кращает время получения необходимого результата, позволяет наглядно его представить и проанализировать с помощью графических зависимостей.

Литература

1. Ципенюк, Ю.М. Принципы и методы ядерной физики / Ю.М. Ципенюк. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 352 с.

П.В. Сомов (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **В.Ф. Шолох,** канд. физ.-мат. наук, доцент

РАВНА ЛИ НУЛЮ КОВАРИАНТНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ ПОСТОЯННОЙ ВЕЛИЧИНЫ?

Ковариантная производная обобщает понятие производной функции, известной из курса математического анализа, на случай криволинейных систем координат. Однако, несмотря на отмеченное обобщение, мне не удалось найти аналогов для четырёх основных правил вычисления производной, распространяющихся на случай ковариантной производной. Аналоги таких правил, совпадающие с правилами вычисления производной в матанализе, были найдены только для ковариантной производной суммы и ковариантной производной произведения [1]. Отсутствие правила для ковариантной производной частного легко объяснить тем, что операция деления для тензоров, ранг которых $r \geq 1$, не определена. Осталось выяснить имеет ли место правило $C' = 0$, где C – постоянная величина, для ковариантной производной?

Ответ на поставленный вопрос рассмотрим на примере ковариантной производной тензора первого ганга, то есть вектора. Ковариантная производная контравариантной компоненты вектора $\vec{a}(q^i)$ вычисляется по формуле

$$\nabla_i a^j = \frac{\partial a^j}{\partial q^i} + a^k \Gamma^j_{ki}\,, \tag{1}$$

где $q^1; q^2; q^3$ – криволинейные координаты, Γ^j_{ki} – символы Кристоффеля 2-го рода.

Пусть вектор $\vec{a}$, заданный, например, в цилиндрической систему координат имеет вид

$$\vec{a} = 2\vec{e}_\rho + 3\vec{e}_\varphi + 5\vec{e}_z. \tag{2}$$

Заметим, что его контравариантные компоненты выбраны постоянными.

В цилиндрической системе координат $q^1 = \rho; q^2 = \varphi; q^3 = z$ и отличные от нуля символы Кристоффеля 2-го рода равны $\Gamma^1_{22} = -\rho;\ \Gamma^2_{21} = \Gamma^2_{12} = \frac{1}{\rho}$. Найдём ковариантную производную этого вектора. Ковариантная производная вектора является тензором второго ранга. Его компоненты для заданного вектора (2), согласно (1), равны:

$$\nabla_1 a^1 = a^k \Gamma^1_{k1} = 0\ ;\ \nabla_1 a^2 = a^k \Gamma^2_{k1} = \frac{3}{\rho}\ ;\ \nabla_1 a^3 = a^k \Gamma^3_{k1} = 0\ ;$$

$$\nabla_2 a^1 = a^k \Gamma^1_{k2} = a^2 \Gamma^1_{22} = -3\rho\ ;\ \nabla_2 a^2 = a^k \Gamma^2_{k} = a^k \Gamma^2_{12} = \frac{2}{\rho}\ ;$$

$$\nabla_2 a^3 = a^k \Gamma^3_{k2} = 0\ ;\ \nabla_3 a^1 = a^k \Gamma^1_{k3} = 0\ ;\ \nabla_3 a^2 = a^k \Gamma^2_{k3} = 0\ ;$$

$$\nabla_3 a^3 = a^k \Gamma^3_{k3} = 0$$

Следовательно, искомая ковариантная производная вектора $\vec{a}$ с постоянными компонентами.

$$[\nabla_i a^j] = \begin{bmatrix} 0 & 3/\rho & 0 \\ -3\rho & 2/\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq 0$$

В качестве второго примера вычислим ковариантную производную вектора $\vec{\imath}$ – орта декартовой системы координат. В локальном базисе цилиндрической системы координат, построенном в точке $M(\rho; \varphi; z)$,

$$\vec{\imath} = cos\varphi \vec{e}_\rho - sin\varphi \vec{e}_\varphi \qquad (3)$$

В этом случае, повторив вычисления по формуле (1) аналогичные приведенные выше, получаем

$$[\nabla_s i^j] = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{-sin\varphi}{\rho} & 0 \\ (\rho - 1) sin\varphi & \left(\dfrac{1}{\rho} - 1\right) cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq 0$$

Приведенные примеры свидетельствуют, что ковариантная производная постоянного вектора не равна нулю. Такой же вывод можно сделать и для тензоров ранга $r \geq 2$. Отличие от нуля ковариантной производной тензоров ранга $r \geq 1$ обусловлено локальным характером базиса криволинейной системы координат, учёт которого осуществляется слагаемыми содержащими символы Кристоффеля в формуле (1) и аналогичных ей для тензоров более высокого ранга. Таким образом, утверждение, что ковариантная производная постоянной величины равна нулю имеет место только для тензоров нулевого ранга, то есть когда постоянная величина является скаляром.

Литература

1. Димитриенко, Ю.И. Тензорное исчисление: учебное пособие / Ю.И. Димитриенко. – М. : Высш. шк., 2001.-575 с.

К.Л. Стакалюк, В.М. Старченко (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **В.И. Кондратенко,** ст. преподаватель

ГИРОТРОПНАЯ МЕТАСРЕДА

В настоящее время существенный интерес вызывают двумерные и трехмерные структуры с различной симметрией, которые могут быть созданы, например, из отдельных макроскопических элементов. С использованием трехмерных конструкций оболочек резонаторов электромагнитный отклик метаматериала задается во всех трех измерениях, это и есть новый шаг в области метаматериалов ТГц-диапазона и позволяет создавать метаматериалы с исключительно новыми свойствами [1].

При характеристике сред, у которых числовые значения диэлектрической и магнитной проницаемости одинаковы, обычно главное внимание уделяется отсутствию отражения электромагнитных волн на поверхности среды. Также дополнительной причиной для изучения этой проблемы стало создание новых искусственных анизотропных структур – метаматериалов, проявляющих особые свойства, которыми не обладают естественные среды [2].

Научный и практический интерес представляют системы с искусственной анизотропией. Наблюдается направленность к созданию и исследованию метаматериалов для ТГц-диапазона, поскольку в настоящее время техника ТГц-диапазона стремительно развивается. Ассортимент электромагнитных свойств существующих материалов в этом диапазоне мал, но есть материалы с эффективными нелинейными и другими свойствами, широко применяемые в оптическом диапазоне. Поэтому применение подобных материалов особенно востребована в ТГц-диапазоне [3].

В настоящей работе предлагаются результаты экспериментального исследования гиротропной метасреды, образованной совокупностью планарных элементов с анизотропией проводимости. Прохожде-