

Литература

1. Седов, Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М. : Наука, 1973, Т.1. – 536 с.

2. Шабловский, О.Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости / О.Н. Шабловский // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика». Выпуск 5. № 32(249). С. 77–82.

3. Шабловский, О. Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками / О.Н. Шабловский // Энергетика – Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2011. № 5. С. 55–65.

А.А. Шамына (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

АНАЛИЗ МОДЕЛИ ГВГ ОТ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ПОКРЫТОЙ НЕЛИНЕЙНЫМ СЛОЕМ, В ПРИБЛИЖЕНИИ GNLRGD ДЛЯ НАКЛОННО ПАДАЮЩЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Введение. Вот уже около двух десятков лет явление генерации второй гармоники от поверхностей активно исследуется учёными всего мира. В дипольном приближении в центросимметричных средах оно наблюдается только на границах раздела. Это позволяет зондировать поверхности частиц в отсутствии шумового сигнала от их объёма и раствора, в котором они находятся. Такое явление уже было использовано для получения ориентации адсорбированных молекул на поверхности сферических частиц, для исследования транспорта веществ через мембраны липосом, для изучения частиц, обладающих полупроводниковыми свойствами.

Постановка задачи. Введём сферическую, цилиндрическую и декартову системы координат. Пусть Oz направлена вверх, ось Ox вправо, а ось Oy перпендикулярно Ox и Oz . Векторы $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – это единичные орты декартовой системы координат, $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$ – единичные орты цилиндрической системы координат, а $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$ – единичные орты сферической системы координат. Поместим цилиндрическую диэлектрическую частицу радиуса a и высотой h начало координат так, чтобы центр частицы совпадал с началом координат (рисунок 1). Пусть она покрыта тонким слоем оптически нелинейного вещества толщиной

$d_0 \ll a (d_0 \ll h)$. Показатели преломления для волн с циклической частотой ω и 2ω обозначим $n^\omega = \sqrt{\varepsilon^\omega}$ и $n^{2\omega} = \sqrt{\varepsilon^{2\omega}}$ ($\mu^\omega = \mu^{2\omega} = 1$).

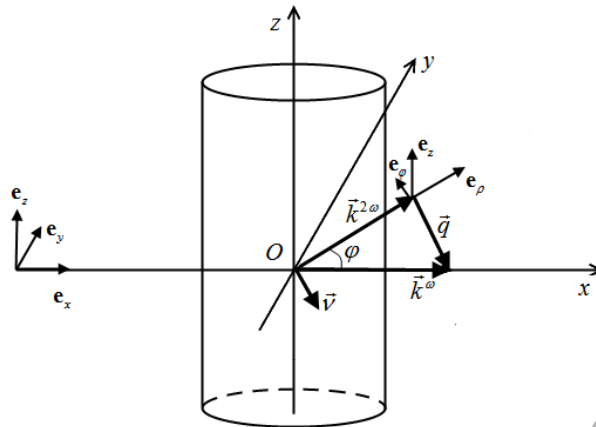


Рисунок 1 – Схема задачи о ГВГ от боковой поверхности цилиндра

Направим падающую плоскую электромагнитную волну вдоль оси Ox . Тогда её уравнение в системе СГС запишется в виде

$$\vec{E}^{in}(\vec{r}) = \vec{e}^{in} E_0 \exp(ik^\omega x \sin \theta_{in} + ik^\omega z \cos \theta_{in} - i\omega t); \quad (1)$$

где
$$\vec{e}^{in} = \frac{-(\cos \theta_{in} \cos \phi + i\sigma \operatorname{tg} \beta \sin \phi) \mathbf{e}_\rho + (\cos \theta_{in} \sin \phi - i\sigma \operatorname{tg} \beta \cos \phi) \mathbf{e}_\varphi + \sin \theta_{in} \mathbf{e}_z}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}$$

характеризует поляризацию падающей волны, E_0 – её амплитуда, $k^\omega = (\omega/c)n^\omega$ – модуль волнового вектора в окружающей среде, θ_{in} – это угол между волновым вектором и положительным направлением оси Oz , $\operatorname{tg} \beta$ – это отношение меньшей оси эллипса поляризации к большей, σ – это поляризация падающей волны (+1 – правая, -1 – левая). Согласно обобщённой модели Рэля-Ганса-Дебая (gNLRGD) [1], не учитывается рассеяние падающей волны на диэлектрической частице, но учитывается дисперсия среды. Модель применима, если показатели преломления частицы и окружающей среды близки по значению, а также показатель дисперсии близок к единице: $\xi = |n^{2\omega}/n^\omega - 1| \ll 1$.

Решение. Используя приближение gNLRGD, запишем нелинейную часть поляризации через поле падающей волны [2]:

$$P_i^{2\omega}(\vec{x}) = \chi_{ijk}(\vec{x}) E_j^{in}(\vec{x}) E_k^{in}(\vec{x}), \quad (2)$$

где $\chi_{ijk}(\vec{x}) = \chi_1 n_i n_j n_k + \chi_2 n_i \delta_{jk} + \chi_3 (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij})$ – это тензор диэлектрической восприимчивости, зависящий от компонент единичного вектора нормали к поверхности n_i и дельта-символа Кронекера δ_{ij} , $E_j^{in}(\vec{x})$ – это

j -я компонента вектора электрической напряженности падающей волны. Тогда поле второй гармоники находится из выражения

$$E_i(\vec{r}) = (2\omega/c)^2 d_0 a E_0^2 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) e_j^{in} e_k^{in} \int_{-h/2}^{h/2} \exp(i\vec{q}_{\parallel} \vec{x}) dz_{\vec{x}} \int_0^{2\pi} \exp(i\vec{q}_{\perp} \vec{x}) \chi_{mjk}(\vec{x}) d\phi_{\vec{x}}. \quad (3)$$

Вычисляя интегралы в (3), получаем явное выражение для $\vec{E}(\vec{r})$:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -2\pi i (2\omega/c)^2 d_0 a h E_0^2 (1 - \mathbf{e}_r \circ \mathbf{e}_r) (\sin(k^{\omega} h \cos \theta_{in}) / (k^{\omega} h \cos \theta_{in})) \vec{f}, \quad (4)$$

$$\vec{f} = \vec{v} \left[(\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v})^2 \Gamma_1^{(J)}(q_{\perp} a) - (\vec{e}^{in} \vec{e}^{in}) \Gamma_2^{(J)}(q_{\perp} a) - (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{e}_{\perp}^{in}) \Gamma_4^{(J)}(q_{\perp} a) \right] - \\ - 2\vec{e}^{in} (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v}) \Gamma_3^{(J)}(q_{\perp} a) - 2\vec{e}_{\perp}^{in} (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v}) \Gamma_4^{(J)}(q_{\perp} a), \quad (5)$$

где

$$\Gamma_1^{(J)}(z) = \chi_1 J_3(z); \Gamma_2^{(J)}(z) = \chi_2 J_1(z); \Gamma_3^{(J)}(z) = \chi_3 J_1(z); \Gamma_4^{(J)}(z) = \frac{\chi_1 (J_1(z) + J_3(z))}{4}, \quad (6)$$

сконструированы с использованием функций Бесселя n -го порядка $J_n(z)$, а вспомогательные величины \vec{e}_{\perp}^{in} , q и \vec{v} вычисляются как

$$\vec{q} = 2\vec{k}^{\omega} - \vec{k}^{2\omega} = \vec{q}_{\perp} + \vec{q}_{\parallel}; \vec{q}_{\perp} = 2k^{\omega} [(\sin \theta_{in} \cos \phi - \xi \sin \theta) \mathbf{e}_{\rho} - \sin \theta_{in} \sin \phi \mathbf{e}_{\phi}]; \\ \vec{q}_{\parallel} = 2k^{\omega} (\cos \theta_{in} - \xi \cos \theta) \mathbf{e}_z; q_{\parallel} = \vec{q}_{\parallel} \mathbf{e}_z; q_{\perp} = |\vec{q}_{\perp}|; \vec{v} = \vec{q} / |\vec{q}|; \vec{e}_{\perp}^{in} = (1 - \mathbf{e}_z \circ \mathbf{e}_z) \vec{e}^{in} \quad (7)$$

и зависят только от волновых векторов падающей и излучённой волны.

Численный анализ. Построим диаграммы направленности (ДН) на основе полученного решения. Показатели преломления взяты для воды ($\omega = 850 i \text{ в } \text{нм}$): $n^{\omega} = 1.33$ и $n^{2\omega} = 1.35$. На рисунке 2 слева направо поочерёдно ДН для коэффициентов анизотропии $(\chi_1 \neq 0, \chi_2 = 0, \chi_3 = 0)$, $(\chi_1 = 0, \chi_2 \neq 0, \chi_3 = 0)$, $(\chi_1 = 0, \chi_2 = 0, \chi_3 \neq 0)$. Остальные параметры генерации: $\theta_{in} = \pi/4$; $\text{tg} \beta = 0.5$; $k^{\omega} h = 0.075\pi$; $k^{\omega} a = 0.1$; $\xi = 0.9$, большая полуось эллипса поляризации лежит в плоскости Oxz .

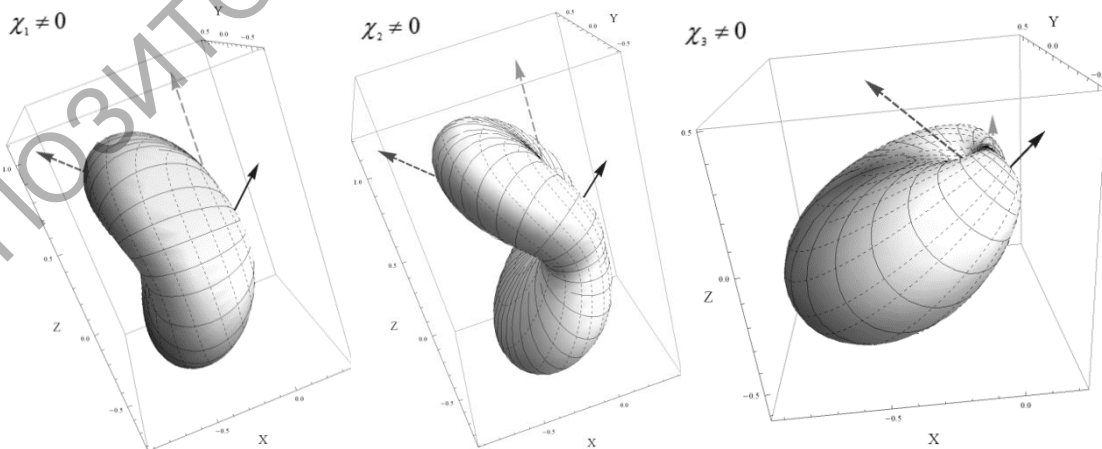


Рисунок 2 – ДН для разных показателей анизотропии

На рисунке 2 можно наблюдать сильную зависимость вида диаграммы направленности от типа анизотропии, который преобладает на цилиндрической поверхности. Для анизотропий $\chi_1 \neq 0$ и $\chi_2 \neq 0$ ДН имеет симметрию относительно плоскостей Oxz и Oxy , а для $\chi_3 \neq 0$ излучение второй гармоники преимущественно направлено противоположно волновому вектору падающей волны и имеет плоскость симметрии Oxy . Причём в первых двух случаях выделяется два главных лепестка излучения, а в третьем – только один лепесток.

Заключение. Приближение gNLRGD позволяет найти явные выражения для пространственного распределения излучения второй гармоники в дальней зоне. При этом на вид диаграммы направленности будет оказывать влияние как размер частицы, так и присущий её поверхности тип анизотропии.

Литература

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, T. Hansson // Physical Review A. – 2010. V. 81. – P. 053850.

2. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики / И. Р. Шен; пер. с англ.; под ред. С. А. Ахманова. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1989. – 558 с.

Г.В. Крох, А.В. Ясько (УО «МГПУ им. И.П. Шамякина», Мозырь)
Науч. рук. **Г.В. Кулак**, д-р физ.-мат. наук, профессор

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ РЕЖИМ ДИФРАКЦИИ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ

В настоящее время значительный интерес для оптических технологий представляют квазибездифракционные световые поля, которые соответствуют световым пучкам с сохраняющимся в процессе распространения поперечным распределением амплитуды поля. Наиболее известным классом квазибездифракционных полей являются бесселевы световые пучки (БСП) [1]. Для изготовления акустооптических (АО) устройств обработки информации (модуляторов, дефлекторов, фильтров, процессоров, датчиков и т. д.) широкое применение находят кристаллы, обладающие хорошими фотоупругими свойствами и гиротропией. К таким кристаллам в первую очередь относятся парателлуриит (TeO_2), теллур (Te), германат и силикат висмута ($Bi_{12}GeO_{20}$, $Bi_{12}SiO_{20}$), кварц ($\alpha-SiO_2$) и др. В связи с этим актуальна задача исследования различных режимов АО взаимодействия БСП в таких кристаллах [2].