Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени
Франциска Скорины»

Е.А. ДЕЙ

ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Изучение и программная реализация
основных численных методов

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

для студентов специальности
1-31 04 01 Физика (по направлениям)

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Гомель

2014

УДК 681.3 (075.8)
ББК 32.81я73
Д 27

Рецензенты:
кандидат физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой физики УО БелГУТ В. А. Зыкунов,
кандидат физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры радиофизики и электроники УО ГГУ им. Ф.Скорины Ю.В. Никитюк

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Дей, Е. А.
Д 27 Программирование и математическое моделирование. Изучение и программная реализацияосновных численных методов: тестовые задания / Е. А. Дей; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2014. – 30 с.

Тестовые задания предназначены для самоподготовки студентов к компьютерному тестированию с целью контроля и коррекции знаний учебного материала по разделу «Изучение и программная реализация основных численных методов». Содержание тестовых заданий соответствует типовой программе дисциплины «Программирование и математическое моделирование» для специальности 1-31 04 01 Физика (по направлениям).

УДК 681.3 (075.8)
ББК32.81я73

© Дей Е. А. 2014
© УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», 2014

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Основные свойства численных методов.	6
2. Методы интерполяции данных.	8
3. Численные методы интегрирования.	12
4. Численные методы решения дифференциальных уравнений первого порядка.	15
5. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений первого порядка.	19
6. Численные методы решения дифференциальных уравнений высших порядков	21
7. Численное решение нелинейных уравнений.	22
8. Методы численного решения систем нелинейных уравнений	26
9. Методы численного решения систем линейных уравнений	29
10. Аппроксимация экспериментальных данных по методу наименьших квадратов.	33
Литература	36

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

ВВЕДЕНИЕ

Важным средством повышения эффективности обучения является текущий контроль знаний, в том числе, в форме компьютерного тестирования. К его достоинствам относят повышение эффективности контроля за счет увеличения частоты и регулярности тестирования, одинаковые для всех студентов правила проведения, объективность оценок, автоматизацию обработки результатов.

Одной из программ, позволяющих проводить тестирование знаний на современном уровне, является Moodle. Программа представляет собой веб-приложение, расположенное на сервере, и дает возможность использовать вопросы нескольких типов. Из всего множества тестовых вопросов по теме при проведении тестирования преподаватель формирует актуальный набор вопросов с соответствующими параметрами отображения и оценивания – рабочий тест.

В программе Moodle имеется возможность использовать вопросы нескольких типов. Выбор типа вопроса обусловлен характером того элемента курса, знание которого подвергается проверке.

Разработанный комплект тестовых заданий охватывает основные численные методы, изучаемые в курсе «Программирование и математическое моделирование»: методы интерполяции данных, численные методы интегрирования, численные методы решения дифференциальных уравнений, численное решение нелинейных уравнений, методы численного решения систем линейных уравнений, аппроксимация экспериментальных данных по методу наименьших квадратов, численное решение интегральных уравнений и другие. По каждой теме известно несколько численных методов, имеющих различные свойства и формулировки. Практически все предложенные тестовые задания являются оригинальными и не повторяют вопросы и задания из других литературных источников.

В заданиях используются следующие типы вопросов: выбор одного варианта ответа из списка предложенных ответов, выбор нескольких элементов из списка, установление соответствия между двумя списками элементов, перечисление элементов из списка в правильном порядке.

Необходимо учитывать, что в ходе реального тестирования программа Moodle автоматически случайным образом изменяет расположение вариантов ответов по сравнению с напечатанным в тексте.

При контроле знаний по дисциплинам физико-математического профиля наиболее существенной и в настоящее время недостаточно разработанной составной частью является проверка знания формул.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Тестовые задания составлены таким образом, чтобы в определенной мере осуществить такую проверку.

Тестовые задания преимущественно относятся к типу «множественный выбор» с одним верным ответом. В таких случаях варианты ответов перечисляются сразу после вопроса без дополнительных указаний. В случае множественного выбора с несколькими правильными ответами вопрос содержит указание «Выберите все правильные ответы» или «Укажите, какие соотношения записаны правильно». Задания типа «установить соответствие» содержат таблицу из двух столбцов, и в ходе ответа определениям или номерам из первого столбца необходимо сопоставить элементы второго столбца. Для всех этих типов вопросов в ходе реального тестирования программа Moodle автоматически меняет местами варианты ответов на экране компьютера по сравнению с напечатанными в тексте.

Многие из предложенных заданий имеют тип «короткий ответ» и требуют ввода пропущенного слова или математического обозначения величины. В тексте вопроса этот элемент обозначается так: { . . . }. Такие вопросы эффективны, так как исключают возможность выбора ответа наугад. Следует отметить, что при создании вопроса в среде Moodle преподаватель имеет возможность предусмотреть различные варианты правильного ответа, связанные с использованием эквивалентных терминов или падежей.

Разработаны также тестовые задания типа «вычисляемый вопрос», предполагающие выполнение устных простейших вычислений по известной студенту формуле, причем значения числовых параметров выбираются Moodle случайным образом из указанного преподавателем диапазона. Таким образом, на экране числовые значения могут отличаться от приведенных в тексте. Вопросы двух последних типов наиболее эффективны, поскольку исключают возможность выбрать ответ наугад.

Данные тестовые задания предназначены для самоподготовки студентов к компьютерному тестированию с целью контроля и коррекции знаний учебного материала по разделу «Изучение и программная реализацияосновных численных методов». Содержание тестовых заданий соответствует типовой программе дисциплины «Программирование и математическое моделирование» для специальности 1-31 04 01 Физика (по направлениям).

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

1. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

1. Численными называются методы, в которых:
а)результат является числом, а не формулой;
б)результат получается в ходе выполнения арифметических действий над числами;
в)все окончательные результаты являются числами;
г) не используются функции.

2. Множество точек, в которых выполняется численное решение, называется { . . . }.

3. Отдельные точки, в которых выполняется численное решение, называются { . . . }.

4. Укажите, какие соотношения записаны правильно:
а) $y_{i-1} = y(x_i - h)$;
б) $y_{i-1} = y(x_i) - h$;
в) $y_{i-1} = y(x_{i+1} - 2h)$;
г) $y_{i-1} = y(x_{i-1})$.

5. Укажите правильные варианты записи ряда Тейлора для функции y(x) в окрестности точки x_i:

а) $y(x_i - h) = y(x_i) - hy'(x_i) - \frac{h^2}{2!}y''(x_i) - \frac{h^3}{3!}y'''(x_i) - \frac{h^4}{4!}y^{(4)}(x_i) - \ldots$;

б) $y(x_i + h) = y(x_i) + hy'(x_i) + \frac{h^2}{2!}y''(x_i) + \frac{h^3}{3!}y'''(x_i) + \frac{h^4}{4!}y^{(4)}(x_i) + \ldots$;

в) $y(x_i + h) = y(x_i) + hy'(x_i) + \frac{h^2}{2!}y''(x_i) + \frac{h^3}{3!}y'''(x_i)$;

г) $y(x_i - h) = y(x_i) - hy'(x_i) + \frac{h^2}{2!}y''(x_i) - \frac{h^3}{3!}y'''(\xi)$.

6. Расположите в порядке возрастания числа при условии h<1:

1)	а) h^2
2)	б) h
3)	в) h^3

7. Запись ряда Тейлора, содержащая ограниченное число слагаемых, носит название − форма{ . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

8. Взаписи оценок погрешности численных методов слагаемое $O(h^p)$ имеет смысл:

а)ограниченная функция от h в степениp;

б)произведение двух малых чисел;

в)малая величина порядка p;

г)большая величинастепениp;

д)произвольная функция от аргумента h^p.

9. Укажите, какие свойства выполняются для равномерной сетки:

а) $x_{i+1} - x_i = O(h)$;

б) $h = \dfrac{b-a}{N}$;

в) $x_{i+1} - x_i = h$;

г) $x_i = a + i \cdot h$;

д) $h = const$;

е) $x_{i+1} = b - (i+1) \cdot h$.

10. При выборе сетки можно использовать только такие значения шага h, при которых сетка обладает свойством { . . . }.

11. Координаты узлов сетки на отрезке [a;b] при шаге h вычисляются по формуле x_i = { . . . }.

12.Величина шага между соседними точками вычисляется по формуле

а) $h = \dfrac{b-a}{N}$;

б) $h = \dfrac{a+b}{2}$;

в) $h = \dfrac{a+b}{N}$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

2. МЕТОДЫ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДАННЫХ

1.Задача интерполяции функций возникает в случаях, когда:

а) необходимо знать значения функции для промежуточных значений аргументов между узловыми точками;

б) необходимо знать значения функции для точек, расположенных вне таблицы;

в) необходимо представить в аналитическом виде функцию, заданную таблично;

г) необходимо представить в более простом виде сложную аналитически заданную функцию;

2.Линейный интерполяционныйполином Лагранжа имеет вид:

а) $P_1(x) = y_0 \dfrac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1 \dfrac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}$;

б) $P_1(x) = y_0 \dfrac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} + y_1 \dfrac{(x - x_1)}{(x_1 - x_0)}$;

в) $P_1(x) = x_0 \dfrac{(y - y_1)}{(x_0 - x_1)} + x_1 \dfrac{(y - y_0)}{(x_1 - x_0)}$;

г) $P_1(x) = y_0(x) \dfrac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1(x) \dfrac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}$.

3. Интерполяционной формулой Лагранжа называется соотношение:

а) $P_n(x) = y_0 \dfrac{(x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)}{(x_0 - x_1)\ldots(x_0 - x_n)} + \ldots + y_n \dfrac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})}{(x_n - x_0)\ldots(x_n - x_{n-1})}$;

б) $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \dfrac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \dfrac{t(t-1)\ldots(t-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

в) $P_n(t) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \dfrac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \dfrac{t(t+1)\ldots(t+(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

г) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$;

д) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$.

4. Первой интерполяционной формулой Ньютона называется соотношение:

а) $P_n(x) = y_0 \dfrac{(x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)}{(x_0 - x_1)\ldots(x_0 - x_n)} + \ldots + y_n \dfrac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})}{(x_n - x_0)\ldots(x_n - x_{n-1})}$;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

б) $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{t(t-1)\ldots(t-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

в) $P_n(t) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{t(t+1)\ldots(t+(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

г) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$;

д) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$.

5. Второй интерполяционной формулой Ньютона называется соотношение:

а) $P_n(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_0-x_1)\ldots(x_0-x_n)} + \ldots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)\ldots(x_n-x_{n-1})}$;

б) $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{t(t-1)\ldots(t-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

в) $P_n(t) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{t(t+1)\ldots(t+(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

г) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$;

д) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$.

6. Формулой линейной интерполяции называется соотношение:

а) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$;

б) $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i,\ i = \overline{0, n-1}$.

в) $P(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$;

г) $P(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0$.

7. Формулой квадратичной интерполяции называется соотношение:

а) $P_n(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_0-x_1)\ldots(x_0-x_n)} + \ldots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)\ldots(x_n-x_{n-1})}$;

б) $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{t(t-1)\ldots(t-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

в) $P_n(t) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{t(t+1)\ldots(t+(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$;

г) $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0$;

д) $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

8. Интерполяционная формула $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0$, построенная для равноотстоящих узлов, называется:

а) интерполяционная формула Лагранжа;
б) первая интерполяционная формула Ньютона;
в) вторая интерполяционная формула Ньютона;
г) формула квадратичной интерполяции;
д) формула линейной интерполяции.

9. Интерполяционная формула вида $P_n(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0$, построенная для равноотстоящих узлов, называется:

а) интерполяционная формула Лагранжа;
б) первая интерполяционная формула Ньютона;
в) вторая интерполяционная формула Ньютона;
г) формула квадратичной интерполяции;
д) формула линейной интерполяции.

10.По таблице из трех узловых точек

x_i	1	2	3
y_i	4	5	3

для вычисления приближенного значения функции в точке $x^* = 2.5$ использован интерполяционный линейный полином Лагранжа. Функция Лагранжа $l_0(x^*)$равна **{ . . . }.**

11.По таблице из трех узловых точек

x_i	1	2	3
y_i	4	5	3

для вычисления приближенного значения функции в точке $x^* = 2.5$ использован интерполяционный линейный полином Лагранжа. Функция Лагранжа $l_1(x^*)$равна **{ . . . }.**

12.По таблице из трех узловых точек

x_i	1	2	3
y_i	4	5	2

для вычисления приближенного значения функции в точке $x^* = 2.5$ использован интерполяционный линейный полином Ньютона. Значение полинома $P_1^H(x^*)$равно**{ . . . }.**

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

13. По таблице из трех узловых точек

x_i	1	2	3
y_i	4	5	3

для вычисления приближенного значения функции в точке $x^* = 1.5$ построен интерполяционный полином Лагранжа второго порядка. Функция Лагранжа $l_0(x^*)$ равна **{ . . . }.**

14. По таблице из трех узловых точек

x_i	1	2	3
y_i	4	5	3

для вычисления приближенного значения функции в точке $x^* = 1.5$ построен интерполяционный полином Лагранжа второго порядка. Функция Лагранжа $l_1(x^*)$ равна **{ . . . }.**

15. По таблице из трех узловых точек

x_i	1	2	3
y_i	4	5	3

для вычисления приближенного значения функции в точке $x^* = 1.5$ построен интерполяционный полином Лагранжа второго порядка. Функция Лагранжа $l_2(x^*)$ равна **{ . . . }.**

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

3. МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

1. В численных производных приращения аргумента и функции являются с математической точки зрения величинами { . . . }.

2. Для функции $y(x) = x^2$ в точке $x_4 = 0.4$ при шаге $h = 0.1$ первая конечно-разностная производная с шагом вперед равна { . . . }.

3. Задача численного дифференцирования решается в случаях:

а) необходимо знать значения производных в узловых точках для функций, заданных таблицей, или для функций, имеющих сложный аналитический вид;

б) необходимо знать значения функции между узловыми точками;

в) необходимо знать значения функции в точках, расположенных в начале или в конце таблицы;

г) необходимо представить в аналитическом виде функцию, заданную таблично;

д) необходимо представить в более простом виде сложную аналитически заданную функцию.

4. В формуле для первой конечно-разностной производной $y'_i = \dfrac{y_{i+1} - y_i}{?}$ пропущена величина { . . . }.

5. Установите соответствие между номерами и элементами формулы для конечно-разностной производной второго порядка $y''_i = \dfrac{[1]+[2]+[3]}{[4]}$ (элементы 5 и 6 отсутствуют в формуле):

1)	а) y_{i+1}
2)	б) h
3)	в) y_{i-1}
4)	г) $-2y_{i+1}$
5)	д) $-2y_i$
6)	е) h^2

6. Среди конечно-разностных производных первого порядка наименьшую погрешность позволяет получить формула:

а) с шагом вперед; в) центральная.

б) с шагом назад;

4. МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

1. Расположите в правильной последовательности этапы вычисленияопределенного интеграла по методу трапеций:

1)	а) вычисление всех коэффициентов p_i, q_i;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

2)	б) вывод результатов вычислений;
3)	в) вычисление всех y_i;
4)	г) расчет параметров сетки
5)	д) вычисление y_N;
6)	е) вычисление вспомогательных коэффициентов p_0, q_0;
7)	ж) вычисление векторов ненулевых коэффициентов системы линейных уравнений.

2. Установите соответствие методов интегрирования и способа приближенного описания функции:

1) метод прямоугольников	а) константа
2) метод трапеций	б) полином 1 порядка
3) метод парабол	в) полином 2 порядка

3.Локальная квадратурная формула трапеций имеет вид

а) $\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \approx h\dfrac{f_{i-1}+f_i}{2}$;

б) $\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \approx h\dfrac{f_{i-1}-f_i}{2}$;

в) $\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \approx \dfrac{f_{i-1}+f_i}{N}$;

г) $\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \approx h\dfrac{f_{i-1}f_i}{3}$.

4.Полная квадратурная формула трапеций имеет вид

а) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{тр} = h\left(\dfrac{f_0+f_N}{2}+\sum\limits_{i=1}^{N-1} f_i\right)$;

б) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{тр} = h\left(\dfrac{f_0+f_N}{2}+\sum\limits_{i=1}^{N} f_i\right)$;

в) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{тр} = h\left(\dfrac{f_0-f_N}{2}+\sum\limits_{i=1}^{N-1} f_i\right)$;

г) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{тр} = h\left(\dfrac{f_0+f_N}{3}+\sum\limits_{i=1}^{N-1} f_i\right)$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

5.Значение аргумента в центре отрезка вычисляется по формуле

а) $x_{i-1/2} \equiv \dfrac{x_{i-1} - x_i}{2}$; $\quad f_{i-1/2} \equiv f(x_{i-1/2})$;

б) $x_{i-1/2} \equiv \dfrac{x_{i-1} + x_{i+1}}{2}$; $\quad f_{i-1/2} \equiv f(x_{i-1/2})$;

в) $x_{i-1/2} \equiv \dfrac{x_{i-1} + x_i}{3}$; $\quad f_{i-1/2} \equiv f(x_{i-1/2})$;

г) $x_{i-1/2} \equiv 3\dfrac{x_{i-1} + x_i}{2}$; $\quad f_{i-1/2} \equiv f(x_{i-1/2})$.

6.Полная квадратурная формула центральных прямоугольников имеет вид

а) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{пр} = h\sum\limits_{i=1}^{N} f_{i-1/2}$;

б) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{пр} = h\sum\limits_{i=1}^{N-1} f_{i-1/2}$;

в) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{пр} = h\sum\limits_{i=1}^{N} f_i$;

г) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx I_{пр} = h\sum\limits_{i=1}^{N} f_{i-1}$.

7.Количество отрезков N в методе парабол должно быть { . . . }.

8.Локальная квадратурная формула парабол имеет вид

а) $\int\limits_{x_i}^{x_{i+2}} f(x)dx \approx \dfrac{h}{3}(f_i + 4f_{i+1} + f_{i+2})$;

б) $\int\limits_{x_i}^{x_{i+2}} f(x)dx \approx \dfrac{h}{3}(f_i - 4f_{i+1} + f_{i+2})$;

в) $\int\limits_{x_i}^{x_{i+2}} f(x)dx \approx h(f_i + 4f_{i+1} + f_{i+2})$;

г) $\int\limits_{x_i}^{x_{i+2}} f(x)dx \approx \dfrac{h}{3}(f_i + 2f_{i+1} + f_{i+2})$.

9.Полная квадратурная формула парабол имеет вид

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

а) $\int_a^b f(x)dx \approx I_{сим} = \frac{h}{3}\left(f_0 + f_N + 4\sum_{i=0}^{m-1} f_{2i+1} + 2\sum_{i=1}^{m-1} f_{2i} \right);$

б) $\int_a^b f(x)dx \approx I_{сим} = \frac{h}{3}\left(f_0 + f_N + \sum_{i=1}^{N-1} \left[3 + (-1)^{i+1}\right] f_i \right);$

в) $\int_a^b f(x)dx \approx I_{сим} = \frac{h}{3}\left(f_0 + f_N + 4\sum_{i=0}^{m-1} f_{2i+1} + 2\sum_{i=1}^{m-1} f_{2i} \right);$

г) $\int_a^b f(x)dx \approx I_{сим} = \frac{h}{3}\left(f_0 + f_N + 4\sum_{i=0}^{m-1} f_{2i+1} + 2\sum_{i=1}^{m-1} f_{2i} \right).$

10.Укажите действия, необходимые для вычисления определенного интеграла методом трапеций:

а) определить подинтегральную функцию y(x)

б) ввести значения a, b, N

в) вычислитьh:=(b-a)/N;

г) s:=(y(a)+y(b))/2;

д) Fori:=1 toN-1 dobegin x:=a+i*h; s:=s+y(x);End;

е) Integral:=h*s;

ж) вывести результат на форме.

11.Введите строку, пропущенную в программе для вычисления определенного интеграла методом трапеций{ . . . }

```
h:=(b-a)/N;
s:=(y(a)+y(b))/2;
For i:=1 to N-1 do begin
  x:=a+i*h;
  s:=s+y(x);
End;
Integral:=h*s;
```

12.Введите строку, пропущенную в программе для вычисления определенного интеграла методом трапеций{ . . . }

```
h:=(b-a)/N;
s:=(y(a)+y(b))/2;
For i:=1 to N-1 do begin
  x:=a+i*h;
  s:=s+y(x);
End;
Integral:=h*s;
```

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

13.Введите строку, пропущенную в программе для вычисления определенного интеграла методом центральных прямоугольников{ . . . }

```
h:=(b-a)/N;
s:=(y(a)+y(b))/2;
For i:=1 to N-1 do begin
  x:=a+i*h;
  s:=s+y(x);
End;
Integral:=h*s;
```

14.Введите строку, пропущенную в программе для вычисления определенного интеграла методом центральных прямоугольников{ . . . }

```
h:=(b-a)/N;
s:=(y(a)+y(b))/2;
For i:=1 to N-1 do begin
  x:=a+i*h;
  s:=s+y(x);
End;
Integral:=h*s;
```

15.Введите строку, пропущенную в программе для вычисления определенного интеграла методом парабол { . . . }

```
h:=(b-a)/N;
s:=(y(a)+y(b))/2;
For i:=1 to N-1 do begin
  x:=a+i*h;
  s:=s+y(x);
End;
Integral:=h*s;
```

16.Введите строку, пропущенную в программе для вычисления определенного интеграла методом парабол { . . . }

```
h:=(b-a)/N;
s:=(y(a)+y(b))/2;
For i:=1 to N-1 do begin
  x:=a+i*h;
  s:=s+y(x);
End;
Integral:=h*s;
```

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

17.Теоретическая оценка максимальной погрешности вычислений по формуле трапеций определяется формулой:

а) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

б) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{24} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

в) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{2} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

г) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f^{(4)}(x)|$.

18.Для формулы центральный прямоугольников теоретическая оценка погрешности имеет вид:

а) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

б) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{24} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

в) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{2} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

г) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f^{(4)}(x)|$.

19.Для формулы Симпсона теоретическая оценка погрешности описывается следующим выражением:

а) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

б) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{24} \max_{[a,b]} |f''(x)|$;

в) $|R_N| = \left| I_{сим} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^4}{180} \max_{[a,b]} |f^{(IV)}(x)|$;

г) $|R_N| = \left| I_{тр} - \int_a^b f(x)dx \right| \le \frac{(b-a)h^2}{12} \max_{[a,b]} |f^{(4)}(x)|$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

20.Введите строку, пропущенную валгоритме метода двойного пересчета для вычисления интеграла с заданной точностью { . . . }

```
Подпрограмма-функция y(x)
Подпрограмма-функция Integral(a,b,N)
Ввод a,b,ε
N=2
W1=Intgral(a,b,N)
Повторять
  N=2*N
  W2=Intgral(a,b,N)
  delta=|w2-w1|
  W1=W2
Дополучения r<ε
Вывод результата w2, N, r
```

21. Введите строку, пропущенную валгоритме метода двойного пересчета для вычисления интеграла с заданной точностью { . . . }

```
Подпрограмма-функция y(x)
Подпрограмма-функция Integral(a,b,N)
Ввода,b,ε
N=2
W1=Intgral(a,b,N)
Повторять
  N=2*N
  W2=Intgral(a,b,N)
  delta=|w2-w1|
  W1=W2
Дополучения r<ε
Вывод результата w2, N, r
```

22.Как называется следующая квадратурная формула: $\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$?

а) формула Ньютона-Котеса;
б) формула трапеций;
в) формула Симпсона;
г) формула Ньютона.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

23.Как называется следующая квадратурная формула: $\int_a^b f(x)dx = (b-a)\sum_{i=0}^{n} H_i y_i$?

а) формула Ньютона-Котеса;
б) формула трапеций;
в) формула Симпсона;
г) формула Ньютона.

24.Как называется следующая квадратурная формула: $\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = \frac{h}{2}(y_0 + y_1)$?

а) формула Ньютона-Котеса;
б) формула трапеций;
в) формула Симпсона;
г) формула Ньютона.

25.Продолжите определение собственного интеграла: «Интеграл вида $\int_a^b f(x)dx$ называется собственным, если:

а) промежуток интегрирования $[a,b]$ конечен и подынтегральная функция $f(x)$разрывна на $[a,b]$;

б) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен и подынтегральная функция $f(x)$разрывна на $[a,b]$;

в) промежуток интегрирования $[a,b]$ конечен и подынтегральная функция $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$;

г) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен и подынтегральная функция $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$;

д) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен или подынтегральная функция $f(x)$разрывна на $[a,b]$.

26.Продолжите определение несобственного интеграла: «Интеграл вида $\int_a^b f(x)dx$ называется несобственным, если:

а) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен или подынтегральная функция $f(x)$разрывна на $[a,b]$;

б) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен и (или) подынтегральная функция $f(x)$разрывна на $[a,b]$;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

в) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен и подынтегральная функция $f(x)$разрывна на $[a,b]$;

г) промежуток интегрирования $[a,b]$ конечен и подынтегральная функция $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$;

д) промежуток интегрирования $[a,b]$ бесконечен или подынтегральная функция $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$.

27.Когда возникает задача численного интегрирования?

а) необходимо знать значения функции между узловыми точками;

б) необходимо знать значения функции для точек, расположенных в начале или в конце таблицы;

в) необходимо представить в аналитическом виде функцию, заданную таблицей;

г) необходимо представить в более простом виде сложную аналитически заданную функцию;

д) необходимо вычислить определенный интеграл от функций, заданных таблицей, или от функций, имеющих сложный аналитический вид.

5. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1.Численное нахождение корней обычно состоит из трех этапов:

а) отделение корней, т.е., нахождение достаточно малых участков в рассматриваемой области, внутри которых заведомо содержится только один корень;

б) уточнение значения корня до заданной точности;

в) проверка найденного корня подстановкой его в уравнение.

2.если непрерывная функция F(x) принимает на концах отрезка [A, B] значения разных знаков, т.е. F(A)*F(B)<0, то внутри этого отрезка содержится по крайней мере один корень (график функции пересекает ось OX, и функция меняет знак).

3.Этот корень будет единственным, если производная F'(x) сохраняет знак на [A, B].

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

4.Способы отделения корней:

5.Алгоритм пошагового поиска:

```
Описать F(x)
Задать a,b,h
x1=a; y1=F(x1)
Повторять
  x2=xl+h; y2=F(x2)
  Если y1*y2<0, то вывести x1,x2
  x1=x2; y1=y2; x2=x1+h
до получения x2>b
Вывести итоговую информацию
```

6.Метод половинного деления:

```
Описать F(x)
Задать a,b,delta
Повторять
  c=(a+b)/2
  Если F(a)*F(c)<0, то
    b=c
  иначе
    a=c
  Вывод c,F(c)
до выполнения abs(b-a)<delta
x=(a+b)/2
fx=F(x)
Выводx,fx
```

7.Ширина начального отрезка после N итераций убывает в { . . . } раз.

8.Метод Ньютона (метод касательных)

Метод основан на том соображении, что вблизи корня точка пересечения касательной к функции с осью OX расположена ближе к корню, чем точка, в которой касательная построена.

9.Общая формула метода Ньютона:

x1 = x0 - F(x0)/F'(x0)

10.Счет прекращается по достижении достаточно малого значения Abs(xl-x0)<delta.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

11.Для выбора исходной точки в методе Ньютона используют следующее правило:

а) если функция возрастает и выгнута вверх, или функция убывает и выгнута вниз - то в качестве x0 выбирается левая граница отрезка [a,b], то есть, x0=a;

б) если функция убывает и выгнута вверх, или функция возрастает и выгнута вниз - то в качестве x0 выбирается правая граница отрезка [a,b], то есть, x0=b.

12.В программе необходимо использовать две подпрограммы-функции F(x) и F'(x), причем функция F'(x) в тексте программы имеет имя DF(x).

13.Алгоритм метода Ньютона:

```
Описать F(x)
Описать DF(x)
Задать x0,delta
Повторять
   x1 = x0 - F(x0)/DF(x0)
   Вывод xl,  F(xl)
   d=xl-x0;  x0=xl
до выполнения abs(d)<delta
Вывод xl,F(xl)
```

14.Метод итераций основан на преобразовании исходного уравнения F(x)=0 к виду x=g(x).

15.Если функция g(x) на участке существования корня имеет свойством $\max\limits_{[a;b]}|g'(x)|<1$.

16.то, выбрав число x0 (начальное приближение) вблизи корня, можно получить новое значение

x1=g(x0)

которое будет расположено ближе к корню, чем x0. Этот процесс можно повторять многократно и таким образом получить результат с требуемой точностью.

17.Универсальным способом преобразования исходного уравнения является использование множителя, который находится на основании $\omega=\dfrac{1}{\max\limits_{[a;b]}|F'(x)|}$; $g(x)=x-\omega F(x)$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

18. Алгоритм метода итераций:

```
Описать F(x)
Описать g(x)
Задать x0,delta
Повторять
    x1 = g(x0)
    Вывод xl,  F(xl)
    d=xl-x0;
    x0=xl
до выполнения abs(d)<delta
Вывод xl,F(xl)
```

19.При построении таблицы значений функции необходимо запрограммировать следующие действия:

Определить подпрограмму-функцию

а) а программе задать пределы и шаг изменения аргумента

б) вывести на экран заголовок таблицы

в) организовать цикл, в котором для каждого значения аргумента вычисляется значение функции и эти результаты в заданном формате выводятся на экран.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

6 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

1.Дифференциальное уравнение первого порядка имеет вид:

а) $\frac{dx}{dt} = f(t)$;

б) $\frac{dx}{dt} = f(t,x)$;

в) $\frac{dx}{dt} = f(t,x)$;

г) $\frac{dx}{dt} = f(t,x)$.

2.На плоскости (t,x) дифференциальное уравнение имеет бесконечное множество решений x = f(t) + C, называемых { . . . }.

3.Геометрический смысл производной функции f(t,x). В общем случае она определена для любых значений t и x на плоскости и в каждой точке (t,x) определяет { . . . }.

4.Для дифференциального уравнения 1-го порядка Задача Коши заключается в нахождении функции y(t) по заданному дифференциальному уравнению и { . . . }.

5.Для решения задачи Коши на интервале [t0,T] с достаточно малым шагом h строится система равноотстоящих точек:

$$t_i = t_0 + ih; \qquad i = 0,1,..,N; \qquad t_N = T; \qquad h = \frac{T - t_0}{N}.$$

6.В одношаговых численных методах значения приближенного решения вычисляются последовательно от точки к точке, начиная с x0, причем для вычисления решения на i-м шаге используется значение решения, найденного на предыдущем (i-1)-м шаге.

7.По определению, производная есть предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю:

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

8.Чем ближе Δt = tкон – tнач к нулю, тем точнее отношение Δx/Δt дает значение реальной производной.

9.Метод Эйлера основан на неполном выполнении предельного перехода, в нем считается, что Δt -очень малая, но конечная величина, так что

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{кон} - x_{нач}}{t_{кон} - t_{нач}}.$$

10.Если задача Коши решается на большом отрезке [a,b], то приращение аргумента (b-a) велико, его нельзя брать в качестве Δt. Выход заключается в разбиении интервала на большое число N отрезков с малой длиной h=(b-a)/N. Точки разбиения пронумеруем:

$t_0 = a; \quad t_1 = a + h; \quad t_2 = a + 2h; ... \quad t_N = b;$

$t_i = t_0 + ih; \quad \mathrm{i} = 0,1,2,..\mathrm{N}.$

11.Параметр h задает постоянное расстояние между двумя соседними точками $t_i - t_{i-1} = h$.

12.Такой набор дискретных точек называется сеткой (при h=const получаем равномерную сетку). Значение функции в точке ti обычно обозначается x(ti)=xi.

13.В соответствии с (I) в каждой точке ti приближенно полагаем

$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t_i} \approx \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i} = \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} = \frac{x_i - x_{i-1}}{h} = f(t_{i-1}, x_{i-1}).$$

14.Расчетная формула метода Эйлера имеет вид

а) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i-1}, x_{i-1})$;

б) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i-1}, x_{i-1})$;

в) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i-1}, x_{i-1})$;

г) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i-1}, x_{i-1})$.

15.Используя начальные значения (t0 ,x0), можно найти приближенные значения функции x(t) в узловых точках ti. Вычисления ведутся последовательно от точки к точке, т.е, формула (1) используется для i=1,2,..n.

$x_1 = x_0 + hf(t_0, x_0)$

$x_2 = x_1 + hf(t_1, x_1)$

. . . . . .

$x_N = x_N + hf(t_N, x_N)$

16.Метод Эйлера обладает исключительной простотой, однако имеет малую точность, что резко ограничивает возможности его применения.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Вместе с тем, метод Эйлера служит основой для разработки более точных методов { . . . }.

17.Погрешность расчета по методу Эйлера на каждом шаге связана с тем, что численный результат определяется наклоном касательной, а сама касательная строится в левой точке отрезка. Реальная функция обычно отличается от прямой, и на протяжении отрезка это отличие становится заметным { . . . }.

18.В методе Эйлера-Коши на каждом шаге расчет по формуле Эйлера рассматривается как предварительный результат:

а) $\widetilde{x}_i = x_{i-1} + hf(t_{i-1}, x_{i-1}); \qquad t_i = t_{i-1} + h;$

б) $x_i = x_{i-1} + \frac{h}{2}\left(f(t_{i-1}, x_{i-1}) + f(t_i, \widetilde{x}_i)\right);$

в) $x_i = x_{i-1} + \frac{h}{2}\left(f(t_{i-1}, x_{i-1}) + f(t_i, \widetilde{x}_i)\right);$

г) $x_i = x_{i-1} + \frac{h}{2}\left(f(t_{i-1}, x_{i-1}) + f(t_i, \widetilde{x}_i)\right).$

19.Улучшенный метод Эйлера. В этом методе на каждом шаге сначала вычисляют наклон касательной к интегральной кривой в середине интервала

а) $t_{i+1/2} = t_{i-1} + \frac{h}{2}; \qquad x_{i+1/2} = x_{i-1} + \frac{h}{2} f(t_{i-1}, x_{i-1});$

б) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i+1/2}, x_{i+1/2});$

в) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i+1/2}, x_{i+1/2});$

г) $x_i = x_{i-1} + hf(t_{i+1/2}, x_{i+1/2}).$

20.Наберите строку, пропущенную в программе для метода Эйлера:

```
N:=Round((b-a)/h;
x[0]:=a;  y[0]:=y0;  Delta[0]:=0;
 For 1:=1 to N do begin
    x[i]:=x[i-1]+h;
y[i]:=y[i-1]+h*F(x[i-1],y[i-1]);
ytochn[i]:=Ftochn(x[i]);
```

Литература

1. Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математическом исследовании. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

2. Дьяконов, В.П. Mathcad 2000 в математике, в физике и в Internet. / В.П. Дьяконов, И. Абраменкова. – М.: Нолидж. 2001. – 592 с.

3. Кирьянов, Д.В. Mathcad 12. Наиболее полное руководство. / Д.В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005, – 566 с.

4. Макаров, Е.Г. Инженерные расчёты в Mathcad / Е.Г. Макаров. – СПб.: Питер, – 448 с.

5. Маркова Л.В., Мастяница В.С. Расчеты в среде Mathcad: Учебное пособие. – Мн.: Методическо-издательский центр РИВШ БГУ, 1999. – 36 с.

6. Очков В.Ф. Mathcad 7 Pro для студентов и инженеров. - М.: КомпьютерПресс, 1998. - 384 с.

7. Гильмутдинов, А. Х. Электронное образование на платформе Moodle / А. Х. Гильмутдинов, Р. А. Ибрагимов, И. В. Цивильский – Казань: КГУ, 2008. – 169 с.

8. Майоров, А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования / А. Н. Майоров – М.: Интеллект-центр, 2001. – 296 с.

9. Полат, Е. С. Новые педагогические информационные технологии в системе образования / Е. С. Полат – М., изд. центр «Академия», 2000. – 247 с.

10. Челышкова, М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов / М. Б. Челышкова – М.: Логос, 2002. – 432 с.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Производственно-практическое издание

ДЕЙ Евгений Александрович

ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Изучение и программная реализация основных численных методов

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

для студентов специальности

1-31 04 01 Физика (по направлениям)

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

Подписано в печать Формат 60x84 1/16. Бумага писчая № 1.
Гарнитура «Таймс». Усл.печ.л. . Уч.-изд.л. . Тираж 25 экз.

Отпечатано в учреждении образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»
246019, г. Гомель, ул. Советская, 104