи имеется хотя бы один нелинейный элемент, то цепь является нелинейной.

1.3 Источник ЭДС и источник тока

При анализе и расчете электрических цепей источники питания заменяют эквивалентными идеальными источниками ЭДС или тока.

Идеальный источник ЭДС представляет собой активный элемент с двумя выводами, напряжение на котором не зависит от тока, проходящего через источник, т. е. $E = U = const$. Предполагается, что внутри такого идеального источника пассивные элементы R, L, C отсутствуют и поэтому прохождение через него тока не вызывает падение напряжения. Условное графическое обозначение источника ЭДС показано на рисунке 7.

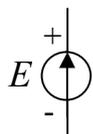


Рисунок 7 – Условное графическое обозначение источника ЭДС

Стрелка указывает положительное направление ЭДС, т. е. направление возрастания потенциала внутри источника.

Идеальным источником тока называют источник с внутренним сопротивлением, равным бесконечности, и током, не зависящим от сопротивления нагрузки цепи, т. е. током, значение которого не зависит от значения напряжения и равно току короткого замыкания I_k источника питания. Условное графическое обозначение источника тока показано на рисунке 8.

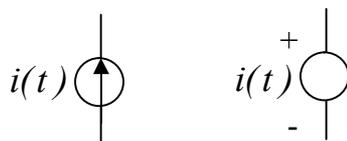


Рисунок 8 – Условное графическое обозначение источника тока

Направление стрелки указывает положительное направление тока.

Вольт-амперная характеристика идеальных источников ЭДС и тока показаны на рисунке 9.

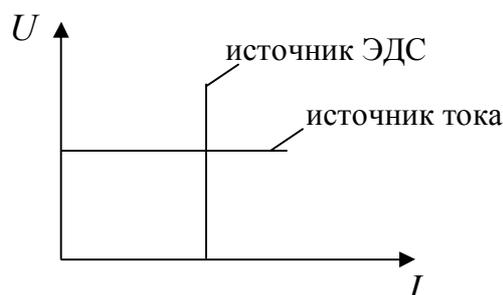


Рисунок 9 – Вольт-амперная характеристика идеальных источников ЭДС и тока

1.4 Линейный четырехполюсник

Часть электрической цепи или какое-либо электротехническое устройство, имеющие два входных и два выходных зажима (полюса), называют четырехполюсником. Пару зажимов четырехполюсника, к которым присоединяют источник энергии, называют входными, а пару зажимов, к которым присоединяют нагрузку (приемник), – выходными.

Четырехполюсники подразделяются на пассивные и активные. Четырехполюсник, в схеме которого не содержатся источники энергии, называется пассивным. Четырехполюсник, в схеме которого есть источники энергии, называется активным.

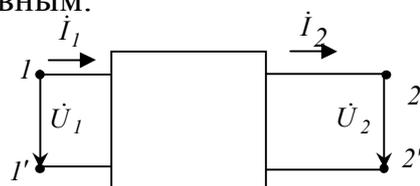


Рисунок 1 – Схемное обозначение четырехполюсника

К пассивным четырехполюсникам можно отнести трансформаторы, линии передачи электрической энергии, электрические частотные фильтры, измерительные мосты и ряд других устройств. К активным четырехполюсникам можно отнести, например, усилители, мостовую схему, в одну из диагоналей которой включен источник энергии, а в другую – нагрузка и т. п.

Четырехполюсник принято изображать в виде прямоугольника, обозначая входные зажимы $1, 1'$, а выходные – $2, 2'$ (рисунок 1). Если четырехполюсник активный, то в прямоугольнике ставят букву A . Если буквы A нет, то четырехполюсник пассивный.

Следует отметить, что если в схеме линейного пассивного четырехполюсника содержатся источники энергии, то обязательно их действие должно взаимно компенсироваться таким образом, чтобы напряжение на

входных и на выходных разомкнутых зажимах четырехполюсника было равно нулю. Если линейный четырехполюсник активный, то на одной или на обеих парах его разомкнутых зажимов обязательно должно обнаружиться напряжение.

Четырехполюсники могут быть симметричными и несимметричными. Если при замене входных зажимов выходными (и наоборот) режим работы участков цепей, присоединенных к четырехполюснику, не изменяется, то четырехполюсник симметричный (т. е. симметричный четырехполюсник со стороны выходных зажимов представляет ту же цепь, что и со стороны входных зажимов). В противном случае четырехполюсник будет несимметричный.

Четырехполюсники бывают обратимыми и необратимыми. Четырехполюсники, для которых отношение напряжения на входе к току на выходе или отношение напряжения на выходе к току на входе, т. е. взаимные сопротивления входного и выходного контуров, не зависят от того, какие зажимы являются входными, а какие – выходными, называются обратимыми. Отметим, что линейные пассивные четырехполюсники являются обратимыми.

В электрических цепях четырехполюсники часто используют в качестве передаточных звеньев между источником питания и нагрузкой. В этом случае предполагается, что изменяться могут нагрузка и напряжение на выходе, но сама схема четырехполюсника и сопротивление его элементов остаются неизменными.

Основной смысл теории четырехполюсника заключается в том, что, используя некоторые обобщенные параметры, можно связать между собой напряжения и токи на входе и выходе четырехполюсника, т. е. находить токи и напряжения на его входе и выходе, не производя расчетов токов и напряжений в схеме самого четырехполюсника.

Теория четырехполюсников позволяет при анализе работы цепей сопоставлять и правильно оценивать передающие свойства различных электрических цепей, а также решать задачи синтеза, т. е. определять структуру и элементы четырехполюсников по заданным характеристикам.

1.5 Системы уравнений четырехполюсника

На рисунке 1, а) представлен линейный пассивный четырехполюсник, входные напряжения \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в котором связаны с выходными напряжением \dot{U}_2 и током \dot{I}_2 двумя уравнениями, получившими название основных уравнений четырехполюсника.

$$\dot{U}_1 = \underline{A}_{11}\dot{U}_2 + \underline{A}_{12}\dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \underline{A}_{21}\dot{U}_2 + \underline{A}_{22}\dot{I}_2,$$

где комплексные коэффициенты при \dot{U}_2 и \dot{I}_2 называются A -параметрами (или постоянными) четырехполюсника.

A -параметры обычно обозначают различными буквами: \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{D} .

Таким образом, уравнения четырехполюсника в форме A имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Один из способов определения A -параметров основан на опытах холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника со стороны выходных зажимов. При холостом ходе ток на выходе $\dot{I}_2 = 0$ и уравнения четырехполюсника в форме A принимают вид

$$\dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_{2x}; \dot{I}_1 = \underline{C}\dot{U}_{2x}. \quad (4)$$

При коротком замыкании напряжение между выходными зажимами четырехполюсника $\dot{U}_2 = 0$ и уравнения четырехполюсника в форме A имеют вид

$$\dot{U}_1 = \underline{B}\dot{I}_{2k}; \dot{I}_1 = \underline{D}\dot{I}_{2k} \quad (5)$$

Из (4) и (5) получаем, что параметр \underline{A} есть величина, обратная коэффициенту усиления по напряжению при разомкнутых выходных зажимах

$\underline{A} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_{2x}}\right)_{I_2=0}$; параметр \underline{D} – величина, обратная коэффициенту усиления

по току при закороченных выходных зажимах $\underline{D} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_{2k}}\right)_{U_2=0}$; параметр \underline{B} –

передаточное сопротивление при закороченных выходных зажимах

$\underline{B} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_{2k}}\right)_{U_2=0}$; параметр \underline{C} – передаточная проводимость при разомкнутых

выходных зажимах $\underline{C} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_{2x}}\right)_{I_2=0}$.

1.6 Дифференцирующие и интегрирующие цепи

Дифференцирующие цепи. Рассмотрим схему линейного четырехполюсника в виде последовательной RC–цепи, на входе которой действует напряжение $u_{вх}(t)$, а выходное напряжение $u_{вых}(t)$ снимается с резистора R (рисунок 1, а). Выясним, при каких условиях данная цепь будет дифференцировать входной сигнал.

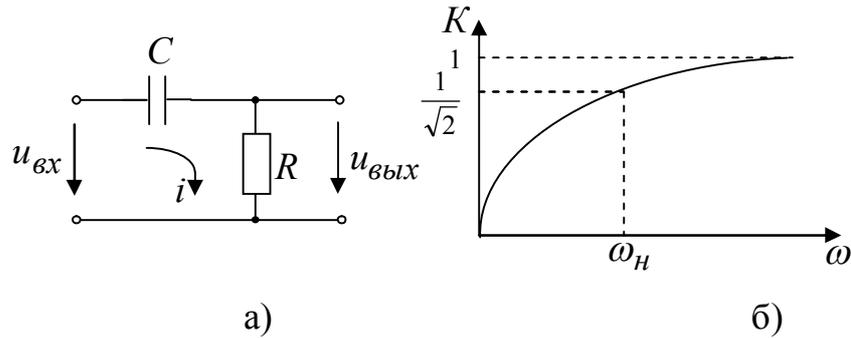


Рисунок 1 – Дифференцирующая цепь:
 а) – схема; б) – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

Воспользовавшись вторым уравнением Кирхгофа, запишем напряжение для всей линейной цепи:

$$u_{\text{вх}}(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt + u_{\text{вых}}(t), \quad (1.1)$$

где $i(t)$ – мгновенное значение тока.

Продифференцируем по времени обе части этого соотношения:

$$\frac{d u_{\text{вх}}(t)}{dt} = \frac{1}{C} i(t) + \frac{d u_{\text{вых}}(t)}{dt} \quad (1.2)$$

Умножив и поделив первое слагаемое в правой части на R и учитывая, что $u_{\text{вых}}(t) = i(t)R$, получим:

$$u_{\text{вых}}(t) + \tau_a \frac{d u_{\text{вых}}(t)}{dt} = \tau_a \frac{d u_{\text{вх}}(t)}{dt}. \quad (1.3)$$

здесь параметр $\tau_a = RC$ – постоянная времени цепи.

Если постоянная времени τ_a настолько мала, что

$$u_{\text{вых}}(t) \gg \tau_a \frac{d u_{\text{вых}}(t)}{dt}, \quad (1.4)$$

то выражение (1.3) примет вид

$$u_{\text{вых}}(t) \approx \tau_a \frac{d u_{\text{вх}}(t)}{dt}. \quad (1.5)$$

Итак, данная RC-цепь, при соблюдении неравенства (1.4) может осуществлять линейную операцию дифференцирования входного сигнала.

Чтобы определить частотный коэффициент передачи дифференцирующей цепи, запишем комплексную амплитуду тока:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{R + 1/(j\omega C)}.$$

Выразив комплексную амплитуду выходного напряжения через ток $\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{I} R$, находим частотный коэффициент передачи:

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{\dot{I} R}{\dot{U}_{вх}} = \frac{R}{R + 1/(j\omega C)} = \frac{j\omega\tau_a}{1 + j\omega\tau_a}. \quad (1.6)$$

Вычислим модуль частотного коэффициента передачи, определяем АЧХ дифференцирующей цепи:

$$K(\omega) = |K(\omega)| = \frac{I}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau_a)^2}}}. \quad (1.7)$$

Из графика АЧХ (рисунок 1, б) следует, что полоса пропускания дифференцирующей цепи ограничена только со стороны нижних частот. Приняв правую часть формулы (1.7) к значению $1/\sqrt{2}$ вычислим нижнюю частоту полосы пропускания

$$\omega_H = 1/\tau_a. \quad (1.8)$$

Проанализируем прохождение импульсных сигналов через дифференцирующую цепь, подав на ее вход напряжение в виде прямоугольного видеоимпульса с амплитудой E и длительностью $\tau_{И}$ (рисунок 2, а).

В радиоэлектронике верхнюю частоту спектральной плотности такого импульса принято приближенно ограничивать значением $\omega_H = 2\pi/\tau_{И}$. Тогда условия для частот $\omega_H > \omega_{И}$ можно записать в виде $\tau_a \ll \tau_{И}/(2\pi)$, или как $\tau_a \ll \tau_{И}$. На рисунке 2, б) показаны графики входного напряжения при различных отношениях постоянной времени τ_a и длительностью входного импульса $\tau_{И}$.

Из графических построений (рисунок 2, б) нетрудно заметить, что при значениях $\frac{\tau_a}{\tau_{И}} = 10$ форма выходного напряжения и входного импульса практически совпадают. С уменьшением отношения $\tau_a/\tau_{И}$ увеличиваются завал вершины выходного импульса и его отрицательный выброс при $t > \tau_{И}$.

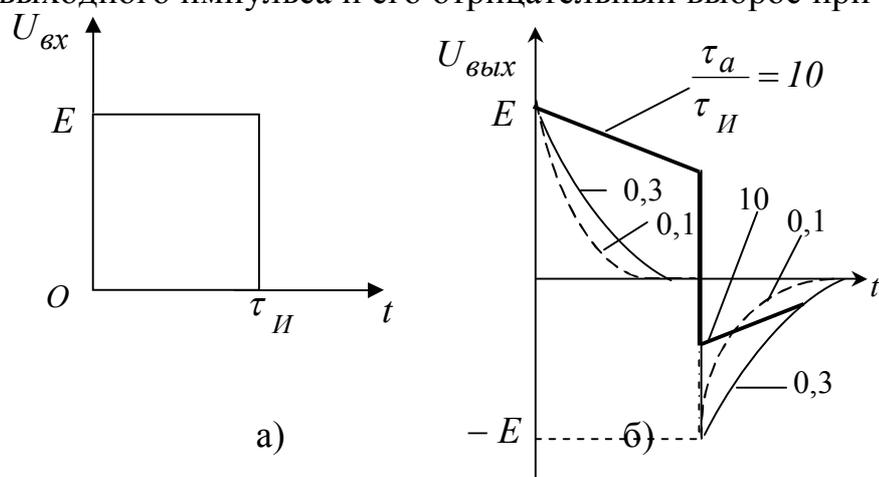


Рисунок 2 – Операция дифференцирования
а) входной сигнал; б) выходной сигнал

При малых значениях отношения τ_a / τ_{II} форма выходного напряжения представляет собой два разнополярных остроконечных импульса. Считается, что при отношении постоянной времени и длительности $\tau_a / \tau_{II} < 0,1$, такая RC-цепь полностью дифференцирует входной импульс.

Отметим, что в радиоэлектронике при больших значениях отношения τ_a / τ_{II} RC-цепь применяется как разделительная, разделяющая цепи переменного и постоянного токов, а при малых τ_a / τ_{II} – как дифференцирующая.

Интегрирующие цепи. Рассмотрим RC-цепь, у которой выходной сигнал снимается с емкости C (рисунок 3, а). Определим условия, при котором эта цепь может интегрировать входной сигнал.

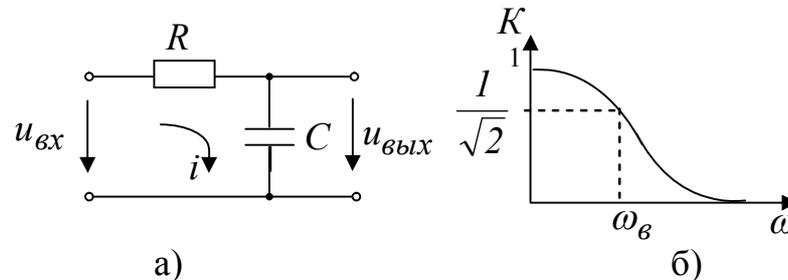


Рисунок 3 – Интегрирующая цепь:

а) – схема, б) – амплитудно–частотная характеристика

Используя аналогию с формулой (1.1), запишем

$$u_{вх}(t) = \tau_a \frac{du_{вых}(t)}{dt} + u_{вых}(t) \quad (1.9)$$

Пусть постоянная времени настолько велика, что $\tau_a \frac{d u_{вых}(t)}{dt} \gg u_{вых}(t)$, тогда $u_{вх}(t) \approx \tau_a \frac{d u_{вых}(t)}{dt}$.

Интегрирование последнего выражения дает:

$$u_{вых}(t) = \frac{1}{\tau_a} \int_{-\infty}^t u_{вх}(t) dt. \quad (1.10)$$

Итак, RC-цепь с достаточно большой постоянной времени τ_a выполняет операцию интегрирования входного сигнала.

Определим частотный коэффициент передачи интегрирующей цепи. Для этого предварительно запишем комплексную амплитуду тока через комплексное входное напряжение:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_{вх}}{R + 1/(j\omega C)}.$$

Поскольку $\dot{U}_{вых} = \dot{I} / (j\omega C)$, то воспользовавшись последним выражением, запишем:

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{\dot{I} / (j\omega C)}{\dot{U}_{вх}} = \frac{\dot{U}_{вх} / (j\omega C)}{\dot{U}_{вх} [R + 1 / (j\omega C)]} = \frac{1}{1 + j\omega \tau_a} \quad (1.11)$$

Вычислив модель данного частотного коэффициента передачи, находим АЧХ интегрирующей цепи (рисунок 3, б):

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \tau_a)^2}} \quad (1.12)$$

Приравняв правую часть формулы (1.12) к $1/\sqrt{2}$, можно определить верхнюю граничную частоту полосы пропускания интегрирующей цепи.

$$\omega_B = 1/\tau_a$$

Как следует из рисунка 3, б) интегрирующие цепи не пропускают высокочастотные составляющие спектров входных сигналов, поэтому в радиоэлектронных устройствах их используют в качестве так называемых сглаживающих или низкочастотных фильтров. При подачи на вход рассматриваемой RC-цепи импульсных сигналов форма выходного напряжения будет существенным образом зависеть от отношений τ_a / τ_H .

На графиках рисунке 4, а), б) показаны соответственно входной сигнал в виде прямоугольного импульса напряжения и отклики RC-цепи на него при различных значениях отношения постоянной времени и длительности входного импульса τ_a / τ_H . При значениях отношения $\tau_a / \tau_H = 0,1$ форма выходного сигнала близка к форме входного импульса. Считается, что выходной импульс практически совпадает по форме с входным при $\tau_a / \tau_H = 0,03$, с увеличением отношения τ_a / τ_H до 0,5 и более выходное напряжение не успевает возрасти до амплитудного значения E и форма выходного сигнала существенно искажается.

Интегрирующие цепи широко применяются в так называемых генераторах пилообразных токов и напряжений.

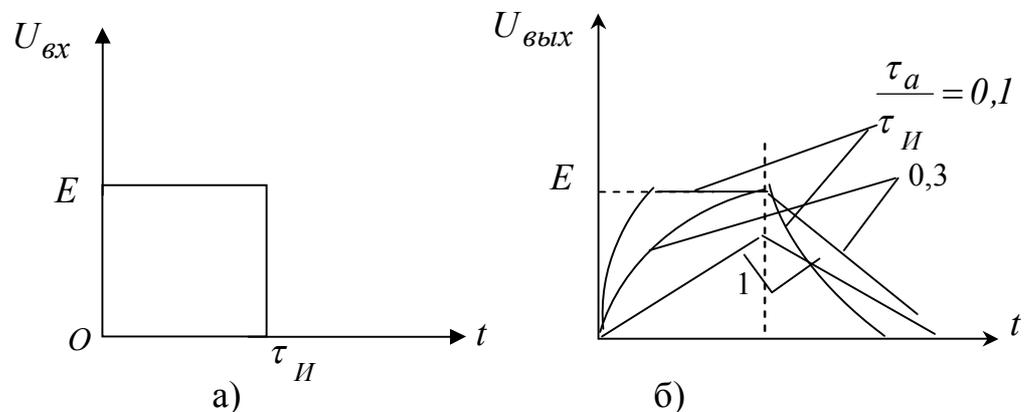


Рисунок 4 – Операция интегрирования