безотказности используются следующие: вероятность безотказной работы, средняя наработка, гамма-процентная наработка до отказа, средняя остаточная наработка до отказа.

Практическое применение программного инструментария заключается в оптимизации технических решений по обеспечению надежности при проектировании и эксплуатации сложных электрических систем. Результаты исследования позволят: прогнозировать показатели надежности электрооборудования СЭС; установить «узкие места» в обеспечении надежности; разработать мероприятия по повышению эффективности функционирования электрооборудования.

Литература

1. Жаднов, В. В. Современные проблемы автоматизации расчетов надежности / В. В. Жаднов, И. В. Жаднов, С. Н. Полесский // Надежность. – 2007. – № 2 (21). – С. 3–12.

2. Максимей, И. В. Имитационное моделирование на ЭВМ / И. В. Максимей. – М.: Радио и связь, 1988. – 232 с.

3. Сертификация и доказательство безопасности систем железнодорожной автоматики / под ред. Вл. В. Сапожникова. – М. : Транспорт, 1997. – 288 с.

4. Задачи и модели исследования операций. Ч.3. Технология имитации на ЭВМ и принятие решений : учеб. пособие / И. В. Максимей [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 1999. – 150 с.

А.С. Грибовский (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА

Уравнение Шрёдингера является одним из важнейших уравнений физики. Нахождение его аналитического решения во многих случаях является сложной задачей. Одним их методов, способных упростить решение, является операционное исчисление.

В данной статье рассматривается метод решения уравнения Шрёдингера, основанный на преобразовании Лапласа. Данный метод удобен тем, что путем преобразования дифференциальные уравнения второго порядка приводятся к уравнениям первого порядка.

Применить метод можно, например, к уравнению Шрёдингера с кулоновским потенциалом:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{-e^2}{x}-E\right\}\Psi(x)=0. \qquad (1)$$

Решение уравнения (1) можно представить в виде интеграла

$$\Psi(x)=\int_l \psi(t)e^{xt}dt,$$

где $\psi(t)$ – новая искомая функция-изображение, а l – искомый, не зависящий от x путь интегрирования.

Выполнив преобразование, было найдено уравнение для искомого изображения, которое справедливо только при выполнении условия

$$\left[\psi(t)(t^2+\frac{2me^2}{\hbar^2})e^{xt}\right]_l=0.$$

После решения этого уравнения волновая функция представляется в виде интеграла

$$\Psi(x)=C\int_l (t-\alpha_1)^{p-1}(t-\alpha_2)^{q-1}e^{xt}dt, \qquad (2)$$

где C – произвольная постоянная, а контур l должен удовлетворять условию

$$[(t-\alpha_1)^p(t-\alpha_2)^q e^{xt}]_l=0 \qquad (3)$$

В выражениях (2) и (3) были приняты следующие обозначения:

$$\alpha_1=i\sqrt{\frac{2me^2}{\hbar^2}}, \qquad \alpha_2=-i\sqrt{\frac{2me^2}{\hbar^2}},$$

$$p=-i\frac{E}{\hbar e}\sqrt{\frac{m}{2}}, \qquad q=i\frac{E}{\hbar e}\sqrt{\frac{m}{2}}.$$

Контур l выбирается так, чтобы интеграл, входящий в формулу (2), не был тождественно по x равен нулю.

Подынтегральная функция в выражении (2) имеет особые точки $t=\alpha_1$ и $t=\alpha_2$, которые будут точками разветвления, так как p и q – числа не целые. При обходе вокруг точки $t=\alpha_1$ в положительном направлении, подынтегральная функция получит множитель $e^{2i\pi p}$, а при обходе точки $t=\alpha_2$она получит множитель $e^{2i\pi q}$.

Была взята некоторая точка x_0 плоскости, лежащая на конечном расстоянии и отличная от α_1 и α_2, и обозначены через l_1 и l_2 замкнутые контуры, выходящие из x_0 и обходящие вокруг точек α_1 и α_2. Через (l_1,l_2) символически был обозначен контур, который состоит из следующих последовательных обходов: обхода по l_1 в положительном направлении, обхода по l_2 в положительном направлении, обхода по l_1 в отрицательном направлении и обхода по l_2 в отрицательном направлении. Таким образом, окончательно вернувшись в точку x_0 имеется для левой части (3) та же самая ветвь, которая была взята, отправляясь из x_0, и, таким образом, принимая за l контур (l_1, l_2), условие (3) удовлетворяется, и формула (2) дает решение уравнения.

Из точек α_1 и α_2 были проведены разрезы l'_1 и l'_2, параллельные оси $\mathrm{Re}(t)$ и направленные на $-\infty$ (рисунок 1). На плоскости t с проведенными разрезами подынтегральная функция интеграла (2) однозначна. Выбирается та её ветвь, для которой $arg(t-\alpha_1)=0$ при $(t-\alpha_1)>0$, т. е. на продолжении первого разреза, и $arg(t-\alpha_2)=0$ при $(t-\alpha_2)>0$.

Указанные на рисунке 1 контуры выбираются за контуры интегрирования. Получаются, таким образом, два решения уравнения (2):

$$\Psi_1(x) = C_1 \int_{l'_1} (t-\alpha_1)^{p-1}(t-\alpha_2)^{q-1}e^{xt}dt, \tag{4}$$

$$\Psi_2(x) = C_2 \int_{l'_2} (t-\alpha_1)^{p-1}(t-\alpha_2)^{q-1}e^{xt}dt. \tag{5}$$

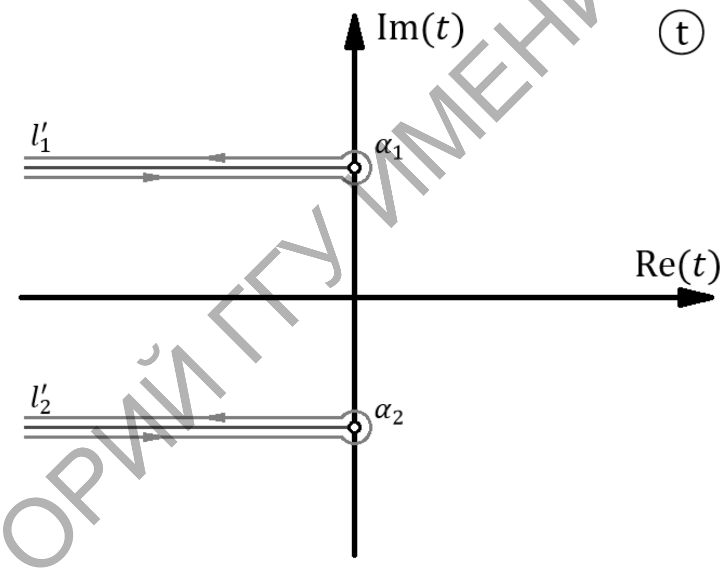

Рисунок 1 – Контуры интегрирования

В случае $p=-q$ для получения регулярного (в начале координат) решения можно брать за контур интегрирования простой контур, выходящий из некоторой точки x_0 и обходящий сначала α_1 в положительном направлении, а затем и α_2 в положительном направлении. При первом обходе подынтегральная функция получит множитель $e^{2i\pi p}$, а при втором – множитель $e^{2i\pi q} = e^{-2i\pi p}$, так что она вернется к исходному значению, и условие (3) будет выполнено. Построенное решение не зависит от выбора точки x_0. Отведя эту точку, не затрагивая точек α_1 и α_2 на $-\infty$, например, по нижнему берегу разреза, идущего в точку α_1 (рисунок 2), обход точки α_1 даст при этом решение $\Psi_1(x)$.

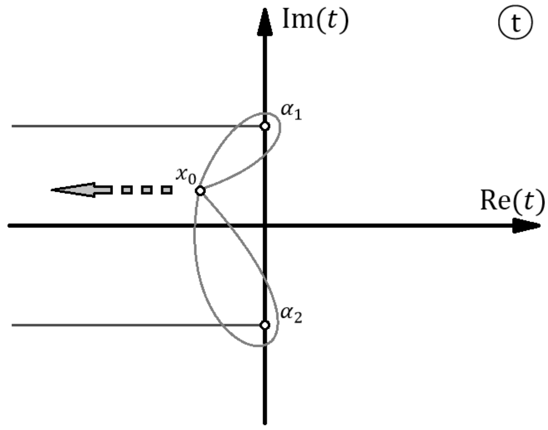

Рисунок 2 – Путь интегрирования

Затем необходимо обойти точку α_2 в положительном направлении. Если бы этот обход был совершен с нижнего берега разреза, идущего в точку α_1, то получилось бы решение $\Psi_2(x)$. Но при переходе на верхний берег разреза, откуда и совершается обход точки $\Psi_2(x)$, подынтегральная функция приобрела множитель $e^{2i\pi p}$, и, следовательно, обход вокруг α_2 в отрицательном направлении даст $e^{2i\pi p}\Psi_2(x)$.Окончательно получается следующее: регулярный интеграл, получаемый интегрированием по контуру, указанному на рисунке 2, выражается через решения (4) и (5) в виде

$$\Psi(x) = \Psi_1(x) + e^{2i\pi p}\Psi_2(x).$$

Приведённым методом решаются и другие уравнения, например, квазипотенциальные уравнения общего вида с хромодинамическим взаимодействием [1].

Литература

1. Дей, Е. Точное решение квазипотенциальных уравнений общего вида с хромодинамическим взаимодействием / Е. Дей, В. Капшай, Н. Скачков.– Дубна: ОИЯИ, 1985. – 19 с.

Л.В. Груздова (УО «МГУ им. А. А. Кулешова», Могилев)
Науч. рук. **И.В. Ивашкевич,** канд. физ.-мат. наук, доцент

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ ДЛЯ ПЛЕНОК ПЕРОВСКИТА НА СТЕКЛЯННЫХ ПОДЛОЖКАХ

В настоящее время большое внимание уделяется получению материалов с наперед заданными свойствами. В связи с этим немаловажное