

СПЕКТР ВЫХОДНОГО СИГНАЛА ТЕНЕВОГО ПРИБОРА
С ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ

Б. В. Курасов, Ю. А. Черкасский и П. К. Шулъженко

Известно, что теневые методы могут применяться для исследований турбулентных оптических неоднородностей. В работе получено выражение спектра выходного сигнала теневого прибора с фотоэлектрической регистрацией. Приводятся приближенные выражения спектра для случаев гауссовского и колмогоровского спектров однородного изотропного «замороженного» поля неоднородностей; для последнего случая получены оценки спектра сверху и снизу. Полученные результаты могут быть использованы для оценки некоторых характеристик прибора.

В [1] на основе принципов волновой оптики получено уравнение связи спектра выходного сигнала прибора со спектром поля оптических неоднородностей в случае круглого когерентного светового пучка с гауссовским распределением интенсивности.

В данной работе в рамках лучевых представлений рассматривается задача получения спектра выходного сигнала прибора со световым пучком прямоугольного сечения, с равномерным распределением интенсивности по сечению, просматриваемым объемом в форме прямоугольного параллелепипеда и теневой диафрагмой в виде полуплоскости (нож Фуко). Этот вариант прибора заслуживает отдельного рассмотрения. Во-первых, принятая форма просматриваемого объема позволяет проследить влияние на характеристики прибора размеров по трем координатам порознь. Во-вторых, выходной сигнал прибора линейно связан с градиентом показателя преломления в пределах всего динамического диапазона прибора (без учета дифракционных явлений). Последнее позволяет упростить решение задачи; уточнение границ его целесообразного применения будет возможным при сопоставлении с решением на основе волновой оптики, пока отсутствующим в литературе.

Поле показателя преломления исследуемой среды принимается однородным и изотропным. Относительная скорость v перемещения прибора и поля достаточно велика, поэтому распределение показателя преломления $n(x, y, z)$ в пространстве принимается неизменным во времени. На рис. 1 показано относительное положение основных узлов прибора, просматриваемого объема и координатных осей; a_g, b_g — размеры светозадающей диафрагмы, расположенной в передней фокальной плоскости линзы коллиматора L_1 ; a_n, b_n — размеры изображения источника в задней фокальной плоскости приемной линзы L_2 . Между линзами L_1 и L_2 находится просматриваемый объем в форме параллелепипеда. Заштрихованный на рис. 1 нож Фуко расположен в плоскости изображения источника, ось z совмещена с оптической осью прибора.

Анализ работы прибора в рамках геометрической оптики приводит к следующему выражению выходного сигнала при отсутствии взаимных перемещений прибора и поля [2]:

$$I = I_0 + I_{\sim} = I_0 + A \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-c/2}^{c/2} \frac{dn(x, y, z)}{dx} dx dy dz, \quad A = B\tau k b_g / f, \quad (1)$$

где I_0 — постоянная составляющая, не зависящая от флуктуаций показателя преломления; I_{\sim} — флуктуационная составляющая выходного сигнала; B — яркость источника; τ — коэффициент пропускания системы; k — чувствительность фотоприемника; f — фокусное расстояние линзы L_1 .

Равенство (1) справедливо при обычно принимаемом условии малости флуктуаций. Отметим, что кромка ножа перпендикулярна оси x (рис. 1), что определяет выбор составляющей градиента в (1).

Задача заключается в определении спектра сигнала, описываемого вторым слагаемым I_{\sim} в правой части (1) в случае относительного перемещения прибора и поля. Предполагается, что направление вектора скорости v относительного перемещения и оси x совпадают.

В [3] разработана методика получения выходных спектров линейных датчиков, движущихся в однородном изотропном поле. Чтобы воспользо-

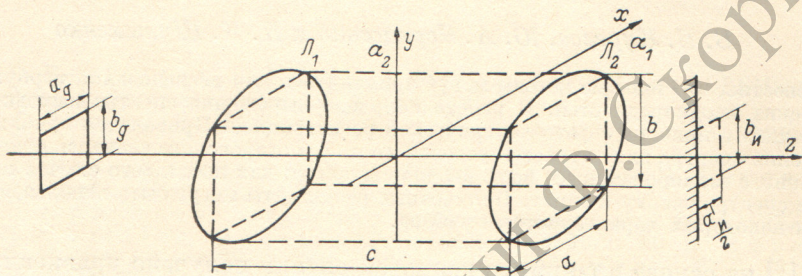


Рис. 1. Элементы оптической схемы прибора.

ваться результатами [3], приведем I_{\sim} к виду, зависящему непосредственно от функции $n(x, y, z)$, пространственный спектр которой задается

$$I_{\sim} = A \left[\int_{-b/2}^{b/2} \int_{-c/2}^{c/2} n\left(\frac{a}{2}, y, z\right) dy dz - \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-c/2}^{c/2} n\left(-\frac{a}{2}, y, z\right) \times \right. \\ \left. \times dy dz \right] = A \left[\int_{-b/2}^{b/2} \int_{-c/2}^{c/2} \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y, z) \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) dx dy dz - \right. \\ \left. - \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-c/2}^{c/2} \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y, z) \delta\left(x + \frac{a}{2}\right) dx dy dz \right]. \quad (2)$$

Уравнение (2) описывает работу эквивалентного прибора, представляющего собой два одинаковых двумерных датчика прямоугольной формы, расположенных в двух противоположных гранях просматриваемого объема и осуществляющих измерение показателя преломления среды (а не градиента). Разностный сигнал этих датчиков соответствует составляющей I_{\sim} сигнала (1).

Аппаратная функция каждого из датчиков в (2) имеет вид

$$H_{\mp}(x, y, z) = \begin{cases} A \delta\left(x \mp \frac{a}{2}\right) & \text{при } |y| \leq \frac{b}{2}, |z| \leq \frac{c}{2}, \\ 0 & \text{во всех других случаях.} \end{cases} \quad (3)$$

Знаки минус и плюс относятся к датчикам, описываемым первым и вторым членом в правой части (2). Преобразуя (3) по Фурье, находим пространственные спектральные характеристики

$$\tilde{H}_{\mp}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = A e^{\mp j \alpha_1 \frac{a}{2}} b c S a\left(\frac{\alpha_2 b}{2}\right) S a\left(\frac{\alpha_3 c}{2}\right) \quad (4)$$

и одинаковую для обоих датчиков энергетическую спектральную характеристику

$$M_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = |\tilde{H}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)|^2 = (Abc)^2 Sa^2\left(\frac{\alpha_2 b}{2}\right) Sa^2\left(\frac{\alpha_3 c}{2}\right), \quad (5)$$

где $Sa(x) = \frac{\sin x}{x}$; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — волновые числа, соответствующие координатам x, y, z .

Для определения спектра выходного сигнала необходимо найти так называемый множитель решетки эквивалентного двухэлементного датчика; в рассматриваемом случае этот множитель, согласно [3], равен

$$P_2\left(\frac{\omega}{v}\right) = 4 \sin^2\left(\frac{\omega a}{2v}\right) = \left(\frac{a\omega}{v}\right)^2 Sa^2\left(\frac{\omega a}{2v}\right). \quad (6)$$

Воспользовавшись (5) и (6), можно записать общее выражение спектра выходного сигнала ([3], стр. 103)

$$G(\omega) = \frac{4}{v} (Abc)^2 \left(\frac{\omega}{v}\right)^2 Sa^2\left(\frac{\omega a}{2v}\right) f\left(b, c, \frac{\omega}{v}, \hat{p}\right), \quad (7)$$

$$f\left(b, c, \frac{\omega}{v}, \hat{p}\right) = \int_0^\infty \int_0^\infty Sa^2\left(\frac{\alpha_2 b}{2}\right) Sa^2\left(\frac{\alpha_3 c}{2}\right) G_3\left(\frac{\omega}{v}, \alpha_2, \alpha_3\right) d\alpha_2 d\alpha_3, \quad (8)$$

где \hat{p} — вектор параметров трехмерного энергетического спектра флуктуаций показателя преломления исследуемой среды $G_3(\cdot)$.

Если кромка ножа ориентирована параллельно оси x , то спектр выходного сигнала приобретает вид

$$G_{II}(\omega) = \frac{4}{v} (Abc)^2 Sa^2\left(\frac{\omega a}{2v}\right) f_{II}\left(b, c, \frac{\omega}{v}, \hat{p}\right), \quad (9)$$

$$f_{II}\left(b, c, \frac{\omega}{v}, \hat{p}\right) = \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha_2^2 Sa^2\left(\frac{\alpha_2 b}{2}\right) Sa^2\left(\frac{\alpha_3 c}{2}\right) G_3\left(\frac{\omega}{v}, \alpha_2, \alpha_3\right) d\alpha_2 d\alpha_3. \quad (10)$$

Рассмотрим подробнее случай, соответствующий (7) и (8). Для получения конкретных спектров необходимо привлечь численные методы нахождения (8). Однако общее представление о характере спектра дают его оценки сверху и снизу при заданном входном спектре $G_3(\cdot)$. В случае поля с одномерным спектром, соответствующим закону «минус пять третей», трехмерный спектр имеет вид

$$G_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^{-11/6}; \quad (11)$$

несущественный для последующего множитель здесь опущен. Оценка сверху получается заменой функции вида $Sa^2(z)$ в (8) мажорантами единица и z^{-2} , а функции (11) — мажорантой $[3(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)^{2/3}]^{-11/6}$. Оценка снизу формируется заменой $Sa^2(z)$ минорантой вида $1 - 0.205z$ и функции (11) функцией $(\omega/v)^{-22/6} (1 - \alpha_2 - \alpha_3)$ с учетом условия $\alpha_1 = \omega/v$ и при ограничении области интегрирования в (8). В результате получаем две возможные оценки (8) сверху

$$\hat{f}_1 = \frac{8}{bc} \left(\frac{\omega}{v}\right)^{-22/6}, \quad \hat{f}_2 = \frac{4}{bc} \left(\frac{\omega}{v}\right)^{-22/6} + 0.02 (bc)^{4/18} \left(\frac{\omega}{v}\right)^{-22/6}, \quad (12)$$

из которых при конкретных расчетах можно выбирать наилучшую, и оценку снизу

$$f = \int_0^{1-(0.205c)^{-1}} d\alpha_2 \int_0^{(0.205c)^{-1}} \left(\frac{\omega}{v}\right)^{-22/6} (1 - \alpha_2 - \alpha_3) (1 - 0.205\alpha_2 b) (1 - 0.205\alpha_3 c) d\alpha_3 \quad (13)$$

при $0.02 \leq \omega/v \leq 2$, $0.003 \leq \alpha_2 + \alpha_3 \leq 5$.

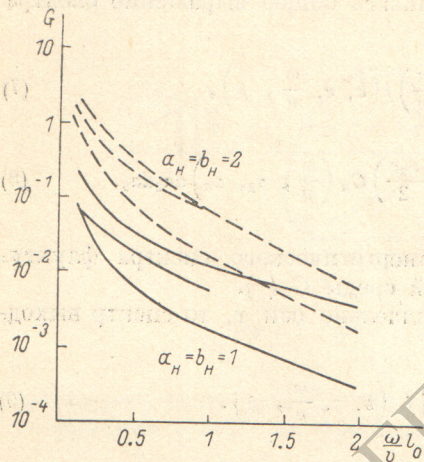
Приближенное выражение спектра выходного сигнала можно получить, аппроксимируя подынтегральную функцию в (8). Именно воспользуемся для аппроксимации спектра (11) функцией $(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^{-2}$, а функцией вида $Sa^2(z)$ — единицей на интервале $(0, \pi)$ и нулем вне этого интервала. В этом случае спектр выходного сигнала имеет вид

$$G_{-s/s} = \frac{8\pi^2}{v} A^2 b^2 c \left(\frac{\omega}{v}\right)^{-3} \sin^2\left(\frac{\omega a}{2v}\right) \quad (14)$$

при условии

$$\frac{4\pi^2}{c^2} \ll \left(\frac{\omega}{v}\right)^2 \ll \frac{4\pi^2}{b^2}. \quad (15)$$

Общее представление о характере спектра дает рис. 2, где в качестве примера приведены результаты расчета для случаев $a_n = b_n = 1$ (сплошная линия) и $a_n = b_n = 2$ при $c_n \gg a_n$ и $c_n \gg b_n$ (индекс «н» означает нормировку к некоторому характерному масштабу l_0). Видно, что уже при $b_n = 2$ нарушается выполнение условия (15) и кривая частично выходит за верхний предел.



Приближенное выражение (14) показывает, что вид спектра выходного сигнала определяется размером a . Два других (перечеркнутых) размера влияют только на множитель спектра при выполнении условия (15). Для ка-

Рис. 2. Границы спектра и его приближения.

чественной оценки характера влияния параметров прибора на вид спектра воспользоваться также моделью поля с гауссовским спектром вида

$$G_3(a_1, a_2, a_3) = \exp[-\gamma(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)]. \quad (16)$$

В этом случае функции $Sa^2(a_2 b/2)$ и $Sa^2(a_3 c/2)$ удобно аппроксимировать также гауссовскими зависимостями вида $\exp(-\beta_2 a_2^2 b^2)$ и $\exp(-\beta_3 a_3^2 c^2)$ соответственно. Тогда спектр выходного сигнала приобретает вид

$$G(\omega) = \frac{4\pi (Abc)^2}{v \sqrt{(\beta_2 b^2 + \gamma)(\beta_3 c^2 + \gamma)}} \exp\left[-\gamma\left(\frac{\omega}{v}\right)^2\right] \sin^2\left(\frac{\omega a}{2v}\right). \quad (17)$$

Вид спектра и в этом случае определяется только размером a , что можно объяснить взаимной независимостью вкладов в спектр компонент поля, соответствующих разным координатным осям. При достаточно малых b и больших c зависимость спектрального множителя от этих параметров носит такой же характер, как и в случае (14).

Литература

- [1] Ю. И. Копилевич. ПМТФ, № 1, 73, 1978.
- [2] Б. В. Наумов. Оптико-механич. промышл., № 10, 30, 1970.
- [3] С. В. Дощенко. Теоретические основы измерения физических полей океана. Гидрометеоздат, Л., 1974.

Поступило в Редакцию 11 декабря 1979 г.