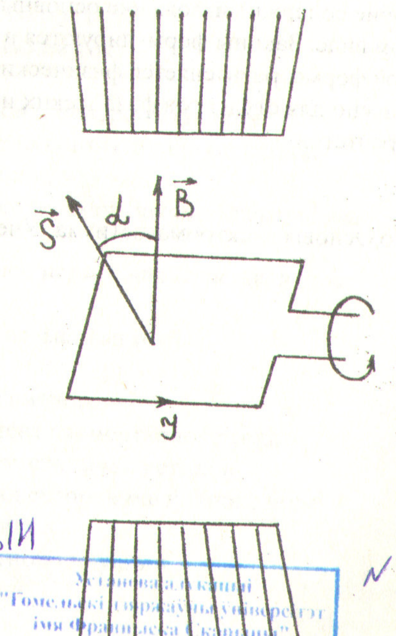
ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.СКОРИНЫ

И.В.СЕМЧЕНКО

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

Учебное пособие



Гомель 1998

УДК 537

Рецензенты: заведующий кафедрой физики БелГУТа профессор В.Я.Матюшенко, заведующий кафедрой физики ГПИ им. П.О.Сухого доцент П.А.Хило.

Рекомендовано к печати научно-методическим советом Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.

Учебное пособие содержит изложение основных законов электромагнетизма в сжатом виде. Законы формулируются в интегральной и в дифференциальной форме, разъясняется физический смысл законов. Пособие предназначено для студентов физических и технических специальностей университетов.

И.В.Семченко.Основы электромагнетизма. Учебное пособие. Гомель 1998.— 67с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ. ЗАКОН КУЛОНА. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ

Из четырех видов взаимодействий материальных объектов (гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое) электромагнитное проявляется в таких же пространственных масштабах, в которых происходит наша повседневная жизнь. Этим объясняется большое практическое значение электромагнитных явлений. Теория электромагнитных явлений - первая релятивистски-инвариантная теория, сыграла решающую роль в возникновении и обосновании теории относительности. Квантовая электродинамика - самая совершенная квантовая теория. В рамках электромагнетизма развито ***понятие поля как формы существования материи***, в этом состоит общефилософское и мировоззренческое значение электромагнитной теории.

Электрический заряд является дискретным, то есть по численному значению он может быть лишь в целое число раз больше элементарного ($q = n \cdot e$, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $n = \pm 1; \pm 2; \ldots$).

Электрический заряд является инвариантным, т.е. не зависит от скорости движения носителя заряда, что подтверждается нейтральностью атомов.

Закон Кулона, установленный в 1785 году, для силы взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r, имеет вид

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}, \qquad (1)$$

где $\vec{r}_{12}$ - радиус-вектор, проведенный от заряда q_1 к заряду q_2, ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума. Такая векторная запись означает, что сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна произведению этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей заряды. При этом разноименные заряды притягиваются, а одноименные отталкиваются. До работ Фарадея закон Кулона трактовался с позиции ***дальнодействия*** или действия на расстоянии, то есть считалось, что одно тело действует на другое без посредников. В 1831 - 1855 годах Фарадеем была развита теория ***близкодействия***, согласно которой взаимодействие между телами осуществляется лишь путем непрерывной "передачи сил" через пространство между телами с помощью посредника.

В результате борьбы концепций дальнодействия и близкодействия в науку вошло представление о поле как посреднике, осуществляющем взаимодействие. Поле существует в пространстве и времени, как и вещество, является формой существования материи, обладает свойствами материи - энергией, импульсом и т.д. Закону Кулона может быть дана ***полевая трактовка*** в виде следующих двух утверждений:

1) точечный заряд q_1 создает в окружающем его пространстве электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^3}\vec{r}\,, \qquad (2)$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от заряда в точку наблюдения.

2) точечный заряд q_2, находящийся в электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$, подвергается со стороны этого поля действию силы

$$\vec{F} = q_2\vec{E}\,. \qquad (3)$$

Следовательно, ***напряженность*** является ***силовой характеристикой*** электрического поля.

Принцип суперпозиции следует непосредственно из эксперимента и может быть сформулирован следующим образом: сила, действующая на заряд со стороны других зарядов, равна векторной сумме сил, действующих на него со стороны каждого из зарядов при отсутствии всех других:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i\,. \qquad (4)$$

Полевая формулировка принципа суперпозиции:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i\,. \qquad (5)$$

Полная напряженность электрического поля в любой точке пространства равна векторной сумме напряженностей всех полей, существующих в этой точке, причем напряженность каждого поля вычисляется при условии отсутствия всех других полей. Это означает, что электрические поля складываются, не искажая друг друга.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА ГАУССА

Поток напряженности электрического поля $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность S определяется суммарным электрическим зарядом Q, охваченным поверхностью (рис.1):

$$\oint_{(S)} \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}. \qquad (6)$$

Следует подчеркнуть, что поток напряженности не зависит от формы поверхности и расположения зарядов внутри объема V, ограниченного поверхностью.

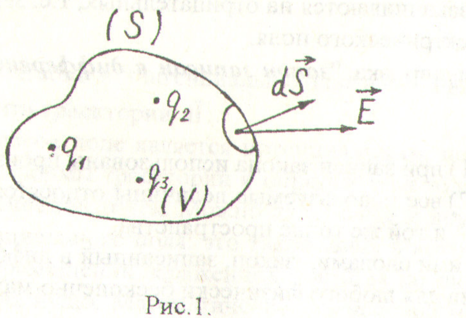


Рис.1.

При выводе теоремы Гаусса используется только закон Кулона, поэтому теорему можно рассматривать как интегральную формулировку закона Кулона. Для системы точечных зарядов $Q = \sum_i q_i$, а в случае непрерывного распределения зарядов $Q = \int_{(V)} \rho dV$. Здесь ρ - объемная плотность электрического заряда, равная отношению электрического заряда dq, содержащегося в физически бесконечно малом объеме dV, к величине этого объема:

$$\rho = \frac{dq}{dV}. \tag{7}$$

Физически бесконечно малый объем dV должен удовлетворять двум главным требованиям: иметь малые геометрические размеры, но в то же время содержать большое количество заряженных частиц. Закон Кулона можно записать также в дифференциальной форме:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \tag{8}$$

где $\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = (\nabla\vec{E})$ - дивергенция вектора $\vec{E}$. Физический смысл закона Кулона в дифференциальной форме состоит в том, что силовые линии электрического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных, т.е. заряды являются источниками электрического поля.

Формулировка ***"закон записан в дифференциальной форме"*** означает:

1) при записи закона использованы производные;
2) все используемые величины относятся к любой, но к одной и той же точке пространства.

Другими словами, закон, записанный в дифференциальной форме, справедлив для любого физически бесконечно малого объема пространства.

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ХАРАКТЕР ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В данном разделе мы будем рассматривать именно электростатическое поле, созданное неподвижными электрическими зарядами и на примере этого поля изучать ***свойство потенциальности***. Далее мы увидим, что существуют не потенциальные электрические поля, например, индукционное электрическое поле. Такое поле порождается изменяющимся во времени магнитным полем в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея.

При перемещении частицы, имеющей заряд q, из точки 1 в точку 2 электростатические силы совершают работу (рис.2)

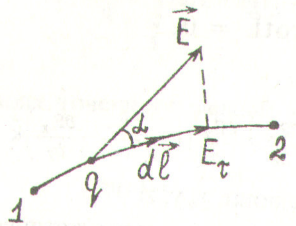


Рис.2.

$$A = \int_1^2 \vec{F}d\vec{l} = q\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = q\int_1^2 Edl\cos\alpha = q\int_1^2 E_\tau dl, \tag{9}$$

где $E_\tau = E\cos\alpha$ - тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}$ относительно элемента траектории $d\vec{l}$.

Электростатическое поле является потенциальным, поскольку эта работа не зависит от формы траектории и определяется только положением начальной и конечной точек. Можно дать также и другое определение понятия потенциального поля: это такое поле, в котором работа, совершаемая при перемещении заряженной частицы по любому замкнутому контуру, равна нулю. Математически это условие можно сформулировать, используя понятие ***циркуляции*** вектора $\vec{E}$ по замкнутому контуру:

$$\oint_{(L)} \vec{E}\,d\vec{l} = \oint_{(L)} E_\tau\,dl = 0. \qquad (10)$$

Можно доказать, что потенциальность поля точечного заряда связана с обратной квадратичной зависимостью напряженности от расстояния. Далее на основании принципа суперпозиции можно утверждать, что произвольное электростатическое поле является потенциальным. ***Условие потенциальности*** можно записать также и в дифференциальной форме:

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0, \qquad (11)$$

где $\mathrm{rot}\,\vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k}$ - ротор вектора $\vec{E}$, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты системы координат x, y, z.

Из условий (10) и (11) следует, что электростатическое поле является потенциальным, поскольку его силовые линии не циркулируют в пространстве. В качестве примера можно рассмотреть самые простые и часто встречающиеся электрические поля: точечного заряда, нити, сферы, плоскости. Во всех указанных случаях силовые линии электростатического поля начинаются на положительных зарядах и не циркулируют в пространстве.

Кроме напряженности $\vec{E}$, электрическое поле характеризуется также ***потенциалом*** φ. Между этими величинами существует связь

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi, \qquad (12)$$

где $\mathrm{grad}\,\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}$ - градиент φ.

Это соотношение показывает, что напряженность электростатического поля направлена в сторону наибыстрейшего убывания потенциала. Модуль напряженности равен скорости изменения потенциала в этом направлении. Напряженность направлена перпендикулярно эквипотенциальной поверхности, во всех точках которой потенциал имеет одинаковые значения. В отличие от напряженности потенциал является неоднозначной функцией и определен с точностью до произвольной постоянной. Чтобы избежать неоднозначности, производят ***нормировку*** потенциала, т.е. приписывают ему определенное значение в некоторой точке. Например, можно считать потенциал равным нулю на поверхности земли, либо на бесконечности. Физический смысл имеет не сам потенциал, а ***разность потенциалов*** в двух точках поля. Она численно равна удельной работе, совершаемой полем при перемещении единичного положительного заряда из первой точки во вторую:

$$A' = \frac{A}{q} = \int_1^2 \vec{E}\,d\vec{l} = \varphi(1) - \varphi(2). \qquad (13)$$

Потенциал поля точечного заряда q при условии нормировки $\varphi(\infty) = 0$ равен

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}; \qquad (14)$$

где r - расстояние от заряда до точки наблюдения. Используя принцип суперпозиции, можно вычислить потенциал системы точечных зарядов q_i, расположенных в точках (x_i, y_i, z_i);

$$\varphi(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}}, \qquad (15)$$

где (x, y, z) - координаты точки, в которой определяется потенциал. При непрерывном распределении заряда в некоторой области V выражение для потенциала имеет вид

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(V)} \frac{\rho\,dV}{r}, \qquad (16)$$

где ρ - объемная плотность заряда, r- расстояние от физически бесконечно малого объема dV до точки, в которой вычисляется потенциал.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОВОДНИКОВ

При помещении проводника во внешнее электростатическое поле $\vec{E}_0$ поверхностные заряды перераспределяются таким образом, что создаваемое ими внутри проводника поле $\vec{E}'$ полностью компенсирует внешнее поле, в результате чего суммарная напряженность поля внутри проводника становится равной нулю (см.рис.3):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

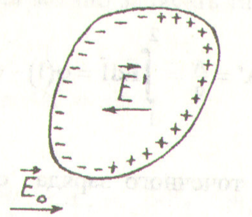


Рис.3.

Из закона Кулона в дифференциальной форме следует, что объемная плотность заряда внутри проводника также равна нулю:

$$\rho = 0.$$

Это означает, что электрические заряды могут концентрироваться только на поверхности проводника в слое атомарной толщины.

Вблизи поверхности проводника напряженность электрического поля пропорциональна поверхностной плотности заряда σ и направлена ортогонально поверхности:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}, \qquad (17)$$

где $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к поверхности проводника. Плотность заряда σ увеличивается с увеличением кривизны поверхности, если поверхность выпуклая, и уменьшается с увеличением кривизны, если поверхность вогнутая. Другими словами, электрические заряды обладают свойством скапливаться на острых выпуклых участках поверхности проводника. Такая концентрация заряда приводит к возрастанию электрического поля вблизи острия, возникает возможность ионизации окружающего воздуха. В сильном электрическом поле ионы и электроны интенсивно движутся, и часть их энергии выделяется в виде света и тепла. Возникает свечение газа вблизи острого участка проводника, которое называется коронным разрядом и по форме напоминает корону. Это явление служит экспериментальным подтверждением зависимости плотности электрического заряда от кривизны поверхности.

Металлическим экраном называется замкнутая электрическая оболочка, такая оболочка экранирует внутреннее пространство от внешнего электрического поля. Внешнее пространство экранируется замкнутой проводящей оболочкой от зарядов, находящихся внутри полости, только в том случае, если оболочка заземлена. Экранирующая поверхность не обязательно должна быть сплошной, достаточно использовать сетку с мелкими ячейками.

Поскольку внутри проводника электрическое поле отсутствует, то потенциал во всех точках является одинаковым. ***Емкостью*** уединенного проводника называется отношение заряда Q проводника к его потенциалу φ:

$$C = \frac{Q}{\varphi}. \qquad (18)$$

Емкость измеряется в фарадах (1Ф = 1 Кл/1 В).

Для системы проводников справедливо соотношение

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} Q_j, \qquad Q_i = \sum_{j=1}^{N} C_{ij}\varphi_j,$$

где α_{ij} - потенциальные, C_{ij} - емкостные коэффициенты, обладающие свойствами: 1) $\alpha_{ij} > 0$ при $i = j$, 2) $\alpha_{ij} \le 0$ при $i \ne j$ (свойства C_{ij} являются такими же). Эти коэффициенты зависят только от геометрических характеристик проводников и от их взаимного расположения.

Если два проводника имеют одинаковые по величине, но противоположные по знаку заряды, то они образуют ***конденсатор***. Эти проводники являются обкладками конденсатора. Емкость конденсатора равна

$$C = \frac{Q}{U}, \qquad (19)$$

где Q - заряд одной обкладки, U - напряжение на конденсаторе (разность потенциалов между обкладками). При последовательном соединении нескольких конденсаторов полная емкость определяется соотношением

$$\frac{1}{C} = \sum_K \frac{1}{C_K}.$$

При этом полное напряжение равно сумме напряжений на каждом конденсаторе, а заряды всех конденсаторов одинаковые. В случае параллельного соединения конденсаторов полная емкость равна

$$C = \sum_K C_K\ ,$$

при этом все конденсаторы находятся под одинаковым напряжением, а полный заряд равен сумме зарядов всех конденсаторов.

ДИЭЛЕКТРИКИ
В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Дипольным моментом системы, состоящей из двух равных, но противоположных по знаку зарядов, называется величина

$$\vec{p} = q\vec{l}\ . \tag{20}$$

Здесь $\vec{l}$ - вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному (плечо диполя) (см.рис.4). Если заряд распределен непрерывно, то дипольный момент равен:

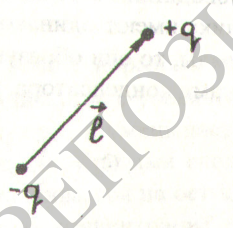


Рис.4.

$$\vec{p} = \int_{(V)} \vec{r}\rho\, dV\ , \tag{21}$$

где ρ - объемная плотность заряда, $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из начала координат в точку расположения элементарного заряда $dq = \rho dV$. Дипольный момент электрически нейтральной системы не зависит от выбора начала координат. Он является важнейшей характеристикой нейтральной системы, поскольку характеризует силу, действующую на систему со стороны внешнего электрического поля и напряженность поля, создаваемого самой системой.

Диэлектрики - вещества, в которых под действием электрического поля не может возникать электрический ток. Под действием поля связанные заряды в диэлектрике сдвигаются (но не могут перемещаться на большие расстояния), и диэлектрик приобретает дипольный момент, то есть поляризуется. ***Вектором поляризации*** (поляризованностью) $\vec{P}$ называется дипольный момент единичного объема диэлектрика

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{p}_i\ . \tag{22}$$

Здесь суммирование производится по всем дипольным моментам $\vec{p}_i$, существующим внутри объема ΔV. Вектор поляризации равен отношению суммарного дипольного момента всех атомов и молекул в некотором физически бесконечно малом объеме диэлектрика к величине этого объема.

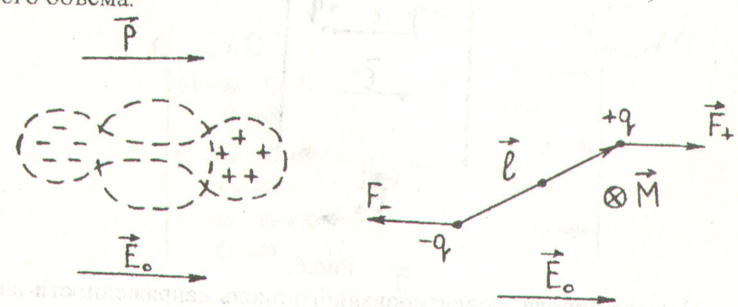


Рис.5.

Диэлектрики делятся на ***неполярные*** и ***полярные***. Молекулы неполярного диэлектрика не имеют дипольного момента в отсутствие электрического поля. При помещении такого диэлектрика во внешнее поле заряды внутри его молекул смещаются, и каждая молекула приобретает дипольный момент, параллельный напряженности электрического поля (см. рис.5). Молекулы полярных диэлектриков обладают дипольными моментами и в отсутствие внешнего поля, но вследствие теплового движения моменты различных молекул ориентированы хаотически, и поэтому вектор поляризации равен нулю. При включении внешнего электрического поля на каждую молекулу действует ***вращательный момент***

$$\vec{M} = \left[\vec{p}\vec{E}\right], \tag{23}$$

стремящийся ориентировать ее дипольный момент $\vec{p}$ параллельно напряженности внешнего поля (см.рис.5).

Для большинства диэлектриков вектор поляризации пропорционален приложенному электрическому полю

$$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}. \tag{24}$$

Здесь κ - диэлектрическая восприимчивость. Обычно полярные диэлектрики имеют большую диэлектрическую восприимчивость, чем неполярные. Поскольку $\kappa > 0$, то внешнее электрическое поле внутри диэлектрика ослабляется полем дипольных моментов молекул.

Качественная картина ослабления поля внутри диэлектрика выглядит следующим образом (см.рис.6).

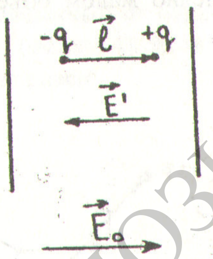


Рис.6.

Полюса диполя, ориентированного вдоль напряженности внешнего электрического поля $\vec{E}_0$, создают собственное поле $\vec{E}'$. Поскольку поле $\vec{E}'$ направлено противоположно внешнему электрическому полю,

то суммарное электрическое поле $\vec{E}$ внутри диэлектрика ослабляется по сравнению с внешним:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'; \qquad E = E_0 - E'; \qquad E < E_0.$$

Через вектор поляризации выражается объемная плотность связанных зарядов:

$$\rho_{\text{связ.}} = -\operatorname{div}\vec{P}. \tag{25}$$

Из соотношения (25) следует, что вектор поляризации начинается на отрицательных связанных зарядах и заканчивается на положительных связанных зарядах. Соотношение (25) также показывает, что объемные связанные заряды возникают лишь в том случае, если вектор поляризации изменяется в пространстве. В частности, на границе раздела двух диэлектриков поверхностная плотность связанных зарядов равна

$$\sigma_{\text{связ.}} = P_{1n} - P_{2n}, \tag{26}$$

где P_{1n} и P_{2n} - составляющие векторов поляризации в первой и второй среде, нормальные к поверхности раздела.

В объеме однородного диэлектрика, находящегося в постоянном электрическом поле, плотность связанных зарядов равна нулю. Так происходит потому, что на место сместившихся зарядов попадают заряды из соседних областей диэлектрика. В результате нескомпенсированные связанные заряды могут находится только на границах однородного диэлектрика в постоянном электрическом поле (см.рис.7).

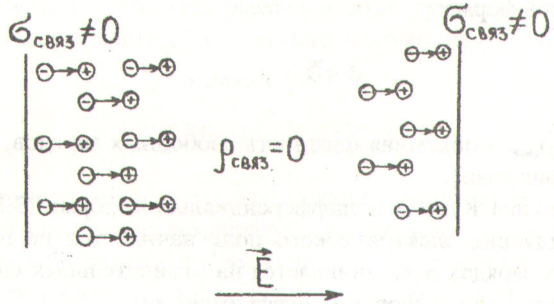


Рис.7

Общее влияние электрического поля и на проводник и на диэлектрик состоит в том, что под действием внешнего электрического поля вещество само становится источником электрического поля, в результате чего внешнее поле изменяется. Электрическое поле могут создавать как свободные заряды в проводнике, так и связанные заряды в диэлектрике.

Вектором ***электрической индукции (смещения)*** называется вектор

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} + \vec{P}, \tag{27}$$

учитывающий не только электрическое поле $\vec{E}$, но и поляризацию среды $\vec{P}$. Вектор индукции можно записать в виде

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}, \tag{28}$$

где $\varepsilon_r = 1 + \kappa$ - ***относительная диэлектрическая проницаемость*** среды. Она показывает, во сколько раз электрическое поле ослабляется в диэлектрике по сравнению с вакуумом из-за поляризации диэлектрика. В частности, напряженность поля точечного заряда q и сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 в диэлектрике имеют вид:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^3}\vec{r}; \qquad \vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_{12}^3}\vec{r}_{12}. \tag{29}$$

Закон Кулона для диэлектриков можно записать также в дифференциальной форме:

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho_{своб.}, \tag{30}$$

где $\rho_{своб.}$ - объемная плотность свободных зарядов, привнесенных в диэлектрик извне.

Из закона Кулона в дифференциальной форме (30) следует, что вектор индукции электрического поля начинается на положительных свободных зарядах и заканчивается на отрицательных свободных зарядах. Соответственно теорема Гаусса имеет вид:

$$\oint_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = Q_{своб.}, \tag{31}$$

где $Q_{своб.}$ - суммарный свободный заряд, находящийся внутри объема V, ограниченного поверхностью S.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ВЕКТОРОВ ПОЛЯ

Изменение векторов поля при переходе из одного диэлектрика в другой описывается ***граничными условиями***

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_{своб.}; \tag{32}$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \tag{33}$$

где $\sigma_{своб.}$ - поверхностная плотность свободных зарядов на границе раздела, индексы n и τ обозначают нормальные и тангенциальные составляющие векторов относительно границы раздела первой и второй среды.

Граничные условия играют очень важную роль при определении электрических и магнитных полей. В самом общем случае электромагнитные поля могут быть вычислены в результате решения уравнений Максвелла. Эти уравнения являются дифференциальными, и поэтому их решения неоднозначны. Граничные условия позволяют устранить эту неоднозначность и вычислить реальные поля, существующие в какой-либо среде, в зависимости от конкретных условий на её границе.

СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКИ

Сегнетоэлектрики - это такие полярные диэлектрики, которые в определенном интервале температур самопроизвольно поляризованы, то есть имеют отличный от нуля вектор поляризации в отсутствие внешнего электрического поля. На границах этого интервала при температуре Кюри происходит фазовый переход, и сегнетоэлектрик превращается в обычный полярный диэлектрик. Свойства сегнетоэлектриков объясняются сильным взаимодействием дипольных моментов соседних молекул и образованием вследствие этого ***доменов*** - областей спонтанной поляризации. Относительная диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков очень велика ($\varepsilon_r \sim 10^2 - 10^4$). Это свойство объясняется тем обстоятельством, что под действием внешнего электрического поля происходит переориентация не отдельных дипольных моментов, а каждого домена целиком. Поэтому вектор поляризации быстро увеличивается при возрастании электрического поля, то есть диэлектрик обладает большой диэлектрической восприимчивостью κ и большой относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_r = 1+\kappa$. Кроме того, диэлектрическая проницаемость зависит от значений электрического поля и от изменений этого поля в предшествующие моменты времени. Зависимость ε_r от E описывается формулой

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \qquad (34)$$

и представлена на рис.8.

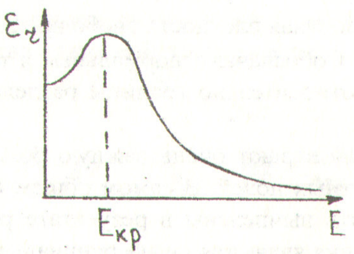


Рис.8.

При значительном возрастании напряженности электрического поля диэлектрик переходит в состояние ***насыщения поляризации*** (P=const). В таком состоянии все домены переориентированы вдоль внешнего электрического поля. Из выражения (34) следует, что после перехода сегнетоэлектрика в состояние насыщения поляризации относительная диэлектрическая проницаемость стремится к 1. Таким образом, сегнетоэлектрические свойства образца проявляются при сравнительно небольших напряженностях электрического поля $E \leq E_{кр}$. Максимальных значений ε_r достигает при критическом значении напряженности электрического поля $E_{кр}$.

Зависимость индукции от напряженности D = f(E) является нелинейной и неоднозначной и имеет вид петли гистерезиса (см.рис.9).

Явление гистерезиса, или запаздывания поляризации, объясняется инертностью доменов, которые частично сохраняют направление поляризации при изменении внешнего электрического поля. Поэтому при уменьшении электрического поля вектор поляризации среды убывает медленнее (запаздывает относительно напряженности). Отрезок OA характеризует остаточную поляризацию, а отрезок OB - коэрцитивную, или задерживающую силу. Это напряженность такого поля, которое нужно приложить в противоположном направлении, чтобы избавиться от остаточной поляризации.

Типичными представителями сегнетоэлектриков являются титанат бария ($BaTiO_3$) и сегнетова соль.

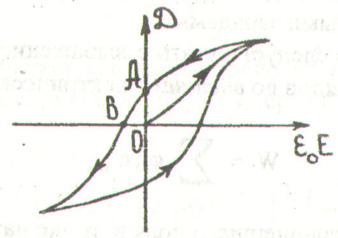


Рис.9.

ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКИ

Пьезоэлектрики - это ионные кристаллы, на поверхностях которых при деформациях возникают электрические заряды. Причиной этого свойства является относительное смещение двух кристаллических подрешеток, образованных положительными и отрицательными ионами, при деформации кристалла. По величине возникающей разности потенциалов можно судить о величине деформации и приложенных силах. Поэтому пьезоэлектрики находят широкое применение на практике в качестве датчиков для измерения быстропеременных давлений.

В пьезоэлектриках возможен также обратный пьезоэлектрический эффект, или электрострикция, состоящий в деформации кристалла под действием электрического поля. На использовании этого эффекта основано действие многих устройств, в частности, кварцевых излучателей ультразвука.

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Если имеется система точечных зарядов q_i , то энергия их взаимодействия равна

$$W=\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}=\frac{1}{2}\sum_{i}\varphi_i q_i\,, \tag{35}$$

где r_{ij} - расстояние между зарядами q_i и q_j, суммирование производится по всем зарядам, φ_i - потенциал, создаваемый в точке нахождения заряда q_i остальными зарядами.

Формулу (35) не следует путать с выражением для энергии системы электрических зарядов во *внешнем* электрическом поле

$$W=\sum_{i}\varphi_i q_i\,, \tag{36}$$

где φ_i - потенциал внешнего поля в точке нахождения заряда q_i.

При непрерывном распределении заряда в пространстве с объемной плотностью ρ выражение (35) для энергии взаимодействия зарядов можно записать следующим образом:

$$W=\frac{1}{2}\int\limits_{(V)}\varphi\rho\,dV\,, \tag{37}$$

где φ и ρ - потенциал и плотность заряда внутри физически бесконечно малого объема dV.

Энергия непрерывно распределенного заряда во *внешнем* электрическом поле определяется выражением

$$W=\int\limits_{(V)}\varphi\rho\,dV\,, \tag{38}$$

где φ - потенциал внешнего электрического поля. С помощью математических преобразований формулу (37) можно представить в виде

$$W=\frac{1}{2}\int\limits_{(V)}\vec{E}\vec{D}\,dV. \tag{39}$$

Выражения (37) и (39) дают одинаковые значения для энергии W, но физическое содержание их различно. Согласно (37), энергия является локализованной на зарядах, и $W\neq0$ только в тех областях dV, где $\rho\neq0$. В соответствии с (39) носителем энергии является электрическое поле, и энергия распределена по всему пространству, где есть электрическое поле, с ***объемной плотностью***

$$w=\frac{1}{2}\vec{E}\vec{D}\,. \tag{40}$$

Если электрические заряды распределены не только по объему, но и по некоторой поверхности (S), то энергия взаимодействия зарядов равна

$$W=\frac{1}{2}\int\limits_{V}\varphi\rho\,dV+\frac{1}{2}\int\limits_{(S)}\varphi\sigma\,dS\,, \tag{41}$$

где

$$\sigma=\frac{dq}{dS} \;- \tag{42}$$

поверхностная плотность электрического заряда. Для заряженных проводников в электрическом поле необходимо учесть два следующих обстоятельства: а) заряды могут скапливаться только на поверхности проводника, следовательно, $\rho=0$; б) внутри проводника электрическое поле отсутствует, следовательно, для всех точек проводника φ = const. Таким образом, из формулы (41) можно получить выражение для энергии заряженных проводников

$$W=\frac{1}{2}\sum_{i}\varphi_i q_i\,, \tag{43}$$

где φ_i - потенциал i-го проводника, q_i - его заряд. *Энергия конденсатора* соответственно равна

$$W = \frac{1}{2}qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}, \tag{44}$$

где q - заряд на положительной обкладке конденсатора, U - напряжение на конденсаторе.

Энергия диполя, помещенного в электрическое поле, складывается из энергий полюсов в этом поле и определяется выражением

$$W = -\vec{p}\vec{E}. \tag{45}$$

Минимум энергии диполя во внешнем электрическом поле достигается при ориентации дипольного момента $\vec{p}$ параллельно напряженности $\vec{E}$. В этом случае момент сил, действующий на диполь, обращается в нуль, и диполь находится в состоянии устойчивого равновесия.

Сила, действующая на диполь со стороны электрического поля, может быть записана в виде

$$\vec{F} = (\vec{p}\nabla)\vec{E}, \tag{46}$$

где $\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$ - символический векторный дифференциальный оператор "набла", $\vec{i}$, $\vec{j}$, и $\vec{k}$ - орты системы координат. Например, x - компонента силы, действующей на диполь, равна

$$F_x = \left(p_x\frac{\partial}{\partial x} + p_y\frac{\partial}{\partial y} + p_z\frac{\partial}{\partial z}\right)E_x,$$

где E_x - проекция напряженности электрического поля на ось x. В соответствии с выражением (46), сила действует на диполь только в неоднородном поле, напряженность которого изменяется в пространстве. Если же поле однородно, то сила, действующая на диполь, равна нулю, т.к. к полюсам диполя приложены равные по величине и противоположные по направлению силы. Сила, действующая на диполь в неоднородном поле, втягивает диполь в область более сильного поля.

Объемная плотность силы, действующей на диэлектрик в электрическом поле, равна

$$\vec{f} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{2}\mathrm{grad}\left(E^2\right), \tag{47}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ - полная диэлектрическая проницаемость среды.

На любой физически бесконечно малый объем диэлектрика dV действует сила

$$d\vec{F} = \vec{f}\,dV.$$

Эта сила направлена в сторону наибыстрейшего возрастания модуля напряженности электрического поля, то есть в область более сильного поля.

Электрический диполь не только испытывает воздействие внешних электрических полей в соответствии с формулами (23) и (46), но и сам создает электрическое поле в окружающем пространстве. ***Потенциал и напряженность электрического поля, создаваемого диполем***, можно записать в виде

$$\varphi_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}; \tag{48}$$

$$\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{3\vec{r}(\vec{p}\vec{r})}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right\}, \tag{49}$$

где $\vec{r}$ - вектор, проведенный от диполя в точку пространства, где определяется электрическое поле. Из формул (48) и (49) следует, что на больших расстояниях от диполя

$$\varphi_p \sim \frac{1}{r^2}, \quad E_p \sim \frac{1}{r^3},$$

то есть электрическое поле, создаваемое диполем, убывает с увеличением расстояния быстрее, чем поле точечного заряда. Это обстоятельство объясняется тем, что полюса диполя, имеющие противоположные заряды, создают в окружающем пространстве электрические поля, которые частично компенсируют друг друга, и в результате суммарное поле уменьшается быстрее.

Ранее мы рассматривали электрическое взаимодействие только между заряженными телами. Из формул (46), (48), (49) следует, что участвовать в электрическом взаимодействии могут также нейтральные системы, если положительные и отрицательные заряды в них взаимно смещены, вследствие чего система обладает электрическим дипольным моментом.

Таким образом, электрический дипольный момент $\vec{p}$ (20, 21) является важнейшей характеристикой электрически нейтральной системы. Зная дипольный момент системы $\vec{p}$, можно вычислить силу (46) и момент силы (23), действующие на систему со стороны внешнего поля, а также поле (48), (49) создаваемое самой системой в окружающем пространстве. Следовательно, дипольный момент позволяет полностью описать взаимодействие электрически нейтральной системы с другими телами.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц в пространстве. ***Вектор плотности тока*** определяется следующим образом:

$$\vec{j} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i e_i \vec{v}_i , \qquad (50)$$

где e_i и $\vec{v}_i$ - заряд и скорость i-ой частицы, суммирование производится по всем частицам, находящимся внутри объема ΔV.

Введя среднюю скорость упорядоченного движения заряженных частиц $<\vec{v}>$, можно записать

$$\vec{j} = eN < \vec{v} > = \rho < \vec{v} > , \qquad (51)$$

где использовано предположение, что все движущиеся частицы имеют одинаковый заряд e, N - концентрация носителей, $\rho = eN$ - объемная плотность электрического заряда.

Силой тока через некоторую поверхность (S) называется отношение заряда dq, пересекающего эту поверхность за промежуток времени dt, к длительности этого отрезка времени:

$$I = \frac{dq}{dt} . \qquad (52)$$

Сила тока выражается через плотность тока следующим образом:

$$I = \int\limits_{(S)} \vec{j}\, d\vec{S} . \qquad (53)$$

Закон сохранения электрического заряда - один из фундаментальных законов природы. В соответствии с этим законом, электрический заряд не изменяется при любых движениях и взаимопревращениях частиц. Следовательно, электрический заряд замкнутой системы остается постоянным. Электрический заряд является свойством частицы и отдельно от своих носителей существовать не может. В то же время электрический заряд является в некотором смысле самостоятельной величиной, поскольку не изменяется при взаимопревращениях частиц. В соответствии с законом сохранения электрического заряда изменение заряда в некотором объеме (V) может произойти только в результате втекания или вытекания заряда через замкнутую поверхность (S), ограничивающую объем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int\limits_{(V)} \rho\, dV = - \oint\limits_{(S)} \vec{j}\, d\vec{S} , \qquad (54)$$

или в дифференциальной форме

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 . \qquad (55)$$

Уравнение (55) называется также ***уравнением непрерывности.***

Закон Ома: Сила тока I на участке цепи прямо пропорциональна приложенному напряжению U:

$$I = \frac{U}{R}, \tag{56}$$

где R - сопротивление участка цепи, играющее роль коэффициента пропорциональности. Для линейного проводника сопротивление пропорционально его длине Δl и обратно пропорционально площади поперечного сечения S

$$R = \rho \frac{\Delta l}{S}, \tag{57}$$

где ρ - удельное сопротивление вещества. Закон Ома можно записать также в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \tag{58}$$

где $\sigma = \frac{1}{\rho}$ - удельная проводимость, обратная удельному сопротивлению вещества. Закон Ома в дифференциальной форме показывает, что внутри проводника, по которому проходит электрический ток, обязательно существует электрическое поле. Именно это поле является причиной существования электрического тока в любом физически бесконечно малом объеме проводника. Если электрический ток в проводнике отсутствует, то из закона Ома в дифференциальной форме (58) следует $\vec{E} = 0$, то есть мы приходим к ранее рассмотренному случаю экранировки внешнего электрического поля проводником.

Закон Джоуля-Ленца: Количество теплоты, выделяющееся в единицу времени на участке цепи, равно произведению силы тока I на приложенное напряжение U:

$$\Delta Q = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t, \tag{59}$$

или в дифференциальной форме

$$p_V = jE = \sigma E^2 = \frac{j^2}{\sigma}, \tag{60}$$

где $p_V = \frac{1}{V}\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{P}{V}$ - объемная плотность мощности, или теплота, выделяемая в единицу времени в единичном объеме проводника. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме показывает, что теплота, выделяющаяся в любом физически бесконечно малом объеме проводника, равна работе электрического поля, совершаемой при перемещении носителей тока.

Закон Ома для полной цепи имеет вид

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{61}$$

где ε - ***сторонняя электродвижущая сила*** (она численно равна работе сторонних сил по перемещению единичного заряда по замкнутой цепи), R - сопротивление внешней цепи, r - сопротивление источника тока.

Под сторонней э.д.с. понимается некоторый процесс или устройство, разделяющее разноименные заряды и доставляющее их на полюса источника тока. Сторонняя э.д.с. не может иметь электростатическую природу в связи с потенциальностью электростатического поля: при перемещении зарядов по замкнутому контуру электростатическое поле совершает нулевую работу; в то же время при прохождении тока в реальной цепи выделяется теплота Джоуля-Ленца за счет сторонней э.д.с. Сторонние э.д.с. могут иметь, например, механическую, химическую или электромагнитную природу.

Для разветвленных линейных цепей справедливы ***правила Кирхгофа:***

$$1) \sum_K \pm I_K = 0 \tag{62}$$

-алгебраическая сумма токов в любом узле цепи равна нулю, где суммирование производится по всем токам в окрестности узла цепи, причем входящие в узел токи берутся с одним знаком, а выходящие - с противоположным. Например, для узла, показанного на рисунке, это правило имеет вид:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Данное правило Кирхгофа является следствием закона сохранения электрического заряда

$$2)\ \sum_K \pm I_K R_K = \sum_m \pm \varepsilon_m \qquad (63)$$

-сумма падений напряжения на всех участках замкнутой цепи равна сумме э.д.с., действующих в этой цепи.

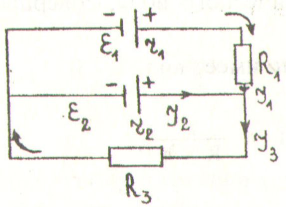


Рис.10.

При этом сила тока берется со знаком "+", если его направление совпадает с направлением обхода контура, и со знаком "-" в противоположном случае. Значение э.д.с. берется со знаком "+", если при обходе контура движение внутри источника осуществляется от его отрицательного полюса к положительному, то есть совпадает по направлению с внутренним током источника. Например, для цепи, показанной на рисунке 10, данное правило Кирхгофа имеет вид

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_1 r_1 - I_2 r_2\,;$$

$$\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_1 r_1\,;$$

$$\varepsilon_3 = I_3 R_3 + I_2 r_2$$

Данная система уравнений является линейно зависимой. Поэтому для вычисления неизвестных токов I_1, I_2, I_3 необходимо использовать любые два из этих трех уравнений совместно с первым правилом Кирхгофа.

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Эффект Холла состоит в возникновении электрической разности потенциалов между боковыми поверхностями проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле.

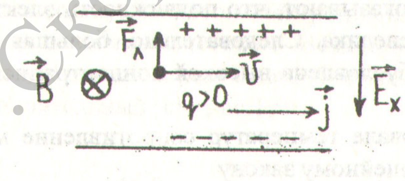


Рис.11

На рис.11 $\vec{F}_л$ - сила Лоренца, действующая в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ на движущуюся частицу, q - заряд частицы, $\vec{v}$ - скорость её движения, $\vec{j}$ - плотность тока, $\vec{E}_x$ - напряженность возникающего "холловского" электрического поля.

Разность потенциалов может быть выражена следующим образом:

$$U_x = R_x jBd\,.$$

Здесь $R_x = 1/(qn)$ - постоянная Холла, q - заряд частиц, n - концентрация свободных носителей заряда, j - объемная плотность тока, B - индукция магнитного поля, d - расстояние между боковыми поверхностями проводника, на которых возникают разноименные заряды. Измеряя холловскую разность потенциалов, можно определить концентрацию и знак заряда свободных носителей.

ПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Для характеристики движения свободных носителей заряда вводится *подвижность* носителей

$$b = \frac{v_g}{E}, \qquad (64)$$

равная отношению скорости дрейфа к напряженности электрического поля, вызывающего электрический ток. Из формулы для объемной плотности тока (51) и закона Ома в дифференциальной форме (58) следует

$$\gamma = eNb. \qquad (65)$$

Измерения показывают, что подвижность электронов проводимости в металлах невелика. Следовательно, большая удельная проводимость металлов обусловлена высокой концентрацией свободных носителей заряда.

В широком интервале температур сопротивление металла зависит от температуры по линейному закону

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t), \qquad (66)$$

где R_0 - сопротивление образца при 0^0C, α - положительный температурный коэффициент сопротивления. С ростом температуры хаотическое тепловое движение атомов кристаллической решетки и электронов проводимости становится более интенсивным. Возрастает количество столкновений и уменьшается средняя длина свободного пробега электронов проводимости. Следовательно, подвижность носителей и электропроводность металлов уменьшаются при нагревании.

Зависимость удельной проводимости полупроводника от температуры имеет следующий вид

$$\gamma = A \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \qquad (67)$$

где A - некоторая постоянная, T - абсолютная температура, ΔE - энергетическая ширина запрещенной зоны (энергия ионизации), k - постоянная Больцмана. Согласно выражению (67), электропроводность полупроводника увеличивается с ростом температуры, что является следствием возрастания концентрации свободных носителей заряда (электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне) при нагревании полупроводника.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В КОНТАКТАХ ПРОВОДНИКОВ

При соприкосновении двух проводников в области контакта возникает электрическое поле и следовательно, ***контактная разность потенциалов***. Это явление имеет место вследствие различия концентраций свободных носителей заряда в соприкасающихся проводниках. Например, если концентрация электронов проводимости в металле 2 больше, чем в металле 1 ($n_2 > n_1$), то поток электронов из металла 2 в металл 1 преобладает над встречным потоком. Вследствие хаотического теплового движения электронов металл 2 приобретает положительный заряд, а металл 1 - отрицательный (см. рис.12).

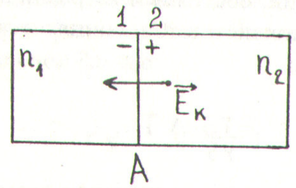


Рис.12

Возникающее электрическое поле с напряженностью $\vec{E}_k$ уравновешивает встречные потоки электронов проводимости через область контакта, поскольку препятствует движению электронов из металла 2 в металл 1.

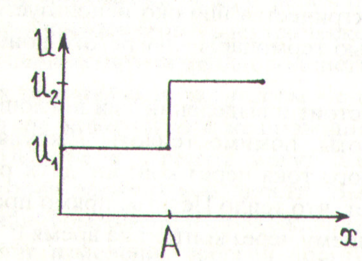


Рис.13

Распределение потенциала имеет вид, показанный на рис.13, то есть возникает контактная разность потенциалов

$$U_{21} = U_2 - U_1,$$

где U_2 - потенциал металла 2, U_1 - потенциал металла 1. В соответствии с формулой (12) напряженность контактного электрического поля $\vec{E}_k$ направлена в сторону убывания потенциала. Следует отметить, что в данном случае не выполняется закон Ома в дифференциальной форме (58), поскольку $\vec{E}_k \neq 0$, но $\vec{j}=0$. Причиной невыполнения закона Ома является неоднородность вещества в области контакта, то есть действие электрического поля $\vec{E}_k$ компенсируется влиянием различных концентраций электронов проводимости в первом и втором металлах. Таким образом, закон Ома в дифференциальной форме (58) справедлив только для однородных сред.

Явление термоэлектричества состоит в возникновении электрического тока в замкнутой цепи, состоящей из различных проводников, при нагревании одного их контактов. Сторонняя термоэлектродвижущая сила приближенно равна:

$$\Delta \varepsilon = \alpha \Delta T , \qquad (68)$$

где α - так называемая дифференциальная термо-э.д.с., $\Delta T = T_2 - T_1$, T_2 - температура нагретого контакта двух различных проводников, T_1 - температура остальной цепи. Поскольку величина α зависит не только от рода данной пары проводников, но и от их температуры, то соотношение (68) точно выполняется только для небольшой разницы температур ΔT. Явление термоэлектричества широко используется для измерения температуры с помощью термопары - нагретого контакта двух различных проводников.

Эффект Пельтье состоит в выделении или поглощении дополнительного количества теплоты, помимо теплоты Джоуля - Ленца, при прохождении электрического тока через контакт двух различных проводников. Опыт показывает, что тепло Пельтье прямо пропорционально полному заряду q, прошедшему через контакт за время t:

$$Q_\Pi = \Pi q = \Pi I t, \qquad (69)$$

где Π - коэффициент Пельтье, зависящий от рода контактирующих проводников и их температуры, I - сила тока через контакт. Тепло Пельтье значительно уступает по величине теплу Джоуля - Ленца, оно изменяет свой знак при изменении направления тока. Поскольку тепло Пельтье не зависит от сопротивления, то для наблюдения эффекта Пельтье следует использовать толстые проводники, обладающие малым сопротивлением, чтобы уменьшить тепло Джоуля - Ленца.

Эффект Томсона состоит в выделении или поглощении дополнительного количества теплоты, кроме теплоты Джоуля - Ленца, при прохождении электрического тока через неоднородно нагретый проводник. Тепло Томсона прямо пропорционально разности температур ΔT на границах неоднородно нагретого проводника и полному заряду q, прошедшему через проводник за время t:

$$Q_T = \sigma \Delta T q = \sigma \Delta T I t , \qquad (70)$$

где σ - коэффициент Томсона. Тепло Томсона также изменяет свой знак при изменении направления тока. Закон Томсона (70) можно записать в дифференциальной форме

$$P_V = \sigma \frac{dT}{dx} j , \qquad (71)$$

где $P_V = \frac{Q_T}{\Delta V t}$ - объемная плотность мощности, ΔV - физически бесконечно малый объем проводника, $\frac{dT}{dx}$ - градиент температуры внутри неоднородно нагретого проводника, j - объемная плотность тока. Эффекты Пельтье и Томсона можно рассматривать как родственные, наблюдаемые при прохождении электрического тока в неоднородных проводниках. В первом случае неоднородность связана с наличием контакта различных проводников, во втором - с неравномерным нагревом различных участков одного и того же проводника.

Эффекты Пельтье и Томсона могут быть объяснены на основе классической теории электропроводности. Выделение или поглощение тепла Пельтье или Томсона при прохождении тока можно рассматривать как результат изменения энергии носителей заряда, образующих электрический ток. При прохождении тока через контакт двух проводников изменяется потенциальная энергия свободных носителей заряда, что приводит к эффекту Пельтье. При прохождении тока по неоднородно нагретому проводнику изменяется кинетическая энергия хаотического теплового движения свободных носителей заряда, создающих ток, то есть наблюдается эффект Томсона.

где U_2 - потенциал металла 2, U_1 - потенциал металла 1. В соответствии с формулой (12) напряженность контактного электрического поля $\vec{E}_k$ направлена в сторону убывания потенциала. Следует отметить, что в данном случае не выполняется закон Ома в дифференциальной форме (58), поскольку $\vec{E}_k \neq 0$, но $\vec{j}=0$. Причиной невыполнения закона Ома является неоднородность вещества в области контакта, то есть действие электрического поля $\vec{E}_k$ компенсируется влиянием различных концентраций электронов проводимости в первом и втором металлах. Таким образом, закон Ома в дифференциальной форме (58) справедлив только для однородных сред.

Явление термоэлектричества состоит в возникновении электрического тока в замкнутой цепи, состоящей из различных проводников, при нагревании одного их контактов. Сторонняя термоэлектродвижущая сила приближенно равна:

$$\Delta \varepsilon = \alpha \Delta T , \qquad (68)$$

где α - так называемая дифференциальная термо-э.д.с., $\Delta T = T_2 - T_1$, T_2 - температура нагретого контакта двух различных проводников, T_1 - температура остальной цепи. Поскольку величина α зависит не только от рода данной пары проводников, но и от их температуры, то соотношение (68) точно выполняется только для небольшой разницы температур ΔT. Явление термоэлектричества широко используется для измерения температуры с помощью термопары - нагретого контакта двух различных проводников.

Эффект Пельтье состоит в выделении или поглощении дополнительного количества теплоты, помимо теплоты Джоуля - Ленца, при прохождении электрического тока через контакт двух различных проводников. Опыт показывает, что тепло Пельтье прямо пропорционально полному заряду q, прошедшему через контакт за время t:

$$Q_\Pi = \Pi q = \Pi I t, \qquad (69)$$

где Π - коэффициент Пельтье, зависящий от рода контактирующих проводников и их температуры, I - сила тока через контакт. Тепло Пельтье значительно уступает по величине теплу Джоуля - Ленца, оно изменяет свой знак при изменении направления тока. Поскольку тепло Пельтье не зависит от сопротивления, то для наблюдения эффекта Пельтье следует использовать толстые проводники, обладающие малым сопротивлением, чтобы уменьшить тепло Джоуля - Ленца.

Эффект Томсона состоит в выделении или поглощении дополнительного количества теплоты, кроме теплоты Джоуля - Ленца, при прохождении электрического тока через неоднородно нагретый проводник. Тепло Томсона прямо пропорционально разности температур ΔT на границах неоднородно нагретого проводника и полному заряду q, прошедшему через проводник за время t:

$$Q_T = \sigma \Delta T q = \sigma \Delta T I t , \qquad (70)$$

где σ - коэффициент Томсона. Тепло Томсона также изменяет свой знак при изменении направления тока. Закон Томсона (70) можно записать в дифференциальной форме

$$P_V = \sigma \frac{dT}{dx} j , \qquad (71)$$

где $P_V = \frac{Q_T}{\Delta V t}$ - объемная плотность мощности, ΔV - физически бесконечно малый объем проводника, $\frac{dT}{dx}$ - градиент температуры внутри неоднородно нагретого проводника, j - объемная плотность тока. Эффекты Пельтье и Томсона можно рассматривать как родственные, наблюдаемые при прохождении электрического тока в неоднородных проводниках. В первом случае неоднородность связана с наличием контакта различных проводников, во втором - с неравномерным нагревом различных участков одного и того же проводника.

Эффекты Пельтье и Томсона могут быть объяснены на основе классической теории электропроводности. Выделение или поглощение тепла Пельтье или Томсона при прохождении тока можно рассматривать как результат изменения энергии носителей заряда, образующих электрический ток. При прохождении тока через контакт двух проводников изменяется потенциальная энергия свободных носителей заряда, что приводит к эффекту Пельтье. При прохождении тока по неоднородно нагретому проводнику изменяется кинетическая энергия хаотического теплового движения свободных носителей заряда, создающих ток, то есть наблюдается эффект Томсона.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ

Электроны проводимости в металле в некотором приближении можно рассматривать как идеальный газ. В условиях термодинамического равновесия распределение электронов по энергетическим уровням описывается ***статистикой Ферми - Дирака***

$$n_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) + 1}. \qquad (72)$$

Здесь n_i - вероятность нахождения электрона в квантовом состоянии с энергией E_i, k - постоянная Больцмана, T - абсолютная температура, μ - энергия Ферми, слабо зависящая от температуры. Из формулы (72) следует, что при T=0 n_i=1 для всех энергий $E_i<\mu$ и n_i=0 для всех энергий $E_i>\mu$. Поэтому ***физический смысл энергии Ферми*** состоит в том, что при абсолютном нуле температуры все энергетические уровни ниже уровня Ферми заняты электронами, а все уровни с энергией $E_i>\mu$ свободны (см.рис.14).

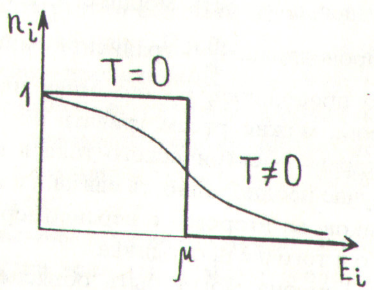


Рис.14.

При абсолютной температуре T≠0 вследствие хаотического теплового движения электронов проводимости происходит постепенное заполнение энергетических уровней, лежащих выше уровня Ферми. При этом становится возможным выход электронов за пределы металла. Пусть E_0 - энергия электрона, покоящегося вне металла вблизи его поверхности. Тогда величина

$$\Phi = E_0 - \mu, \qquad (73)$$

называется ***работой выхода*** электрона. Это минимальная энергия, которая необходима электрону для выхода за пределы металла. В результате испускания электронов металлом вблизи его поверхности может образоваться так называемое электронное облако. Процесс возникновения пространственного заряда вблизи поверхности металла вследствие нагревания называется ***термоэлектронной эмиссией.***

Благодаря термоэлектронной эмиссии становится возможным электрический ток в вакууме, который можно изучать, например, с помощью ***вакуумного диода.*** Нагретый катод испускает электроны, которые под действием электрического поля движутся к аноду.

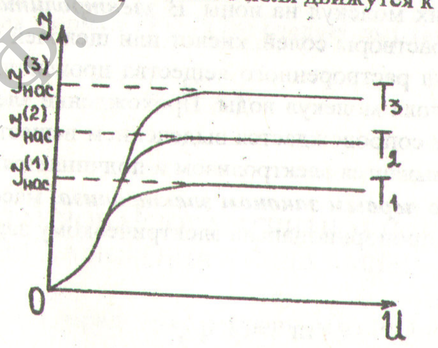


Рис.15

На рис.15 представлены вольт - амперные характеристики вакуумного диода при различных температурах катода, удовлетворяющих неравенству $T_1<T_2<T_3$. При больших анодных напряжениях возникает насыщение тока, обусловленное тем, что все испускаемые катодом электроны достигают анода. Плотность тока насыщения возрастает при нагревании катода в соответствии с ***формулой Ричардсона - Дешмена***

$$j_{нас.} = AT^2 \exp\left(-\frac{\Phi}{kT}\right), \qquad (74)$$

где A - некоторая постоянная, зависящая от рода металла, Φ - работа выхода электрона из металла, k - постоянная Больцмана, T - абсолютная температура катода. При небольших напряжениях, вдали от тока насыщения, зависимость тока от напряжения подчиняется ***закону Богуславского - Ленгмюра***, или закону "трёх вторых":

$$I = BU^{\frac{3}{2}}, \qquad (75)$$

где B - некоторая константа, определяемая геометрическими характеристиками диода. Нелинейная зависимость между током и напряжением и, следовательно, невыполнение закона Ома объясняются наличием пространственного заряда вблизи катода.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЖИДКОСТЯХ. ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОЛИЗА ФАРАДЕЯ

Электрический ток в жидкостях возможен благодаря диссоциации, то есть распаду их молекул на ионы. В ***электролитах***, которые представляют собой растворы солей, кислот или щелочей в воде, такая диссоциация молекул растворенного вещества происходит под действием электрического поля молекул воды. Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением вещества на электродах. Этот процесс называется электролизом и подчиняется законам Фарадея. В соответствии с ***первым законом электролиза***, масса выделившегося вещества прямо пропорциональна электрическому заряду, прошедшему через раствор:

$$m = kq \,, \tag{76}$$

где k - электрохимический эквивалент. ***Второй закон электролиза*** состоит в том, что электрохимический эквивалент вещества пропорционален его химическому эквиваленту, то есть отношению атомной массы вещества M к валентности Z:

$$k = \frac{1}{F}\frac{M}{Z} \,, \tag{77}$$

где F - постоянная Фарадея.

Законы электролиза можно объяснить, учитывая атомистическое строение вещества и дискретность электрического заряда. Поскольку каждый ион имеет заряд Ze, то количество выделившихся ионов равно

$$n = \frac{q}{Ze} \,.$$

С другой стороны, количество ионов выделившегося вещества можно представить в виде

$$n = \frac{m}{M} N_A \,,$$

где N_A - число Авогадро. Приравнивая два выражения для n, получаем обобщенный закон электролиза

$$m = \frac{Mq}{ZeN_A} \,. \tag{78}$$

Из сравнения формул (76) - (78) следует выражение для постоянной Фарадея

$$F = N_A e \,.$$

СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. СИЛА ЛОРЕНЦА И СИЛА АМПЕРА

На движущийся заряд q со стороны магнитного поля действует ***сила Лоренца***

$$\vec{F} = q\left[\vec{v}\,\vec{B}\right] , \tag{79}$$

где $\vec{v}$ - скорость движения заряда, $\vec{B}$ - вектор индукции магнитного поля, являющийся силовой характеристикой этого поля. Модуль силы Лоренца равен

$$F_Л = qvB\sin\alpha \,, \tag{80}$$

где α - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Направление силы Лоренца таково, что она образует правую тройку векторов с векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$ в случае движения положительного заряда. При движении отрицательно заряженной частицы сила Лоренца образует левую тройку векторов с векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Например, на рис.16 сила Лоренца направлена к нам перпендикулярно плоскости рисунка.

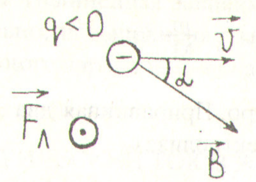


Рис.16.

Сила, действующая со стороны магнитного поля на элемент тока, называется ***силой Ампера***, и может быть записана в виде

$$d\vec{F} = \left[\vec{j}\,\vec{B}\right] dV, \tag{81}$$

где $\vec{j}$ - вектор плотности тока, dV - рассматриваемый элемент объема проводника. Для перехода от объемных токов к линейным, текущим по очень тонким проводникам, необходимо произвести замену в выражении для силы Ампера $\vec{j}dV \to Id\vec{l}$, где I - сила тока, $d\vec{l}$ - элемент проводника. Значит, сила Ампера, действующая на линейный проводник с током, равна

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\,\vec{B}\right] \tag{82}$$

ЗАКОН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТОКА

Закон взаимодействия элементов тока играет в магнетизме такую же роль, как закон Кулона в электростатике.

Этот закон формулируется в следующем виде

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\left[I_2 d\vec{l}_2\left[I_1 d\vec{l}_1 \vec{r}_{12}\right]\right]}{r_{12}^3}, \tag{83}$$

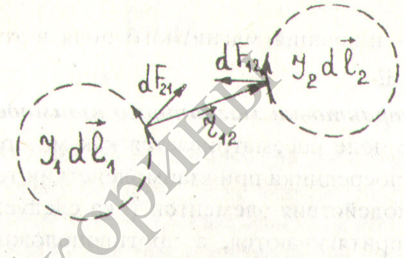


Рис.17.

Здесь $d\vec{F}_{12}$ - сила, с которой элемент тока $I_1 d\vec{l}_1$ действует на элемент тока $I_2 d\vec{l}_2$, $\vec{r}_{12}$ - радиус-вектор, проведенный от первого элемента тока ко второму, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{7}\ \text{Н}/\text{А}^2$ - магнитная постоянная, связанная с ε_0 соотношением

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}, \tag{84}$$

где $c = 3\cdot 10^8\ \text{м}/\text{с}$ - скорость света в вакууме. Сила, с которой второй элемент тока действует на первый, определяется аналогичным выражением, но с заменой индексов $1 \leftrightarrow 2$. Этот закон взаимодействия элементов тока называется ***законом Био - Савара - Лапласа-Ампера***. Взаимодействию токов может быть дана полевая трактовка, при этом магнитное взаимодействие можно представить в виде двух стадий:

1) элемент тока $I_1 d\vec{l}_1$ создает в окружающем пространстве магнитное поле с индукцией

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\left[I_1 d\vec{l}_1 \vec{r}_{12}\right]}{r_{12}^3}, \tag{85}$$

где $\vec{r}_{12}$ - радиус-вектор, проведенный от элемента тока $I_1 d\vec{l}_1$ в точку пространства, где определяется магнитное поле.

2) на элемент тока $I_2 d\vec{l}_2$ со стороны магнитного поля действует сила Ампера

$$d\vec{F} = \left[I_2 d\vec{l}_2 d\vec{B}_{12}\right], \tag{86}$$

где dB_{12} - индукция магнитного поля в точке нахождения элемента тока $I_2 dl_2$.

Сущность полевой трактовки магнитного взаимодействия состоит в том, что магнитное поле рассматривается как материальный объект, который играет роль посредника при взаимодействии токов.

Из закона взаимодействия элементов тока следует, что одинаково направленные токи притягиваются, а противоположно направленные токи отталкиваются.

С помощью закона Био - Савара - Лапласа (85) можно вычислить индукцию магнитного поля прямого бесконечного проводника с током:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{87}$$

здесь I - сила тока, r - расстояние от проводника до точки пространства, в которой определяется магнитное поле. Силовые линии магнитного поля имеют вид концентрических окружностей, центр которых лежит на оси проводника. Вектор $\vec{B}$ образует с направлением тока правовинтовую систему (рис.18).

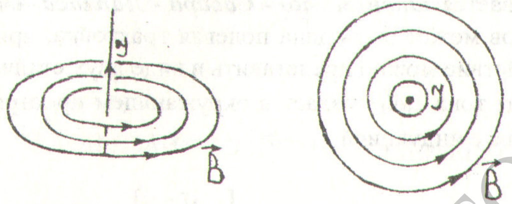


Рис.18.

ЗАКОН ПОЛНОГО ТОКА

Закон полного тока можно сформулировать в следующем виде:

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I \tag{88}$$

то есть циркуляция вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру (L) не зависит от формы контура и определяется суммарным током I, охватываемым контуром. Полный ток I равен алгебраической сумме токов, проходящих внутри контура

$$I = \sum_K (\pm) I_K .$$

При этом сила тока I_K берется со знаком "+", если направление обхода контура и направление тока связаны правилом правого винта, и со знаком "-" в противоположном случае. Например, для случая, показанного на рис.19, имеем

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 - I_3 + I_6 + I_8).$$

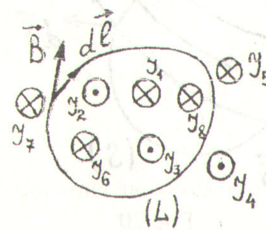


Рис.19.

Закон полного тока можно записать также в дифференциальной форме

$$\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}, \tag{89}$$

где $\vec{j}$ - вектор плотности тока.

Из соотношений (88) и (89) следует, что вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$ циркулирует вокруг электрических токов.

ВИХРЕВОЙ ХАРАКТЕР МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для индукции магнитного поля $\vec{B}$ справедливо соотношение

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0, \qquad (90)$$

которое означает, что магнитное поле имеет вихревой характер, то есть силовые линии магнитного поля являются замкнутыми, они не имеют ни начала, ни конца.

Соотношение (90) можно записать также в интегральной форме:

$$\int\limits_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = 0 \qquad (91)$$

Отсюда следует, что поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность (S) равен нулю (см.рис.20).

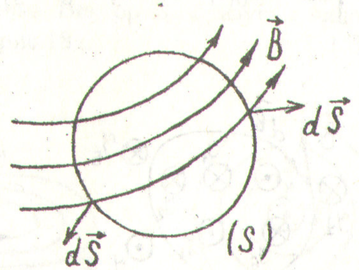


Рис.20.

Таким образом, между электростатическим и магнитным полями существует важное различие. Силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на электрических зарядах. Как показывают физические эксперименты, в природе не существует магнитных зарядов, которые являлись бы источниками магнитного поля. Магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами, и линии индукции $\vec{B}$ циркулируют вокруг электрических токов. Соотношения (90) и (91) называются ***условием соленоидальности магнитного поля***.

Магнитное поле можно характеризовать с помощью ***векторного потенциала*** $\vec{A}$, введенного в рассмотрение следующим образом:

$$\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}. \qquad (92)$$

Векторный потенциал является неоднозначной величиной, определяемой с точностью до градиента произвольной функции. Для устранения неоднозначности векторного потенциала магнитного поля используется дополнительное ***условие калибровки***

$$\mathrm{div}\vec{A} = 0. \qquad (93)$$

Векторный потенциал магнитного поля, создаваемого объемным током, можно определить по формуле

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{(V)}\frac{\vec{j}}{r}dV, \qquad (94)$$

где интегрирование производится по всей области (V), в которой существует электрический ток, радиус-вектор $\vec{r}$ проведен от элементарного объема dV в точку, в которой определяется векторный потенциал. Векторный потенциал магнитного поля в случае линейного тока имеет вид

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\limits_{(L)}\frac{Id\vec{l}}{r}, \qquad (95)$$

где контуром интегрирования является замкнутый линейный ток.

ПОЛЕ И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ТОКА

Магнитным моментом элементарного кругового тока называется вектор

$$\vec{m} = I\vec{S}, \qquad (96)$$

где I - сила тока, модуль вектора $\vec{S}$ равен площади контура, обтекаемого током, а направление вектора $\vec{S}$ связано с направлением тока правилом правого винта. Элементарный магнитный момент играет в магнетизме такую же роль, как электрический дипольный момент $\vec{p} = q\vec{l}$ в электричестве (см.рис.21).

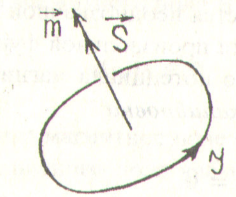


Рис.21.

Векторный потенциал и индукцию магнитного поля, создаваемого элементарным током, можно определить по формулам

$$\vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{m}\vec{r}]}{r^3}; \qquad \vec{B}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\frac{3(\vec{m}\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3}\right\}. \tag{97}$$

Из соотношения (97) следует

$$A_m \sim \frac{1}{r^2}, \quad B_m \sim \frac{1}{r^3},$$

то есть магнитное поле кругового тока убывает с увеличением расстояния быстрее, чем поле линейного элемента тока. Так происходит потому, что любой замкнутый ток можно разбить на пары противоположно направленных линейных элементов тока. Эти линейные элементы создают в окружающем пространстве магнитные поля, которые частично компенсируют друг друга. В результате суммарное магнитное поле уменьшается быстрее при удалении от кругового тока, чем поле одного линейного элемента тока.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ПРИСУТСТВИИ МАГНЕТИКОВ

Магнетиками называются вещества, которые при внесении во внешнее магнитное поле сами становятся источниками магнитного по-

ля, то есть намагничиваются. Состояние магнетиков характеризуется ***вектором намагниченности***

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{m}_i, \tag{98}$$

который равен объемной плотности магнитного момента (суммирование производится по магнитным моментам $\vec{m}_i$ всех атомов в пределах физически бесконечно малого объема ΔV). Вектор намагниченности аналогичен вектору поляризации диэлектриков $\vec{P}$ (см. формулу 22).

Все токи, существующие в магнетике, можно разбить на два вида:

1) свободные токи (сторонние токи, токи проводимости);

2) связанные токи (собственные, молекулярные токи).

При этом справедливы выражения

$$\vec{j}_{связ.} = \mathrm{rot}\vec{M}; \tag{99}$$

$$\vec{j}_{своб.} = \mathrm{rot}\vec{H}; \tag{100}$$

или в интегральной форме

$$\oint_{(L)} \vec{M}d\vec{l} = I_{связ.}; \tag{101}$$

$$\oint_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = I_{своб.}; \tag{102}$$

где

$$I_{связ.} = \int_{(S)} \vec{j}_{связ.} d\vec{S},$$

$$I_{своб.} = \int_{(S)} \vec{j}_{своб.} d\vec{S}$$

-полный связанный и свободный токи, протекающие сквозь площадку S, ограниченную замкнутым контуром L.
Из соотношений (99) и (101) следует, что вектор намагниченности циркулирует вокруг связанных токов (см.рис.22)

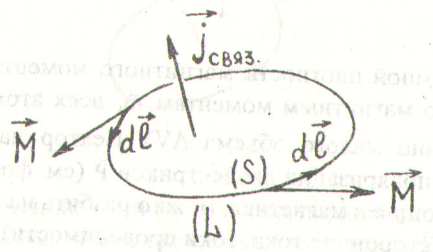


Рис.22.

Вектор

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad (103)$$

называется ***вектором напряженности магнитного поля*** и характеризует не только свойства поля, но и свойства магнетика, в котором существует это поле. Соотношения (100) и (102) показывают, что вектор напряженности $\vec{H}$ циркулирует вокруг свободных токов (см.рис.23).

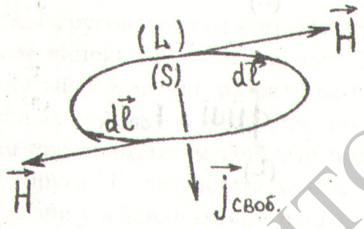


Рис.23.

Векторы индукции, напряженности и намагниченности связаны соотношениями

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}\ , \qquad \vec{M} = \chi \vec{H}, \qquad (104)$$

где χ - магнитная восприимчивость, $\mu_r = 1+\chi$ - относительная магнитная проницаемость вещества. Величина μ_r показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в среде возрастает по сравнению с вакуумом.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ВЕКТОРОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Эти условия показывают, как изменяются векторы, характеризующие магнитное поле, при переходе через границу раздела магнетиков. Граничные условия имеют следующий вид:

$$M_{2\tau} - M_{1\tau} = i_{\text{связ.пов.}}\ ; \qquad (105)$$

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_{\text{своб.пов.}}\ ; \qquad (106)$$

$$B_{2n} = B_{1n}\ . \qquad (107)$$

Здесь индексами τ и n обозначены компоненты векторов, тангенциальные и нормальные относительно границы раздела, $i_{\text{связ.пов.}}$ и $i_{\text{своб.пов.}}$ - сила связанного и свободного поверхностного тока, приходящегося на единицу длины границы раздела.

Соотношение (105) показывает, что изменение тангенциальной составляющей вектора намагниченности на границе раздела двух сред равно линейной плотности поверхностных связанных токов, существующих на поверхности раздела. Из граничного условия (106) следует, что наличие свободных токов приводит к скачку тангенциальной составляющей вектора напряженности на границе раздела. В соответствии с условием (107), нормальная составляющая вектора индукции магнитного поля не изменяется при переходе через границу раздела двух сред, независимо от наличия каких-либо токов на поверхности раздела. Если на границе двух сред свободные токи отсутствуют, то вектор индукции преломляется и отклоняется от перпендикуляра к границе раздела при переходе в среду с большим значением магнитной проницаемости. Поскольку вектор индукции является силовой характеристикой магнитного поля, то на границе двух сред он ведет себя аналогично вектору напряженности электрического поля.

КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНЕТИКОВ

Магнетики делятся на диа- , пара- и ферромагнетики.

1. Молекулы ***диамагнетиков*** не имеют магнитных моментов в отсутствие внешнего магнитного поля. При внесении диамагнетиков в магнитное поле его молекулы приобретают магнитные моменты, направленные противоположно напряженности поля. Следовательно, для диамагнетиков $\chi<0$, $\mu_r<1$, и они ослабляют внешнее поле, хотя и очень незначительно. Модуль магнитной восприимчивости очень мал ($\chi\sim10^{-5}$), при этом χ не зависит от температуры. Диамагнетизм свойственен всем веществам и является следствием ларморовой процессии атомов во внешнем магнитном поле.
2. Молекулы ***парамагнетиков*** обладают магнитными моментами даже в отсутствие внешнего магнитного поля, однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы хаотически. При помещении парамагнетика в магнитное поле магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию вдоль вектора напряженности $\vec{H}$. Следовательно, для парамагнетиков $\chi>0$, $\mu_r>1$, и они незначительно усиливают внешнее магнитное поле. Парамагнитная восприимчивость имеет порядок $\chi\sim10^{-3}$ и обратную зависимость от температуры.
3. Свойства ***ферромагнетиков*** обусловлены взаимодействием собственных магнитных моментов (спинов), приводящим к образованию доменной структуры. Для ферромагнетиков $\chi>0$, $\mu_r\sim10^3\div10^4$, при этом χ и μ зависят от напряженности поля H и от предыстории намагничивания. По своим свойствам ферромагнетики аналогичны сегнетоэлектрикам в электрических полях.

ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Данное явление состоит в возникновении электрического поля при изменении магнитного поля с течением времени. Это электрическое поле можно обнаружить с помощью замкнутого проводника, в котором

возникает электродвижущая сила и следовательно, электрический ток, при изменении потока магнитной индукции сквозь поверхность, охватываемую контуром. ***Закон электромагнитной индукции Фарадея*** имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{\text{инд.}} = -\frac{d\Phi}{dt}, \tag{108}$$

где

$$\varepsilon_{\text{инд.}} = \oint\limits_{(L)} \vec{E}d\vec{l}$$

-э.д.с. индукции, возникающая в замкнутом контуре (L), $\vec{E}$ - напряженность порождаемого электрического поля,

$$\Phi = \int\limits_{(S)} \vec{B}d\vec{S}$$

-магнитный поток сквозь поверхность (S), ограниченную контуром (L). Знак "-" отражает ***правило Ленца***: индукционный ток направлен таким образом, что создаваемое им магнитное поле стремится компенсировать изменение внешнего магнитного потока, породившее данный индукционный ток. Направления индукционного тока и вектора $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ связаны правилом левого винта (см.рис.24)

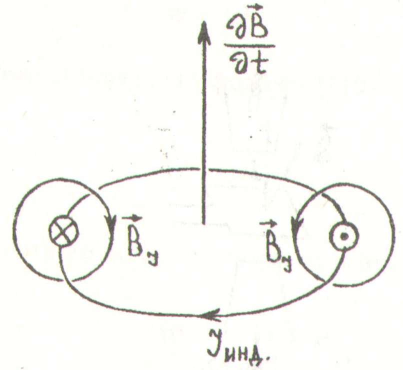


Рис.24

При таком направлении индукционного тока создаваемое им магнитное поле $\vec{B}_I$, пронизывающее контур, противоположно по направлению вектору $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Закон электромагнитной индукции можно записать также в дифференциальной форме:

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \qquad (109)$$

Отсюда следует, что $\mathrm{rot}\vec{E} \neq 0$, то есть индукционное поле, в отличие от электростатического, порождаемого неподвижными электрическими зарядами, не является потенциальным. Силовые линии индукционного электрического поля являются замкнутыми, и поле называется ***вихревым.*** Работа такого поля при перемещении заряда по замкнутому контуру не равна нулю. Напротив, силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на электрических зарядах, и работа электростатического поля при перемещении заряда по любому замкнутому контуру равна нулю.

Закон электромагнитной индукции является всеобщим фундаментальным законом природы, устанавливающим связь между электрическим и магнитным полями. Явление электромагнитной индукции лежит в основе принципа действия ***генератора переменного тока***.

В генераторе рамка, имеющая площадь S и активное сопротивление R, помещается между полюсами магнита, создающего поле с индукцией $\vec{B}$ (см.рис.25).

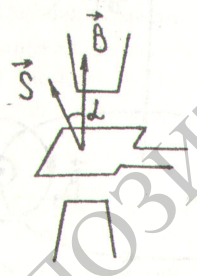


Рис.25.

Магнитный поток, пронизывающий рамку, равен

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS\cos\alpha .$$

При вращении магнитов (или рамки) с постоянной угловой скоростью ω в рамке возникает переменный электрический ток, имеющий частоту ω

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{BS\omega}{R}\sin\omega t .$$

Переменный ток передается потребителю и находит широкое применение в промышленном производстве, быту, на транспорте и в других сферах жизни и деятельности человека.

ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Энергия магнитного поля, создаваемого элементарным током I, равна

$$W = \frac{1}{2}LI^2, \qquad (110)$$

где L - ***индуктивность*** контура, зависящая от геометрических характеристик этого контура. Величина L связывает между собой силу тока I в контуре и поток магнитного поля этого тока, охваченной контуром:

$$\Phi = LI. \qquad (111)$$

Учитывая соотношение (111), формулу (110) можно записать в виде:

$$W = \frac{1}{2}\Phi I = \frac{\Phi^2}{2L}. \qquad (112)$$

Энергию магнитного поля можно представить также следующим образом:

$$W = \frac{1}{2}\int_{(v)}\vec{H}\vec{B}dV, \qquad (113)$$

где интегрирование производится по всей области существования магнитного поля (V). Следовательно, можно считать, что энергия магнитного поля распределена в пространстве с объемной плотностью

$$w = \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B}. \qquad (114)$$

Такое рассмотрение согласуется с полевой трактовкой магнитного взаимодействия, в соответствии с которой магнитное поле является материальным объектом и следовательно, должно обладать энергией.

ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ

Явление самоиндукции состоит в возникновении в контуре электродвижущей силы

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad (115)$$

при изменении силы тока I в этом контуре. Возникающая э.д.с. препятствует изменению силы тока, порождающему э.д.с. Из-за явления самоиндукции любые изменения тока в цепи, обладающей индуктивностью, происходят постепенно.

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Сила действует на магнитный момент (элементарный замкнутый ток) только в *неоднородном* поле, и эта сила имеет следующий вид

$$\vec{F} = \vec{a}\left(\vec{m}\frac{\partial \vec{B}}{\partial x}\right) + \vec{b}\left(\vec{m}\frac{\partial \vec{B}}{\partial y}\right) + \vec{c}\left(\vec{m}\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}\right) \qquad (116)$$

где $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ - орты системы координат. Если магнитное поле является однородным, то силы, действующие на различные элементы замкнутого тока, взаимно компенсируются, и полная сила обращается в нуль.

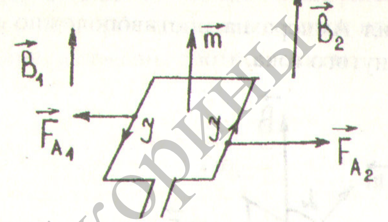


Рис.26.

На рис.26 показана рамка с током I, помещенная в неоднородное магнитное поле ($B_2 > B_1$). Магнитный момент данного тока совпадает по направлению с вектором индукции магнитного поля. На каждый линейный элемент тока действует сила Ампера, причем равнодействующая всех сил направлена в область более сильного магнитного поля ($F_{A2} > F_{A1}$). Если магнитный момент кругового тока противоположен по направлению вектору индукции магнитного поля, то равнодействующая всех сил Ампера направлена в область менее сильного магнитного поля. Поэтому можно сделать вывод, что пара- и ферромагнетики втягиваются в область более сильного магнитного поля, а диамагнетики выталкиваются из этой области. Сила, действующая на любой физически бесконечно малый объем магнетика dV, равна

$$d\vec{F} = \frac{1}{2}\frac{\mu-\mu_0}{\mu\mu_0}\,\mathrm{grad}\left(B^2\right)dV. \qquad (117)$$

Эта сила направлена в сторону возрастания поля в случае $\mu > \mu_0$ и в сторону убывания поля при $\mu < \mu_0$.

Кроме силы, на элементарный замкнутый ток в магнитном поле действует также ***вращательный момент сил***, который можно записать следующим образом:

$$\vec{M} = \left[\vec{m}\vec{B}\right]. \qquad (118)$$

Модуль вращательного момента равен (см.рис.27)

$$M = mB\sin\alpha, \qquad (119)$$

где α - угол между векторами $\vec{m}$ и $\vec{B}$. Этот вращательный момент обусловлен действием сил Ампера на противоположно направленные линейные элементы замкнутого тока.

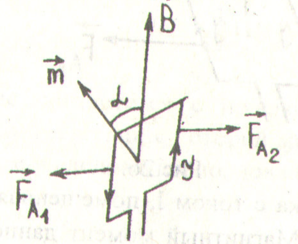


Рис.27.

Как следует из рис.27 и формулы (119), вектор магнитного момента $\vec{m}$ стремится занять такое положение, при котором он совпадает по направлению с вектором индукции магнитного поля $\vec{B}$. В этом положении ***потенциальная энергия магнитного момента*** во внешнем поле

$$W = -\vec{m}\vec{B} = -mB\cos\alpha \qquad (120)$$

принимает минимальное значение $W_{min} = -mB$, и вращательный момент обращается в нуль.

СПИН ЭЛЕКТРОНА

Электрон вследствие кругового движения в атоме обладает ***орбитальным механическим моментом импульса***

$$\vec{L} = m_e r^2 \vec{\omega} \qquad (121)$$

и ***орбитальным магнитным моментом***

$$\vec{m} = \frac{er^2}{2}\vec{\omega}, \qquad (122)$$

где m_e - масса электрона, $e < 0$ - его заряд, r - радиус орбиты электрона, $\vec{\omega}$ - угловая скорость движения электрона в атоме. Как следует из формул (121) и (122), орбитальные моменты противоположны друг другу по направлению и связаны соотношением

$$\vec{m} = \frac{e}{2m_e}\vec{L}. \qquad (123)$$

Экспериментальные исследования показывают, что кроме орбитальных моментов у электронов есть также ***собственный механический момент (спин)*** $\vec{L}_0$ и ***собственный магнитный момент*** $\vec{m}_0$. Эти собственные моменты удовлетворяют соотношению

$$\vec{m}_0 = \frac{e}{m_e}\vec{L}_0, \qquad (124)$$

которое отличается от (123) отсутствием множителя $\frac{1}{2}$. Эта особенность формулы (124) свидетельствует о том, что собственные моменты электрона нельзя рассматривать как результат вращения электрона вокруг собственной оси. Следовательно, при изучении объектов микромира приходится отказываться от наглядных классических представлений. Собственные моменты электрона, так же как заряд и масса, характеризуют свойства электрона.

Для атомов справедлива формула

$$m = g\frac{e}{2m_e}L, \qquad (125)$$

где L - модуль механического момента атома, m - проекция магнитного момента атома на направление механического момента. Величина g называется гиромагнитным отношением. Для орбитального движения электрона g=1, для собственных моментов g=2, при этих значениях g из формулы (125) следуют соотношения (123) и (124). Поскольку полные моменты атома складываются из орбитальных и собственных моментов, то для атома выполняется неравенство $1 \le g \le 2$. Измерения показали, что для ферромагнетиков g=2, то есть свойства ферромагнетиков обусловлены взаимодействием собственных магнитных моментов электронов.

ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Связь между переменным током и напряжением в цепи, содержащей активное сопротивление, конденсатор и катушку, можно записать в виде:

$$U = IZ. \tag{126}$$

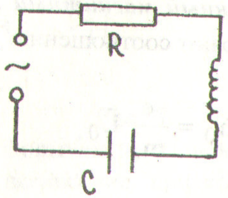


Рис.28.

Здесь

$$Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{127}$$

-комплексная величина, которая играет роль сопротивления цепи, зависящего от активного сопротивления R, емкости C, индуктивности L и частоты тока ω. Величина Z называется ***импедансом*** цепи. Ток и напряжения на различных участках цепи можно изобразить графически, с помощью векторной диаграммы

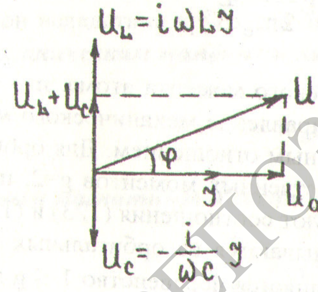


Рис.29

где U_a, U_L и U_C - падения напряжения на активном сопротивлении, катушке и конденсаторе, U - полное падение напряжения в цепи. Как показывает диаграмма, напряжение на конденсаторе отстает от силы тока по фазе на $\frac{\pi}{2}$. Так происходит потому, что напряжение на конденсаторе пропорционально его заряду, то есть определяется значениями силы тока во все предшествующие моменты времени. Напряжение на катушке, напротив, опережает силу тока по фазе на $\frac{\pi}{2}$, что объясняется явлением самоиндукции. Полное напряжение в цепи может как опережать, так и отставать от тока по фазе, в зависимости от параметров цепи и частоты тока.

Из закона Ома (126) следует выражение для амплитуды силы тока и сдвига фаз между током и напряжением в цепи:

$$|I| = \frac{|U|}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \tag{128}$$

Графики зависимости величин $|I|$ и φ от частоты тока показаны на рис.30 и 31.

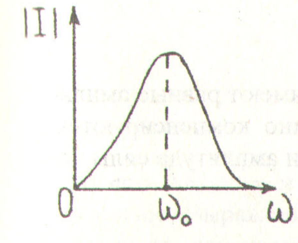


Рис.30

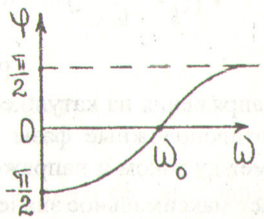


Рис.31

Если частота тока стремится к нулю, то сила тока становится очень малой, поскольку постоянный ток не может существовать в цепи, содержащей конденсатор. Сдвиг фаз между током и напряжением в этом случае приближается к значению $-\frac{\pi}{2}$, так как падение напряжения в цепи происходит в основном на конденсаторе. Когда частота тока принимает очень большие значения, сила тока также стремится к нулю, теперь уже из-за явления самоиндукции. Сдвиг фаз между током и напряжением близок к значению $\frac{\pi}{2}$, поскольку падение напряжения в цепи сосредоточено в основном на катушке.

Если частота тока равна частоте собственных колебаний контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad (129)$$

то в цепи имеет место резонанс напряжений. Векторная диаграмма в резонансном случае показана на рис.32.

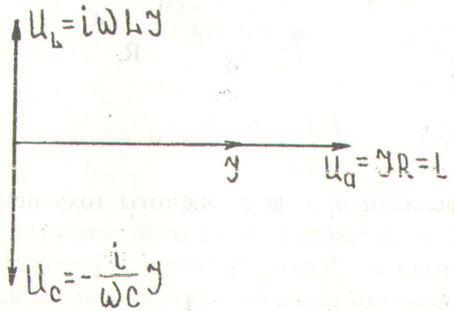


Рис.32

При этом напряжения на катушке и конденсаторе имеют равные амплитуды и противоположные фазы и поэтому взаимно компенсируются. Сдвиг фаз между током и напряжением $\varphi(\omega_0) = 0$, и амплитуда силы тока принимает максимальное значение

$$|I|(\omega_0) = |I|_{max} = \frac{|U|}{R}.$$

Следовательно, цепь на резонансной частоте ведет себя как цепь, содержащая только активное сопротивление.

МОЩНОСТЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Мощность, развиваемая переменным электрическим током

$$I = I_0 \sin\omega t \qquad (130)$$

на катушке, характеризуемой индуктивностью L, можно представить в виде

$$P_L = LI\frac{dI}{dt} = \frac{dW_M}{dt}, \qquad (131)$$

где W_M - энергия магнитного поля катушки с током (110). Формула (131) показывает, что мощность, развиваемая током на катушке, равна скорости изменения энергии магнитного поля тока. Аналогично можно показать, что мощность, развиваемая переменным током на конденсаторе, характеризуемом емкостью C, равна скорости изменения энергии электрического поля конденсатора

$$P_C = I\frac{Q}{C} = \frac{dW_{эл.}}{dt}. \qquad (132)$$

Из формул (131) и (132) следует

$$P_L = \frac{1}{2} I_0^2 \omega L \sin 2\omega t; \qquad (133)$$

$$P_C = -\frac{1}{2}\frac{I_0^2}{\omega C}\sin 2\omega t, \qquad (134)$$

то есть катушка и конденсатор периодически накапливают и теряют энергию. Выражения (133) и (134) имеют противоположные знаки. Это означает, что увеличение энергии магнитного поля катушки, которое имеет место при возрастании силы тока в цепи, происходит одновременно с уменьшением энергии электрического поля конденсатора, и наоборот. Таким образом, прохождение переменного электрического тока в цепи сопровождается обменом энергией между электрическим полем конденсатора и магнитным полем катушки. Средняя мощность, развиваемая переменным током на катушке и конденсаторе за каждую половину периода изменения тока, равна нулю:

$$\langle P_L \rangle_t = \langle P_C \rangle_t = 0. \tag{135}$$

Поскольку конденсатор и катушка периодически накапливают энергию и возвращают её обратно, они называются ***реактивными элементами цепи.*** В отличие от выражения (135), средняя мощность, развиваемая переменным током на ***активном сопротивлении*** R, не равна нулю и может быть представлена в виде

$$\langle P_R \rangle_t = \frac{1}{2} I_0^2 R = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos\varphi. \tag{136}$$

Здесь I_0 и U_0 - амплитуды силы тока и напряжения, φ - сдвиг фаз между током и напряжением, множитель $\frac{1}{2}$ является результатом усреднения мощности по времени. Если ввести в рассмотрение ***эффективные, или действующие значения силы тока и напряжения***

$$I_{эфф.} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{эфф.} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \tag{137}$$

то выражение (136) можно записать следующим образом:

$$\langle P_R \rangle_t = I_{эфф.} U_{эфф.} \cos\varphi. \tag{138}$$

Все электроизмерительные приборы в цепи переменного тока градуируются именно на действующие значения силы тока и напряжения.

Множитель cosφ, называемый ***коэффициентом мощности***, показывает, насколько эффективно производится передача энергии от источника тока к потребителю, характеризуемому активным сопротивлением R. При проектировании линии передачи электроэнергии необходимо подбирать реактивные элементы цепи таким образом, чтобы максимально повысить коэффициент мощности. В этом случае напряжение в цепи перераспределяется и оказывается сосредоточенным в основном на активном сопротивлении. Мощность, развиваемая током на активном

элементе цепи, возрастает, то есть происходит более эффективная передача энергии от источника к потребителю.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Система уравнений Максвелла является обобщением экспериментальных фактов и имеет следующий вид:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \tag{139} \qquad \mathrm{div}\vec{B} = 0, \quad (141)$$

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{140} \qquad \mathrm{div}\vec{D} = \rho, \quad (142)$$

Уравнение (139) показывает, что магнитное поле может порождаться как электрическими токами, так и изменяющимся во времени электрическим полем (токами смещения). Уравнение (140) выражает закон электромагнитной индукции Фарадея и утверждает, что электрическое поле может создаваться изменяющимся во времени магнитным полем. Это электрическое поле называется индукционным и является вихревым. Знак минус в уравнении (140) позволяет определить направление индукционного поля в соответствии с правилом Ленца. Уравнение (141) свидетельствует об отсутствии в природе магнитных зарядов и отражает вихревой характер магнитного поля. Уравнение (142) показывает, что электрическое поле может порождаться также электрическими зарядами (а не только изменяющимся во времени магнитным полем) и выражает закон Кулона в дифференциальной форме. Это электрическое поле, в отличие от вихревого индукционного поля, является потенциальным. Уравнения Максвелла называются полевыми и характеризуют прежде всего свойства электромагнитного поля. Для описания свойств поля в некоторой среде необходимо дополнить уравнения Максвелла ***материальными уравнениями*** (или ***уравнениями связи***), которые в простейшем случае имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}, \tag{143}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ и $\mu = \mu_0 \mu_r$ - диэлектрическая и магнитная проницаемость, σ - проводимость среды.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Из уравнений Максвелла следует, что изменяющееся с течением времени электрическое поле создает магнитное поле. Аналогично изменение во времени магнитного поля приводит к возникновению электрического поля. Таким образом, электрическое и магнитное поля взаимно превращаются и являются неразрывно связанными друг с другом, образуя электромагнитное поле. Поскольку электромагнитное поле является материальным объектом, оно обладает энергией, объемная плотность которой равна

$$w = \frac{1}{2}\left(\vec{D}\vec{E} + \vec{B}\vec{H}\right). \qquad (144)$$

Перенос энергии в пространстве характеризуется ***вектором Умова - Пойнтинга***

$$\vec{S} = \left[\vec{E}\vec{H}\right], \qquad (145)$$

ориентация которого совпадает с направлением переноса энергии. Модуль вектора Умова - Пойнтинга численно равен энергии электромагнитного поля, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению движения энергии. Поэтому вектор Умова - Пойнтинга называется вектором плотности потока энергии. Электромагнитное поле может также совершать работу по перемещению зарядов в пространстве. Объемная плотность мощности, то есть работа, совершаемая полем в единицу времени в единичном объеме пространства, равна

$$Q = \vec{E}\vec{j}, \qquad (146)$$

где $\vec{j}$ - объемная плотность тока. Используя выражения (144) - (146), можно получить закон сохранения энергии электромагнитного поля

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\int\limits_{(\Sigma)} \vec{S}d\vec{\sigma} - P, \qquad (147)$$

где

$$W = \int\limits_{(V)} w dV$$

-полная энергия электромагнитного поля в пределах области (V),

$$P = \int\limits_{(V)} Q dV$$

-полная мощность, развиваемая полем над зарядами в области V. Первое слагаемое в правой части соотношения (147) описывает полный поток энергии через поверхность (Σ), ограничивающую область (V). Закон сохранения энергии (147) показывает, что энергия электромагнитного поля в любой области (V) может измениться либо в результате переноса энергии через границу области, либо в результате совершения полем работы над зарядами в этой области. Знаки минус в правой части соотношения (147) показывают, что при вытекании энергии через границу области, а также при ускорении зарядов полем энергия электромагнитного поля в области (V) уменьшается. Закон сохранения энергии электромагнитного поля можно записать также в дифференциальной форме

$$\mathrm{div}\vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} = -Q, \qquad (148)$$

то есть для физически бесконечно малого объема пространства.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПРИРОДА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

При переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой векторы электромагнитного поля преобразуются по следующему закону:

$$E_x = E_{x'}, \qquad E_y = \frac{E_{y'} + vB_{z'}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad E_z = \frac{E_{z'} - vB_{y'}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

(149)

$$B_x = B_{x'}, \qquad B_y = \frac{B_{y'} - \frac{v}{c^2}E_{z'}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad B_z = \frac{B_{z'} + \frac{v}{c^2}E_{y'}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Здесь $\beta = \frac{v}{c}$, штрихованные величины относятся к системе K', движущейся относительно K со скоростью $\vec{v}$, причем $\vec{v}$ направлена вдоль оси OX (рис.33).

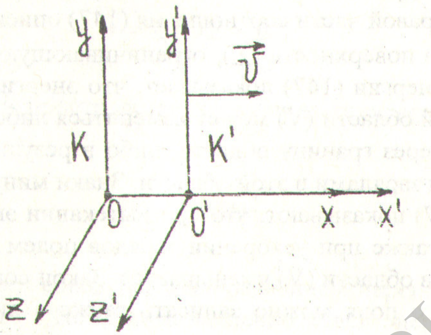


Рис.33

Пусть в системе K' заряды покоятся, тогда $\vec{B}' = 0$, $\vec{E}' \neq 0$. В соответствии с формулами преобразования полей (149) получаем $\vec{B} \neq 0$, $\vec{E} \neq 0$, то есть наблюдатель, находящийся в системе K, зарегистрирует магнитное поле движущихся зарядов. Таким образом, магнитное поле имеет релятивистскую природу, то есть причина существования магнитного поля - относительное движение зарядов и наблюдателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. Москва: Высшая школа, 1983. - 464 с.
2. Калашников С.Г. Электричество. Москва: Наука, 1976. - 616 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики: В 4 т. - Москва: Наука, 1977. - Т. 3.- 688 с.
4. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. Москва: Высшая школа, 1983. - 279 с.
5. Парселл Э. Электричество и магнетизм. Берклеевский курс физики. Москва: Наука, 1975. - Т.2. -440 с.
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. - М.: Мир, 1977. - Т.5. - 302 с.

Учебное издание

Семченко Игорь Валентинович

Основы электромагнетизма

Учебное пособие

Подписано в печать 01.10.98. Формат 60 × 84 1/16. Печать офсетная.

Усл.п.л 4,0 . Уч.-изд. л. 3,4. Тираж 200 экз. Зак. 117 .

Б/4

Отпечатано на ротапринте ГГУ.

Гомель, ул.Советская, 108.