УДК 621.373 : 535

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВОЛН, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ЛАЗЕРАМИ НА СВЯЗАННЫХ ПЕРЕХОДАХ

Л. М. Хаютин

Теоретически исследованы условия устойчивой генерации в газовых лазерах на связанных переходах с анизотропными резонаторами. Предполагается, что на каждом из переходов генерируется эллиптически поляризованная волна, причем форма эллипсов и их взаимное расположение определяются резонатором. Обсуждена зависимость параметра взаимодействия от поляризационных характеристик генерируемых волн и от полных моментов рабочих уровней.

В работе [1] развита полуклассическая теория лазеров на связанных переходах с произвольной поляризацией излучения. В качестве примера в [1] рассматривался лазер с изотропным по поляризациям резонатором, т. е. поляризация излучения определялась процессами, происходившими при генерации. Здесь мы рассмотрим иную ситуацию, а именно резонатор обладает поляризационной анизотропией, в общем случае различной для рабочих переходов I и II.[1] Такая анизотропия может быть создана, например, внесением в резонатор поляризационных невзаимных элементов различных типов. Таким образом, мы будем считать, что тип поляризации излучения на каждом из переходов задан резонатором, не вдаваясь в каждом конкретном случае в обсуждение конструктивных особенностей резонаторов.

Уравнение генерации

Полученные в работе [1] уравнения генерации нетрудно обобщить на случай анизотропных резонаторов. Основное изменение связано с тем, что в резонаторе с произвольной поляризационной анизотропией его собственные состояния поляризации не будут круговыми, вследствие чего в уравнениях генерации возникнет линейная связь между волнами E^f_{+1} и E^f_{-1} [2]. Кроме того, собственные частоты пустого анизотропного резонатора ν^f_{+1} и ν^f_{-1} для волн, поляризованных по правому и левому кругу, могут быть различны, в результате чего могут различаться частоты генерации ω^f_{+1} и ω^f_{-1}.

Как и в [1], мы считаем, что на каждом из переходов $f=I,\ II$ генерируется стоячая волна произвольной поляризации

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}^{I}+\mathbf{E}^{II}=\sum_{f,\,q}\hat{\mathbf{e}}_q E^f_q e^{-i\omega^f_q t}\sin k_f z+\text{к. с.} \tag{1}$$

Здесь $f=I,\ II$ — индекс перехода, $E^f_q=|E^f_q|\,e^{-i\varphi^f_q}$ — комплексная амплитуда поляризованной по кругу волны. Ось z системы xyz направлена вдоль оси лазера и является осью квантования.

Уравнения генерации запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} dI^f_q/dt = 2\,\{\alpha^f_q - \beta^f_{qq}I^f_q - \beta^f_{q-q}I^f_{-q} - \theta^f_{qq}I^{f'}_q - \theta^f_{q-q}I^{f'}_{-q}\}\,I^f_q - \\ - 2\lambda_q\sqrt{I^f_q I^f_{-q}} - \{\theta^f_{\text{ког.}}\cos\Psi^f_q + \tau^f_{\text{ког.}}\sin\Psi^f_q\}\sqrt{I^f_q I^f_{-q} I^{f'}_q I^{f'}_{-q}}, \end{aligned} \tag{2}$$

[1] Здесь и далее используются обозначения, введенные в работе [1].

$$d\varphi_q^f/dt = -\omega_q^f + \nu_q^f + \sigma_q^f - \rho_{qq}^f I_q^f - \rho_{q-q}^f I_{-q}^f - \tau_{qq}^f I_q^{f'} - \tau_{q-q}^f I_{-q}^{f'} + \eta_q (I_{-q}^f / I_q^f)^{1/2} -$$

$$- (\tau_{\text{ког.}}^f \cos \Psi_q^f - \theta_{\text{ког.}}^f \sin \Psi_q^f) (I_{-q}^f I_q^{f'} I_{-q}^{f'} / I_q^f)^{1/2}. \qquad (3)$$

Здесь $f, f' = I, II$; $f \neq f'$; $I_q^f = |E_q^f|^2$; $\Psi_q^f = \varphi_q^f - \varphi_{-q}^f - \varphi_q^{f'} + \varphi_{-q}^{f'}$. Коэффициенты λ_q и η_q характеризуют поляризационную анизотропию резонатора, явный вид остальных коэффициентов системы (2), (3) приведен в работе [1]. Из-за различия собственных частот резонатора коэффициенты σ^f, β^f, ρ^f, θ^f и τ^f в общем случае будут зависеть от индексов q и q_1, что, однако, не существенно для вопросов, рассматриваемых в настоящей работе.

Связь между относительной фазой и взаимным расположением эллипсов поляризации волн

Перед тем как перейти к исследованию генерации, выясним физический смысл относительной фазы $\Psi = \Psi_{+1}^I$, входящей в уравнения генерации. Для этого рассмотрим эллиптически поляризованную волну

$$\mathbf{E}^f = \mathbf{E}^f e^{-i\omega^f t} \sin k_f z + \text{к. с.} \qquad (4)$$

Комплексная амплитуда $\mathbf{E}^f$ может быть представлена в следующем виде [3]:

$$\mathbf{E}^f = \frac{1}{2} (b_1^f \hat{\mathbf{e}}_x \pm i b_2^f \hat{\mathbf{e}}_y) e^{-i\eta^f} + \text{к. с.}, \qquad (5)$$

где $\hat{\mathbf{e}}_x$ и $\hat{\mathbf{e}}_y$ — орты правовинтовой системы координат xyz, b_1^f и b_2^f — вещественные числа (длины полуосей эллипса поляризации), верхний знак отвечает правому, а нижний — левому эллипсам, η^f — начальная фаза. Действительно, с учетом (5) поле (4) на переходе f можно представить в виде

$$\mathbf{E}^f = (\mathscr{E}_x \hat{\mathbf{e}}_x + \mathscr{E}_y \hat{\mathbf{e}}_y) \sin k_f z,$$

где

$$\mathscr{E}_x = b_1^f \cos(\omega^f t + \eta^f), \quad \mathscr{E}_y = \pm b_2 \sin(\omega^f t + \eta^f),$$

откуда получаем уравнение эллипса

$$(\mathscr{E}_x / b_1^f)^2 + (\mathscr{E}_y / b_2^f)^2 = 1.$$

Переходя в (5) от разложения эллиптически поляризованной волны по линейным поляризациям к разложению по круговым, получим

$$\mathbf{E}^f = \sum_{q=\pm 1} \hat{\mathbf{e}}_q E_q^f, \qquad (6)$$

где

$$E_{+1}^f = -\frac{1}{2\sqrt{2}} (b_1^f \pm b_2^f) e^{-i\eta^f}, \qquad (7)$$

$$E_{-1}^f = \frac{1}{2\sqrt{2}} (b_1^f \mp b_2^f) e^{-i\eta^f}. \qquad (8)$$

Полагая для определенности, что $b_1^f \geqslant b_2^f$ и сопоставляя (6)—(8) с (1), видим, что

$$\varphi_{+1}^f = \eta^f + \pi, \quad \text{а} \quad \varphi_{-1}^f = \eta^f,$$

т. е. для эллиптически поляризованной волны

$$\varphi_q^f - \varphi_{-q}^f = q\pi. \qquad (9)$$

Этот результат мы учли при записи в уравнениях генерации (2), (3) слагаемых с λ_q и η_q, учитывающих анизотропию резонатора.

Обозначим далее через φ угол между большими осями эллипсов полей $\mathcal{E}^I$ и $\mathcal{E}^{II}$, генерируемых на связанных переходах.[2] Если ось x ориентирована вдоль большей оси одного из эллипсов, скажем эллипса поля $\mathcal{E}^{II}$, то большая ось эллипса поля $\mathcal{E}^I$ составит с осью x угол φ, и формула (9) к полю $\mathcal{E}^I$ неприменима. Для того чтобы описать волну $\mathcal{E}^I$ так, как это сделано выше, необходимо ввести новую декартову систему координат $\xi\eta\rho$, ось ρ которой совпадает с z, а ось ξ направлена вдоль большей оси эллипса поля $\mathcal{E}^I$. После этого можно ввести связанную с $\xi\eta\rho$ круговую систему координат с ортами $\hat{e}_{p=\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_\xi \pm i\hat{e}_\eta)$ и разложить $\mathbf{E}^I$ по круговым компонентам аналогично (6)

$$\mathbf{E}^I = \sum_{p=\pm 1} \hat{e}_p E_q^I. \qquad (10)$$

Тогда справедливы все проведенные выше рассуждения, и вместо (9) получим

$$\varphi_p^I - \varphi_{-p}^I = p\pi. \qquad (11)$$

Однако в уравнениях генерации (2), (3) фигурируют компоненты полей $\mathcal{E}^{\mathrm{I}}$ и $\mathcal{E}^{\mathrm{II}}$ в одной круговой системе координат, а не в двух различных. Переход от компонент E_p^{I} к компонентам E_q^{I} осуществляется с помощью матрицы конечных вращений $D_{pq}^{(1)}(\varphi,\ \theta,\ \psi)$

$$E_q^I = \sum_{p=\pm 1} D_{pq}^{(1)}(\varphi,\ \theta,\ \psi)\, E_p^I.$$

В нашем случае углы Эйлера $\theta = \psi = 0$ и

$$D_{pq}^{(1)}(\varphi,\ 0,\ 0) = e^{-iq\varphi}\delta_{pq}.$$

Обращаясь к уравнениям генерации, нетрудно получить с учетом (9) и (11), что

$$\Psi = 2\varphi, \qquad (12)$$

т. е. входящая в уравнения генерации (2), (3) относительная фаза есть не что иное, как удвоенный угол между большими осями эллипсов поляризации генерируемых волн $\mathcal{E}^{\mathrm{I}}$ и $\mathcal{E}^{\mathrm{II}}$. В случае, когда эллиптические поляризации вырождаются в линейные, Ψ — удвоенный угол между плоскостями поляризации. Этот результат использовался в работе [1].

Параметр взаимодействия при различных поляризациях генерируемых волн

В этом разделе мы рассмотрим условия устойчивой генерации на связанных переходах в зависимости от типов поляризаций волн $\mathcal{E}^{\mathrm{I}}$ и $\mathcal{E}^{\mathrm{II}}$. Поскольку линейные и круговые поляризации являются частными случаями эллиптической, мы будем исходить из эллиптической поляризации волн $\mathcal{E}^{\mathrm{I}}$ и $\mathcal{E}^{\mathrm{II}}$, причем параметры эллипсов $\mathcal{E}^{\mathrm{I}}$ и $\mathcal{E}^{\mathrm{II}}$ могут различаться, а угол взаимной ориентации φ произволен. Согласно (7) и (8), соотношения между круговыми компонентами интенсивностей эллиптически поляризованных волн можно записать так:

$$I_{-q}^I = l_I I_q^I, \quad I_{-q_1}^{II} = l_{II} I_{q_1}^{II}, \qquad (13)$$

причем, когда на обоих переходах генерируются волны, поляризованные по правому (левому) эллипсу, то в (13) следует положить $q = q_1$, а если эллипсы разноименные, то $q = -q_1$. Из (7) и (8) следует, что значения l_{I} и l_{II} лежат между нулем и единицей, поскольку

$$l_f = \left(\frac{b_1^f - b_2^f}{b_1^f + b_2^f}\right)^2.$$

---

[2] В пренебрежении нелинейной деформацией поляризации генерируемых волн [2] угол φ определяется анизотропией резонатора.

Мы будем считать величины l_f и φ параметрами теории, что, строго говоря, справедливо только для случаев линейных ($l_f=1$) и круговых ($l_f=0$) поляризаций полей. При $0<l_f<1$, когда поляризации волн эллиптические, $l_f=l_{pf}+\Delta l_f$, $\varphi=\varphi_p+\Delta\varphi$, где l_{pf} и φ_p определяются анизотропией резонатора, а Δl_f и $\Delta\varphi$ — так называемая нелинейная деформация поляризаций [2], возникающая под действием активной среды. Рассматривая случай сильно анизотропных резонаторов, когда $l_{pf} \gg \Delta l_f$ и $\varphi_p \gg \Delta\varphi$, мы положим $l_f=l_{pf}$, $\varphi=\varphi_p$ и будем считать их известными. Полученные при этом условия устойчивости будут совершенно строгими для полей линейных и круговых поляризаций и, как можно надеяться, позволят описать существенные черты процесса взаимодействия эллиптически поляризованных волн.

Поскольку значения параметров l_f и относительной фазы φ считаются известными, то с учетом (13) уравнения генерации (2) сводятся к системе из двух уравнений, позволяющих определить I_q^{I} и $I_{q_1}^{\mathrm{II}}$. Очевидно, при этом между коэффициентами системы (2) существуют определенные соотношения, так как мы имеем четыре уравнения (2) для определения двух интенсивностей I_q^{I} и $I_{q_1}^{\mathrm{II}}$. Мы не будем выписывать здесь эти соотношения, равно как и получающиеся уравнения генерации, а перейдем сразу к условию устойчивой генерации на обоих переходах, которое можно записать следующим образом:

$$C = C' C_{\text{скал.}} < 1.$$

Величина

$$C_{\text{скал.}} = \theta^I \theta^{II} / \beta^I \beta^{II}$$

определяется как в скалярной теории (подробнее см. в [1]), а интересующая нас часть параметра взаимодействия C', зависящая от поляризационных характеристик излучения и полных моментов уровней, дается следующим выражением:

$$C' = \frac{\left[(1+l_I l_{II})\, G_a(I,\ II) + (l_I + l_{II})\, G_b(I,\ II) + 2\sqrt{l_I l_{II}}\, G_2(I,\ II)\cos 2\varphi\right]^2}{\prod\limits_{f=I,\ II} \{G_0(f)\,(1+l_f)^2 + 2l_f\,[G_1(f) + G_2(f)]\}}. \qquad (14)$$

Для каскадного лазера при генерации одноименных эллипсов в (14) следует положить G_a (I, II)$=G_1$ (I, II) и G_b (I, II)$=G_0$ (I, II), а при генерации разноименных G_a (I, II)$=G_0$ (I, II) и G_b (I, II)$=G_1$ (I, II). Поляризационная часть параметра взаимодействия C' для лазера с общим верхним уровнем получается при замене G_0 (I, II) $\leftrightarrow$ G_1 (I, II). Выражение (14) является наиболее общим видом параметра взаимодействия. Все результаты работы [4] получаются из (14) как различные частные случаи. Так, положив $l_{\mathrm{I}}=l_{\mathrm{II}}=0$, получим, что при генерации волн, поляризованных по кругу

$$C' = G_a^2(I,\ II)/G_0(I)\, G_0(II),$$

причем в каскадном лазере для одноименных поляризаций G_a (I, II)$=$ $=G_1$ (I, II), а для разноименных G_a (I, II)$=G_0$ (I, II), а в лазерах с общим верхним уровнем, наоборот. Случай линейно поляризованных волн получается из (14) при $l_{\mathrm{I}}=l_{\mathrm{II}}=1$

$$C' = \frac{[G_0(I,\ II) + G_1(I,\ II) + G_2(I,\ II)\cos 2\varphi]^2}{\sum\limits_{i,\ j=0}^{2} G_i(I)\, G_j(II)}.$$

Если конструкция резонатора позволяет изменять угол φ между плоскостями поляризации, то мы получаем модуляцию величины параметра взаимодействия. [3] Для лазеров с общим верхним уровнем возможна

[3] Известный эффект модуляции величины усиления слабого сигнала в присутствии сильного с изменением угла между плоскостями поляризации волн [5] имеет ту же физическую природу.

ситуация, когда с изменением φ величина $C-1$ меняет знак, при этом с изменением φ должен происходить переход от режима генерации на двух переходах ($C<1$) к режиму генерации на одном переходе ($C>1$). В общем случае эллиптических поляризаций в зависимости от характеристик эллипсов, т. е. от значений l_{I} и l_{II}, поляризационная часть параметра взаимодействия C', согласно (14), может иметь любую промежуточную величину между его значениями для одно- или разноименных круговых поляризаций и значением для линейных поляризаций. Для эллиптически поляризованных волн также возможно явление перехода от генерации на двух переходах с общим верхним уровнем к генерации на одном из переходов при изменении угла φ.

Величины G_α, которые определяют зависимость параметра взаимодействия от схемы уровней, т. е. от значений полных моментов рабочих уровней, являются суммами произведений $3j$-символов Вигнера

$$\left.\begin{aligned} G_0(j_1, j_2, j_3) &= \sum_{m_1} \begin{pmatrix} j_1 & 1 & j_2 \\ -m_1 & q & m_2 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} j_1 & 1 & j_3 \\ -m_1 & q & m_3 \end{pmatrix}^2, \\ G_1(j_1, j_2, j_3) &= \sum_{m_1} \begin{pmatrix} j_1 & 1 & j_2 \\ -m_1 & q & m_2 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} j_1 & 1 & j_3 \\ -m_1 & -q & m_3 \end{pmatrix}^2, \\ G_2(j_1, j_2, j_3) &= \sum_{m_3} \begin{pmatrix} j_3 & 1 & j_1 \\ -m_3 & q & m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_3 & 1 & j_1 \\ -m_3 & -q & m' \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} j_2 & 1 & j_1 \\ -m_3 & q & m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_2 & 1 & j_1 \\ -m_3 & -q & m' \end{pmatrix}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Суммирование в (15) может быть выполнено. Явные выражения для G_α приведены в работе [1]. Эти же величины G_α определяют зависимость от схемы уровней в лазерах в магнитном поле [6], в нелинейной лазерной спектроскопии [5, 7], в теории эффекта Ханле с генерирующих уровней лазера [8] и т. д. Это, разумеется, не случайное совпадение. Можно показать, что величины $G_\alpha(j_1, j_2, j_3)$, где $\alpha=0, 1, 2$, — это полный набор величин, описывающих зависимость от полных моментов уровней в любой теории третьего порядка по полям, резонансным одному или двум связанным переходам.[4]

Взаимодействие между волнами в газовых лазерах на связанных переходах обусловлено совместным действием таких явлений, как образование своих и чужих провалов Беннета [7, 9], интерференция при взаимодействии атомов с полями $\mathscr{E}^{\text{I}}$ и $\mathscr{E}^{\text{II}}$ [1], возбуждение атомов в когерентную суперпозицию зеемановских подуровней. Величины G_0 и G_1 связаны в основном с образованием своих и чужих провалов Беннета, а величина G_2 (I, II) обязана своим происхождением процессу возбуждения атомов на общем переходе в когерентную суперпозицию зеемановских подуровней [8]. Это явление проявляется лишь при когерентных, т. е. нечистых $\sigma^\pm$-или π-поляризациях полей $\mathscr{E}^{\text{I}}$ и $\mathscr{E}^{\text{II}}$ и зависит от угла φ между эллипсами поляризаций этих полей.

Литература

[1] Л. М. Хаютин. Опт. и спектр., *47*, 954, 1979.
[2] В. А. Зборовский, Е. А. Тиунов, Э. Е. Фрадкин. Изв. вузов, радиофизика, *21*, 816, 1978.
[3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. «Наука», М., 1973.
[4] Г. В. Мелехин, Г. П. Мелехина. Опт. и спектр., *35*, 724, 1973.
[5] Л. М. Хаютин. ЖЭТФ, *62*, 1321, 1972.
[6] Э. Е. Фрадкин, Л. М. Хаютин. ЖЭТФ, *59*, 1634, 1970.
[7] Л. М. Хаютин. Опт. и спектр., *36*, 1083, 1974.
[8] Л. М. Хаютин. Автореф. канд. дисс., ЛГУ, Л., 1973.
[9] М. И. Дьяконов, В. И. Перель. ЖЭТФ, *50*, 448, 1966.

Поступило в Редакцию 4 июля 1979 г.

[4] В теории лазеров в произвольно направленном магнитном поле появляются еще величины G_3 с $q=0$ в $3j$-символах.