

НОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ
ПО ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
[МАСКИ СЛУЧАЙНОЙ ФАЗЫ
В ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ

А. Акаев и Т. Керимкулов

Представлены новые экспериментальные результаты по эффективности использования маски случайной фазы (МСФ) в голографических запоминающих устройствах (ГЗУ) для получения качественных Фурье-голограмм странично-организованной цифровой информации. Эксперименты выполнены на ЭВМ методом статистического моделирования. Впервые получено экспериментальное подтверждение предположения о рэлеевском законе распределения амплитуд Фурье-образа входной страницы с МСФ. Показано, что легко реализуемая физически двухуровневая МСФ не уступает по эффективности четырехуровневой, ранее считавшейся вдвое эффективнее двухуровневой МСФ. Получено также подтверждение теоретического соотношения для расчета эффективности МСФ. Предложен и обоснован специальный способ кодирования цифровой информации при формировании входной страницы, обеспечивающий высокую стабильность динамического диапазона амплитуды Фурье-образа страницы независимо от ее содержания.

Метод случайного фазового кодирования входной страницы с помощью маски случайной фазы, предложенный в [1], является весьма эффективным способом уменьшения динамического диапазона амплитуды Фурье-образа входной страницы и получения структуры Фурье-образа, отличающейся высокой однородностью распределения амплитуд. Благодаря этому использование маски случайной фазы (МСФ) в голографических запоминающих устройствах (ГЗУ) позволяет записать качественные Фурье-голограммы странично-организованной цифровой информации, обладающие высокой дифракционной эффективностью.

Вопрос об оптимальном числе уровней фазы, а также стабильность метода случайной фазы были детально исследованы в [2, 3], которые показали, что влияние МСФ на структуру Фурье-образа может быть сформулировано как задача случайного блуждания и для ее анализа воспользовались методом Монте-Карло. В этих работах были представлены следующие основные результаты:

- 1) оптимальной является четырехуровневая МСФ, которая обладает такой же эффективностью, какую можно получить от маски с любым большим числом уровней фаз;
- 2) эффективность четырехуровневой МСФ вдвое превышает эффективность первоначально применявшейся двухуровневой МСФ;
- 3) метод случайного фазового кодирования является стабильным, т. е. уменьшение динамического диапазона амплитуды Фурье-образа входной страницы достигается независимо от информационного содержания последней.

В [4] нами была развита теория записи Фурье-голограмм странично-организованной цифровой информации, базирующаяся на предположении о рэлеевском законе распределения амплитуд Фурье-образа входной страницы с МСФ. Такой подход оказался более эффективным и позволил

получить не только качественные результаты, характеризующие эффективность и стабильность метода случайного фазового кодирования, но также вывести аналитическое описание структуры поля записи, весьма необходимое для исследования различных проблем памяти, соотношения для расчета динамического диапазона интенсивности поля записи и глубины его модуляции, оценки необходимого экспозиционного отношения и эффективности МСФ. Однако оставался открытым вопрос о справедливости предположения о рэлеевском законе распределения амплитуд Фурье-образа входной страницы, сделанного на основе теоретических соображений. Кроме того, эксперименты по синтезу Фурье-голограмм с помощью ЭВМ, выполненные нами, показали, что двухуровневая МСФ не уступает по эффективности четырехуровневой, тогда как в работе [3] утверждалось, что последняя вдвое эффективнее двухуровневой. Двухуровневую же МСФ изготовить существенно легче. Не исследовался также вопрос о влиянии информационного содержания входной страницы на динамический диапазон амплитуды ее Фурье-образа. С целью получить ответы на все эти вопросы мы выполнили на ЭВМ серию экспериментов методом статистического моделирования, результаты которых приводим ниже.

Методика проведения эксперимента

Входная страница с МСФ описывается амплитудным пропусканием, которое имеет следующий вид [4].

$$U_I(x_I, y_I) = \sum_{n=1}^{M_I} \sum_{m=1}^{M_I} g(n, m) \operatorname{circ}(2\bar{r}_I) \exp[i\varphi_l(n, m)], \quad (1)$$

где $g(n, m)$ — двоичная функция, характеризующая распределение двоичной цифровой информации на входной странице:

$$\bar{r}_I = \frac{1}{d_I} \left\{ \left[x_I - \left(n - \frac{M_I + 1}{2} \right) q_I \right]^2 + \left[y_I - \left(m - \frac{M_I + 1}{2} \right) q_I \right]^2 \right\}^{1/2};$$

M_I — число строк (столбцов) на странице; d_I и q_I — диаметр информационных апертур на странице и расстояние между ними; $G_l(n, m)$ — l -уровневая случайная фаза ($0 \leq \varphi_l \leq 2\pi$), все уровни которой с равной вероятностью распределены по входной странице.

Распределение комплексных амплитуд светового поля, модулированного входной информацией (1) и подвергнутого Фурье-преобразованию, имеет вид

$$U_{IH}(\bar{x}_H, \bar{y}_H) = \frac{\pi A d_I^2}{4 i \lambda f} \Lambda_1(\pi \sqrt{\bar{x}_H^2 + \bar{y}_H^2}) \times \\ \times \sum_{n=1}^{M_I} \sum_{m=1}^{M_I} g(n, m) \exp \left\{ -2\pi i \beta_I \left[\bar{x}_H \left(n - \frac{M_I + 1}{2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \bar{y}_H \left(m - \frac{M_I + 1}{2} \right) \right] + i\varphi_l(n, m) \right\}. \quad (2)$$

Здесь A — амплитуда плоской световой волны, прошедшей через входную страницу; f — фокусное расстояние Фурье-объектива; $\beta_I = \frac{q_I}{d_I}$; $\Lambda_1(Z) = \frac{2J_1(Z)}{Z}$, $J_1(Z)$ — функция Бесселя первого рода; $\bar{x}_H = \frac{d_I}{\lambda f} x_H$. Множитель в виде двойной суммы в последнем выражении (2)

$$G(\bar{x}_H, \bar{y}_H) = \sum_{n=1}^{M_I} \sum_{m=1}^{M_I} g(n, m) \exp \left\{ -2\pi i \beta_I \left[\bar{x}_H \left(n - \frac{M_I + 1}{2} \right) + \right. \right.$$

$$+ \bar{y}_H \left(m - \frac{M_I + 1}{2} \right) \left] + i\varphi_l(n, m) \right\}, \quad (3)$$

содержащий сдвиги фаз $\varphi_l(n, m)$, определяет характер распределения амплитуд Фурье-образа входной страницы. В каждой точке плоскости записи (\bar{x}_H, \bar{y}_H) данный множитель представляет сумму K ($0 \leq K \leq M_I^2$) единичных векторов, имеющих случайные направления. Если K (хемминговский вес страницы) достаточно велико, что в соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей [5] действительная и мнимая части функции $G(\bar{x}_H, \bar{y}_H)$ являются гауссовыми случайными величинами. Отсюда следует, что амплитуда Фурье-образа страницы, определяемая модулем $G(\bar{x}_H, \bar{y}_H)$, распределена по закону Рэлея [6] с плотностью вероятности

$$P(G) = \frac{2G}{K} \exp\left(-\frac{G^2}{K}\right). \quad (4)$$

Выражения (1) и (3) легли в основу машинного эксперимента, выполненного методом статистического моделирования. Случайная фаза генерировалась стандартной программой с требуемым числом уровней квантования (l) интервала $(0, 2\pi)$. Набор единиц в странице, т. е. формирование $q(n, m)$, также осуществляется случайным образом с заранее заданной вероятностью. Эксперименты проводились со страницей на 32×32 бит, минимальной для разрабатываемых ГЗУ, так как с увеличением объема страницы закон распределения амплитуд будет больше приближаться к закону Рэлея. Фурье-образ страницы (3) подвергался дискретизации с шагом, определяемым в соответствии с теоремой отсчетов Котельникова, причем в эксперименте была использована выборка объемом 64×64 , что обеспечивает качественное восстановление исходной страницы. Амплитуда отсчетов в свою очередь квантовались на 40 уровней, что было выбрано уже в ходе экспериментов и обеспечило достаточную наглядность диаграмм. Каждый конкретный результат получался путем усреднения по ансамблю схожих экспериментов (более десяти), отличающихся содержанием входной страницы.

Результаты экспериментов

Первая серия экспериментов проводилась с целью проверки соответствия закона распределения амплитуд Фурье-образа страницы — закону Рэлея (4). Результаты приведены в таблице, а также на рис. 2 в виде диаграммы распределения амплитуд Фурье-образа страницы. Хемминговский вес страницы $K=132$ или $K/M_I^2 \approx 0.13$. Были приняты следующие обозначения; $N_{\text{кв}}$ — число уровней квантования амплитуды; G_N — общее число отсчетов Фурье-образа; G_N — число амплитуд попадающих на N -й уровень ($0 \leq N \leq N_{\text{кв}}=40$). Из рассмотрения диаграмм, приведенных на рис. 1, видно, что использование МСФ дает существенное улучшение в распределении амплитуд и значительное уменьшение динамического диапазона амплитуды Фурье-образа страницы в 3.3 раза. Основная доля отсчетов Фурье-образа при отсутствии МСФ имеет малые амплитуды: 12% в первом, 47% — во втором, 23% — в третьем, 8% — в четвертом уровнях и всего 10% приходится на остальные 36 уровней. Такое распределение амплитуд и порождает трудности получения качественных Фурье-голограмм с высокой дифракционной эффективностью [4]. При использовании МСФ увеличивается доля амплитуд на высоких уровнях и уменьшается на низких. Именно это наряду с уменьшением динамического диапазона амплитуды создает благоприятные условия для регистрации голограммы на линейном участке характеристической кривой регистрирующего материала и получения голограмм с высокой дифракционной эффективностью. На рис. 1 представлена также кривая распределения амплитуд по закону

Рэля. Аналогичные результаты для различных значений K приведены на рис. 2. Эти результаты подтверждают справедливость предположения о рэлеевском законе распределения амплитуд Фурье-образа страницы.

Далее мы исследовали эффективность МСФ в зависимости от числа уровней случайной фазы (l). Результаты этих экспериментов представлены в виде графиков на рис. 3. Из рассмотрения рис. 3 следует, что наиболее эффективной в отношении уменьшения динамического диапазона амплитуды Фурье-образа является двухуровневая МСФ. Дальнейшее увеличение числа уровней случайной фазы не улучшает эффективности МСФ,

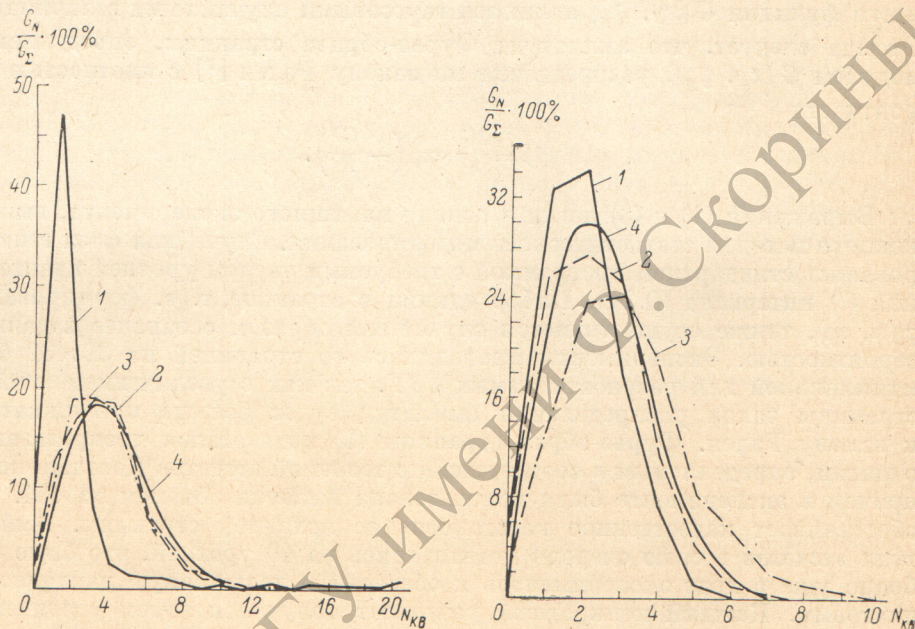


Рис. 1. Диаграммы распределения амплитуд Фурье-образа страницы по уровням. 1 — без использования МСФ, 2 — при использовании двухуровневой МСФ, 3 — при использовании четырехуровневой МСФ, 4 — кривая распределения Рэля по формуле (4).

Рис. 2. Диаграммы распределения амплитуд Фурье-образа страницы в зависимости от хемминговского веса и с использованием двухуровневой МСФ. 1 — при $K/M_T^2 = 1$, 2 — при $K/M_T^2 = 0.6$, 3 — при $K/M_T^2 = 0.3$, 4 — кривая распределения Рэля.

что подтверждает аналогичный вывод в [2, 3]. Однако в [2, 3] ошибочно полагалось, что эффективность четырехуровневой МСФ вдвое выше, чем двухуровневой. Двухуровневая МСФ дает также несколько лучшее распределение амплитуд, что следует из рассмотрения диаграммы 2 и 3 на рис. 1. Так как двухуровневая МСФ физически реализуется наиболее просто, то целесообразность ее использования в ГЗУ бесспорна.

Серия экспериментов проводилась с целью выяснения стабильности метода случайной фазы, для чего определялась эффективность МСФ для страниц с различным хемминговским весом в следующем пределах: $0 \leq K/M_T^2 \leq 1$. Страница с фиксированным весом двоичных единиц составлялась путем набора из случайных единиц с заданной вероятностью размещения в каждой позиции страницы, пропорциональной ее хемминговскому весу. Результаты представлены в виде графиков на рис. 4. Значения G_{max} для каждого значения хемминговского веса получены путем усреднения соответствующих результатов для десяти различных страниц с одинаковым значением K . График 2 на этом рисунке свидетельствует о стабильности метода случайной фазы, а именно МСФ приводит к существенному уменьшению динамического диапазона амплитуды Фурье-образа страницы независимо от содержания страницы.

N кв.	Распределение амплитуд Фурье-образа страницы по уровням			
	без МСФ	с двухуровневой МСФ	с четырехуровневой МСФ	по Рэлею
0	11.72	1.46	1.44	—
1	47.12	12.30	11.69	8.76
2	23.68	16.65	18.95	16.3
3	8.25	18.65	18.90	18.2
4	2.54	18.55	18.21	17.6
5	1.37	14.26	13.28	14.6
6	1.03	7.71	7.50	10.7
7	1.07	5.13	4.98	6.8
8	0.44	0.88	2.10	3.9
9	0.10	1.17	1.64	2
10	0.29	0.93	0.51	0.9
11	0.10	0.20	0.42	0.4
12	0.29	0.10	0.05	0.25
13	0.63	—	0.34	—
14	—	—	—	—
15	0.34	—	—	—
16	0.29	—	—	—
17	0.20	—	—	—
18	0.10	—	—	—
19	—	—	—	—
20	0.15	—	—	—
21	—	—	—	—
22	—	—	—	—
23	—	—	—	—
24	—	—	—	—
25	—	—	—	—
26	—	—	—	—
27	—	—	—	—
28	—	—	—	—
29	—	—	—	—
30	—	—	—	—
31	0.10	—	—	—
32	0.10	—	—	—
33	—	—	—	—
34	—	—	—	—
35	—	—	—	—
36	—	—	—	—
37	0.05	—	—	—
38	—	—	—	—
39	—	—	—	—
40	0.05	—	—	—

Результаты последних экспериментов подтверждают также справедливость простой формулы для оценки эффективности МСФ, данной в нашей книге [4]

$$\frac{\Delta I_{H \max}}{(\Delta I_{H \max})_{\text{МСФ}}} \approx 0.64 M_I, \quad (5)$$

где $\Delta I_{H \max}$ — динамический диапазон интенсивности поля записи без использования МСФ. По графикам, представленным на рис. 4, мы можем определить уменьшение динамического диапазона амплитуды. Чтобы пересчитать его для интенсивности, можно воспользоваться следующими соображениями. В [4] показано, что

$$G_{\max} = \frac{5}{4} \sqrt{\pi K} \Big|_{K=M_I^2} = \frac{5\sqrt{\pi}}{4} M_I.$$

Отсюда следует, что

$$M_I = \frac{4}{5\sqrt{\pi}} G_{\max}.$$

Следовательно, формуле (5) можно придать иной вид

$$\frac{\Delta I_{H \max}}{(\Delta I_{H \max})_{\text{МСФ}}} \approx 0.288 G_{\max}. \quad (6)$$

По графику 2 на рис. 4 находим $G_{\max} = 84$. Подставив это значение G_{\max} в (6), получаем

$$\frac{\Delta I_{H \max}}{(\Delta I_{H \max})_{\text{МСФ}}} \approx 24.$$

По формуле же (5)

$$\frac{\Delta I_{H \max}}{(\Delta I_{H \max})_{\text{МСФ}}} \approx 20.5, \text{ так как } M_I = 32.$$

Как видим, совпадение хорошее.

График 2 на рис. 4 показывает, что динамический диапазон амплитуды меняется с изменением хемминговского веса страницы. Это приводит к весьма нежелательным последствиям, связанным с разбросом параметров

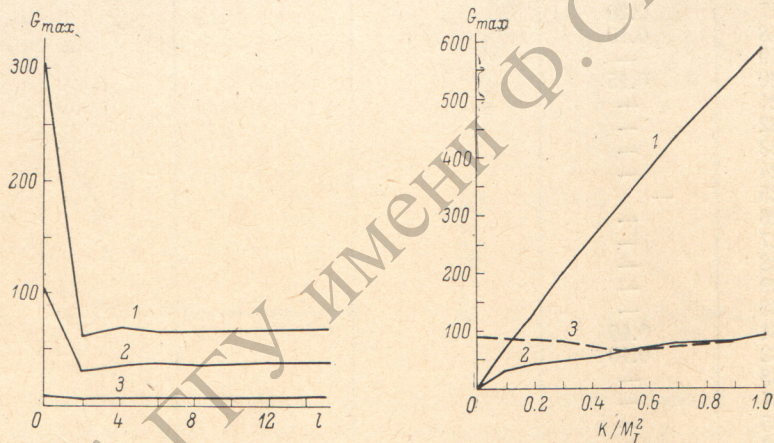


Рис. 3. Влияние МСФ на динамический диапазон амплитуды Фурье-образа страницы в зависимости от числа уровней фазы (l) и хемминговского веса страницы (K).

1 — при $K/M_I^2 = 0.5$, 2 — при $K/M_I^2 = 0.1$, 3 — при $K/M_I^2 = 0.01$.

Рис. 4. Влияние МСФ в зависимости от хемминговского веса страницы.

1 — без использования МСФ, 2 — с использованием МСФ, 3 — с МСФ и специальным кодированием входной страницы.

как самих голограмм, так и изображения страницы. Голограммы однородного качества получаются при кодировании каждого бита информации двумя соседними информационными апертурами [7], т. е. парафазным кодом. Недостатком такого кодирования является снижение плотности записи информации в два раза.

Предлагается следующий способ кодирования информации на входной странице: каждое n разрядное двоичное слово, хемминговский вес которого больше $n/2$, кодируется прямым двоичным кодом и снабжается признаком «0»; в противном случае — обратным кодом и снабжается признаком «1». Очевидно, хемминговский вес страницы (K'), сформированной описанным способом, всегда больше или равно хемминговскому весу обычной страницы (K), причем $K' \geq 0.5M_I^2$. Следовательно, достигается дополнительная стабилизация динамического диапазона амплитуды Фурье-образа страницы (см. график 3 на рис. 4), что приводит к соответствующей стабилизации параметров голограмм в матрице, что очень важно для ГЗУ. Описанный способ позволяет добиться всего этого без заметного снижения плотности записи информации.

Итак, в результате экспериментов, выполненных на ЭВМ методом статистического моделирования, получены следующие результаты.

1. Подтверждена справедливость предположения о рэлеевском законе распределения амплитуд Фурье-образа входной страницы с МСФ.

2. Показано, что оптимальной является двухуровневая МСФ, а не четырехуровневая, как предлагалось ранее.

3. Предложен и экспериментально проверен специальный способ кодирования информации при формировании входной страницы, обеспечивающий относительно высокую стабильность динамического диапазона амплитуды Фурье-образа страницы независимо от ее содержания.

Литература

- [1] C. V. Burckhardt. Appl. Opt., 9, 695, 1970.
- [2] Y. Takeda. Japan J. Appl. Phys., 11, 656, 1972.
- [3] Y. Takeda, Y. Oshida, Y. Miyamura. Appl. Opt., 11, 818, 1972.
- [4] А. А. Акаев, С. А. Майоров. Когерентные оптические вычислительные машины. «Машиностроение», Л., 1977.
- [5] Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. «Наука», М., 1964.
- [6] Справочник по вероятностным расчетам. «Военное издательство», М., 1970.
- [7] А. А. Вербовецкий, В. Б. Федоров. Опт. и спектр., 33, 1152, 1972.

Поступило в Редакцию 27 марта 1980 г.