2. Иноземцева, Н.В. Исследование плоских механизмов высоких классов методом инверсии / Н.В. Иноземцева, А.В. Астрейко // Материалы XII Международной научно-технической конференции «Современные проблемы машиноведения». Гомель, 22-23 ноября 2018 г. С. 332-334.

3. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов / М. З. Коловский [и др.]. - 2-е изд., испр. - Москва: Академия, 2008. - 558 с.

О. Н. Бенько (МГПУ имени И.П. Шамякина, Мозырь)
Науч. рук. **Е. М. Овсиюк,** канд. физ.-мат. наук, доцент

ЦИЛИНДРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ СПИНОРНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ГИПЕРБОЛИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ ЛОБАЧЕВСКОГО

Рассмотрим спинорные уравнения Максвелла в цилиндрических координатах сферического пространства s_3:

$$dS^2 = dt^2 - dr^2 - \sinh^2 r\, d\phi^2 - \cosh^2 r\, dz^2\,, \qquad x^\alpha = (t, r, \phi, z)\,, \quad (1)$$

$$G = \{\rho \in [0, +\infty)\,,\ \phi \in [-\pi, +\pi]\,,\ z \in (-\infty, +\infty)\}\,.$$

Исходим из уравнения Максвелла в спинорной форме [1]

$$\left[\sigma^c e^{\alpha}_{(c)}(x)\partial_\alpha + \sigma^c\left(\frac{1}{2}\Sigma^{ab} \otimes I + I \otimes \frac{1}{2}\Sigma^{ab}\right)\gamma_{abc}(x)\right]\xi(x) = 0, \qquad (2)$$

$$\Sigma^{0j} = \frac{1}{2}\sigma^j, \quad \Sigma^{12} = -\frac{i}{2}\sigma^3, \quad \Sigma^{23} = -\frac{i}{2}\sigma^1, \quad \Sigma^{31} = -\frac{i}{2}\sigma^2\,.$$

С учетом (1) уравнение (2) записывается в виде

$$\left[\partial_t + \sigma^1\partial_r + \frac{\sigma^2}{\sinh r}\partial_\phi + \frac{\sigma^3}{\cosh r}\partial_z + \right.$$

$$\left. + \sigma^2(\Sigma^{12} \otimes I + I \otimes \Sigma^{12})\frac{\cosh r}{\sinh r} - \sigma^3(\Sigma^{31} \otimes I + I \otimes \Sigma^{31})\frac{\sinh r}{\cosh r}\right]\xi = 0. \quad (3)$$

Будем использовать следующую подстановку для симметричного спинора ξ:

$$\xi(t, r, \phi, z) = e^{-i\varepsilon t}\, e^{im\phi}\, e^{ikz} \begin{vmatrix} f(r) & h(r) \\ h(r) & g(r) \end{vmatrix},$$

тогда уравнение (3) дает 4 дифференциальных уравнения

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{m}{\sinh r} + \frac{\sinh r}{\cosh r}\right)h + \left(-i\varepsilon + \frac{ik}{\cosh r}\right)f = 0;$$

$$\left(\frac{d}{dr}-\frac{m}{\sinh r}+\frac{\sinh r}{\cosh r}\right)h+\left(-i\varepsilon-\frac{ik}{\cosh r}\right)g=0;$$

$$\left(\frac{d}{dr}+\frac{m}{\sinh r}+\frac{\cosh r}{\sinh r}+\frac{1}{2}\frac{\sinh r}{\cos r}\right)g+\left(-\frac{1}{2}\frac{\sinh r}{\cosh r}\right)f+\left(\frac{ik}{\cosh r}-i\varepsilon\right)h=0,$$

$$\left(\frac{d}{dr}-\frac{m}{\sinh r}+\frac{\cosh r}{\sinh r}+\frac{1}{2}\frac{\sinh r}{\cos r}\right)f+\left(-\frac{ik}{\cosh r}-i\varepsilon\right)h+\left(-\frac{1}{2}\frac{\sinh r}{\cosh r}\right)g=0.$$

Складываем и вычитаем уравнения внутри каждой пары, при этом вводим новые переменные $F=f+g$, $G=f-g$. В результате такого преобразования приходим к трем независимым уравнениям:

$$\frac{ik}{\cosh r}F-i\varepsilon G+\frac{2m}{\sinh r}h=0,\quad \frac{ik}{\cosh r}G-i\varepsilon F+2\left(\frac{d}{dr}+\frac{\sinh r}{\cosh r}\right)h=0,$$

$$-2i\varepsilon h-\frac{m}{\sinh r}G+\left(\frac{d}{dr}+\frac{\cosh r}{\sinh r}\right)F=0.$$

Систему уравнений можно упростить, выделив простые множители из двух функций:

$$F=\frac{1}{\sinh r}\bar{F},\quad h=\frac{1}{\cosh r}\bar{h}.$$

Исключаем функцию G и используем обозначение $2i\bar{h}=\bar{H}$:

$$\frac{1}{\cosh r}\left(\varepsilon\frac{d}{dr}+\frac{km}{\cosh r\sinh r}\right)\bar{H}+\frac{1}{\sinh r}\left(\varepsilon^2-\frac{k^2}{\cosh^2 r}\right)\bar{F}=0,$$

$$\frac{1}{\sinh r}\left(\varepsilon\frac{d}{dr}-\frac{km}{\sinh r\cosh r}\right)\bar{F}+\frac{1}{\cosh r}\left(-\varepsilon^2+\frac{m^2}{\sinh^2 r}\right)\bar{H}=0.$$

Введем переменную: $\sinh r=\sqrt{z}$, $z\in[0,\infty)$; тогда получим уравнения с рациональными коэффициентами

$$\left(2\varepsilon\frac{d}{dz}+\frac{km}{z(1+z)}\right)\bar{H}+\frac{\varepsilon^2-k^2+\varepsilon^2 z}{z(1+z)}\bar{F}=0,$$

$$\left(2\varepsilon\frac{d}{dz}-\frac{km}{z(1+z)}\right)\bar{F}+\frac{m^2-\varepsilon^2 z}{z(1+z)}\bar{H}=0. \qquad (4)$$

Замечаем, что если воспользоваться методом исключения, то получим два дифференциальных уравнения второго порядка с 4 особыми точками. Сведем задачу к анализу уравнений только с 3 особыми точками. Для этого введем новые функции

$$\bar{F}=W+iV,\quad \bar{H}=iW+V,$$

тогда система (4) примет вид

$$\left(2\varepsilon\frac{d}{dz}+\frac{km}{z(1+z)}\right)(iW+V)+\frac{\varepsilon^2-k^2+\varepsilon^2 z}{z(1+z)}(W+iV)=0,$$
$$\left(2\varepsilon\frac{d}{dz}-\frac{km}{z(1+z)}\right)(W+iV)+\frac{m^2-\varepsilon^2 z}{z(1+z)}(iW+V)=0.$$

Перейдем к переменной $y=-z$ и найдем уравнения второго порядка в пространстве Лобачевского

$$\left\{y(y-1)\frac{d^2}{dy^2}+(2y-1)\frac{d}{dy}-\frac{1}{4}i\varepsilon(i\varepsilon+2)+\frac{k^2/4}{(y-1)}+\frac{m^2/4}{y}\right\}W=0, \quad (5)$$
$$\left\{y(y-1)\frac{d^2}{dy^2}+(2y-1)\frac{d}{dy}-\frac{1}{4}i\varepsilon(i\varepsilon-2)+\frac{k^2/4}{(y-1)}+\frac{m^2/4}{y}\right\}V=0; \quad (6)$$

уравнения этой системы симметричны относительно замены $V \Longleftrightarrow W,\ \varepsilon \Longleftrightarrow -\varepsilon$. Для определенности следим за уравнением для функции $W(y)$. Найдем поведение решений около особых точек:

$$y\to 0, W\sim y^A, A=\pm\frac{|m|}{2};$$
$$y\to\infty, W\sim y^C, C=\frac{i\varepsilon}{2}, -\frac{i\varepsilon}{2}-1;$$
$$y\to 1, W\sim (y-1)^B, B=\pm\frac{ik}{2}.$$

Ищем решения уравнения (5) в виде $W(y)=y^A(y-1)^B\overline{W}(y)$:

$$(y-1)y\overline{W}''+\left[2A(y-1)+2By+(2y-1)\right]\overline{W}'+$$
$$+\left((A+B)^2+A+B-\frac{1}{4}i\varepsilon(i\varepsilon+2)+\frac{k^2}{4(y-1)}+\frac{B^2}{y-1}+\frac{m^2}{4y}-\frac{A^2}{y}\right)\overline{W}=0.$$

Накладывая ограничения на параметры A и B, приходим к уравнению гипергеометрического типа [2]

$$y(1-y)\frac{d^2F}{dy^2}+\left[\gamma-(\alpha+\beta+1)y\right]\frac{dF}{dy}-\alpha\beta F=0$$

с параметрами:

$$A=+\frac{|m|}{2},\quad B=\frac{ik}{2},$$
$$\alpha=\frac{|m|+i(k-\varepsilon)}{2},\quad \beta=\frac{|m|+i(k+\varepsilon)}{2}+1,\quad \gamma=|m|+1;$$

соответствующее полное решение имеет вид $W(y)=y^{|m|/2}(y-1)^{ik/2}F(\alpha,\beta,\gamma;y)$. Найденное решение обращается в нуль в точке $y=0\,(r=0)$. Найдем поведение этого решения при $y\to-\infty$. Воспользуемся известным соотношением Куммера [2]:

$$u_1(y)=\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}u_3(y)+\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma-\beta)\Gamma(\alpha)}u_4(y), \tag{7}$$

$$u_3(y)=(-y)^{-\alpha}F(\alpha,\alpha+1-\gamma,\alpha+1-\beta;\frac{1}{y}),$$

$$u_4(y)=(-y)^{-\beta}F(\beta+1-\gamma,\beta,\beta+1-\alpha;\frac{1}{y}).$$

При $y\to-\infty$ соотношение (7) дает

$$u_1(y)=\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}(-y)^{-\alpha}+\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma-\beta)\Gamma(\alpha)}(-y)^{-\beta};$$

с учетом чего находим следующую асимптотику на бесконечности для полного решения

$$W_1(y)\sim\frac{\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}(-y)^{i\varepsilon/2}+\frac{\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}(-y)^{i\varepsilon/2-1}$$

Вторым слагаемых можно пренебречь в сравнении с первым, так получаем асимптотику

$$W_1(y)\sim\frac{\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}(-y)^{i\varepsilon/2}=\frac{\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}(\frac{1}{2})^{i\varepsilon}e^{i\varepsilon r}$$

Если взять за основу решение Куммера

$$u_5=y^{1-\gamma}F(\alpha+1-\gamma,\beta+1-\gamma,2-\gamma;y)=$$

$$=y^{-|m|}F\left(\frac{-|m|+i(k-\varepsilon)}{2},\frac{-|m|+i(k+\varepsilon)}{2}+1,1-|m|;y\right),$$

придем к полному решению, сингулярному в нуле

$$\overline{W}_5(y)=y^{-|m|/2}(y-1)^{ik/2}F\left(\frac{-|m|+i(k-\varepsilon)}{2},\frac{-|m|+i(k+\varepsilon)}{2}+1,1-|m|;y\right);$$

т. е. $\overline{W_5}(y\to 0)\sim y^{\frac{-m}{2}}$

Чтобы найти поведение этого решения на бесконечности, воспользуемся другой формулой Куммера [2]

$$u_5(y\to-\infty)=A\cdot(-y)^{-\alpha}+B\cdot(-y)^{-\beta}=A\cdot(-y)^{-\frac{|m|}{2}-i\frac{k-\varepsilon}{2}}+B\cdot(-y)^{-\frac{|m|}{2}-i\frac{k+\varepsilon}{2}-1},$$

т. е. для полного решения находим следующую асимптотику на бесконечности

$$\overline{W_5}(y\to-\infty)\sim A\cdot(-y)^{\frac{i\varepsilon}{2}}+B\cdot(-y)^{-\frac{i\varepsilon}{2}-1}\sim A\cdot(-y)^{\frac{i\varepsilon}{2}}$$

Если за основу выбирать решения Куммера u_3 и u_4, то для полных решений на бесконечности получим асимптотики

$$W_3(y\to-\infty)=y^{+i\varepsilon/2},\quad W_4(y\to-\infty)=y^{-i\varepsilon/2-1}.$$

Литература

1. Редьков, В.М. Поля частиц в римановом пространстве и группа Лоренца / В.М. Редьков. – Минск: Белорусская наука, 2009. – 486 с.

2. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1965. – 296 с.

М. А. Бужан (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **Е. И. Сукач**, канд. техн. наук, доцент

ПРОТОТИПИРОВАНИЕ КАК СПОСОБ РАЗРАБОТКИ ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОГО ИНТЕРФЕЙСА

Один из важных этапов разработки собственного программного комплекса – проектирование эффективного пользовательского интерфейса (ЭПИ). ЭПИ позволяет увеличить скорость ввода данных, а также снизить количество ошибок при их вводе. Он дает качество, скорость и простоту анализа данных. Позволяет осваивать систему, прикладывая минимум усилий и за минимальное время, позволяет минимизировать затраты на обучение и поддержку. И конечно, эффект первого впечатления, особенно актуальный при выборе систем, которые можно рассматривать в качестве конкурента для покрытия той или иной функциональной или отраслевой задачи.

Эффект первого впечатления очень важен, потому что он формирует ожидания у пользователя. Если он видит понятный удобный интерфейс, он будет легче использовать и внедрять программный комплекс. Он поверит в то, что с этим легко и просто работать.

Стоит отметить что при выборе одного из методов проектирования ЭПИ, таких как, прототипирование, использование шаблонов, каркасные модели, а также с использованием элементов искусственного интеллекта, была пройдена стадия анализа и разработки базового программного прототипа решения. На стадии анализа были рассмотрены и сравнены существующие на рынке аналогичные программные комплексы, позволяющие проводить автоматизированный расчет надежности сложных технических систем, для анализа и расчета безопасности, технического риска, готовности и ремонтопригодности. Определены общие функциональные требования и сценарии работы. Основываясь на предложенной методике и отталкиваясь от исследований целевой аудитории, реализован программный прототип [1] ав-