МАТЕМАТИКА

УДК 512.542

О ЯДРЕ *p*-ПРЕФРАТТИНИЕВОЙ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНОЙ РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ

С.Ф. Каморников

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

ON CORE OF *p*-PREFRATTINI SUBGROUP OF A FINITE SOLUBLE GROUP

S.F. Kamornikov

F. Scorina Gomel State University

Пусть p – некоторое простое число и H – p-префраттиниева подгруппа конечной разрешимой группы G. В работе доказывается, что существуют элементы $x, y, z \in G$, для которых выполняется равенство $H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = \Phi_p(G)$.

Ключевые слова*: конечная разрешимая группа, p-префраттиниева подгруппа, ядро подгруппы, обобщенная подгруппа Фраттини.*

Let p be a prime, and H is a p-prefrattini subgroup of a finite soluble group G. In the paper it is proved that there exist elements $x, y, z \in G$ such that the equality $H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = \Phi_p(G)$ holds.

Keywords*: finite soluble group, p-prefrattini subgroup, core of subgroup, generalized Frattini subgroup.*

Введение

В [1] показано, что если $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, H – $\mathfrak{F}$-префраттиниева подгруппа конечной разрешимой группы G и $\Delta_{\mathfrak{F}}(G)$ – пересечение всех $\mathfrak{F}$-абнормальных максимальных подгрупп из G, то справедливы следующие утверждения:

1) $H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = \Delta_{\mathfrak{F}}(G)$ для некоторых x, y и z из G;

2) если либо группа G является S_4-свободной, либо формация $\mathfrak{F}$ состоит из S_3-свободных групп, то $H \cap H^x \cap H^y = \Delta_{\mathfrak{F}}(G)$ для некоторых x и y из G.

Частные аспекты приведенного выше результата рассматривались в работах автора [2] ($\mathfrak{F}$ – формация единичных групп, $\Delta_{\mathfrak{F}}(G) = \Phi(G)$ – подгруппа Фраттини группы G) и [3] ($\mathfrak{F}$ – формация всех нильпотентных групп, $\Delta_{\mathfrak{F}}(G) = \Delta(G)$ – подгруппа Гашюца группы G, т. е. пересечение всех абнормальных максимальных подгрупп группы G).

Поскольку $\Delta_{\mathfrak{F}}(G) = Core_G(H) = \bigcap_{x \in G} H^x$ для любой $\mathfrak{F}$-префраттиниевой подгруппы H группы G, то, по сути, речь идет о возможности представления ядра $\mathfrak{F}$-префратиниевой подгруппы в виде пересечения ограниченного числа (трех или четырех) сопряженных с ней подгрупп.

Отметим, что постановка такой задачи инициирована центральными результатами работ [4] и [5]. В [4] Пассман доказал, что в каждой p-разрешимой группе G найдутся три силовские p-подгруппы, пересечение которых равно $O_p(G)$. В.И. Зенков в [5] показал, что аналогичный результат имеет место для любой конечной группы.

В данной работе результат об $\mathfrak{F}$-префраттиниевых подгруппах конечной разрешимой группы G распространяется на ее p-префраттиниевы подгруппы. Отметим, что в общем случае множество всех p-префраттиниевых подгрупп группы G не совпадает с множеством всех ее $\mathfrak{F}$-префраттиниевых подгрупп.

Пусть p – некоторое простое число и $\Phi_p(G)$ – пересечение всех максимальных подгрупп группы G, индексы которых не делятся на p. Наша главная цель – доказательство следующей теоремы.

Теорема. *Пусть p – некоторое простое число. Если H – p-префраттиниева подгруппа конечной разрешимой группы G, то для некоторых x, y и z из G справедливо равенство*

$$H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = \Phi_p(G).$$

1 Предварительные результаты

В работе рассматриваются только конечные разрешимые группы, поэтому термин «группа» всегда означает «конечная разрешимая группа». Нами используются определения и обозначения, принятые в [6].

Концепция префраттиниевой подгруппы разрешимой группы предложена Гашюцем [7] в 1962 году. В оригинальном изложении префраттиниева подгруппа определяется как пересечение дополнений корон всех дополняемых главных факторов некоторого фиксированного главного ряда группы. Такой подход в дальнейшем широко исследовался и многократно обобщался. Наиболее яркое развитие он получил в работе Хоукса [8], который для насыщенной формации $\mathfrak{F}$ ввел понятие $\mathfrak{F}$-префраттиниевой подгруппы, рассматривая дополнения корон не всех дополняемых главных факторов, а лишь $\mathfrak{F}$-эксцентральных.

Отметим, что в теории конечных разрешимых групп известны и подходы (см., например, [9]–[12]), не использующие понятие «корона дополняемого главного фактора». Один из таких подходов, рассматривающий обобщенно префраттиниеву подгруппу группы G как пересечение некоторых ее максимальных подгрупп, мы используем при определении p-префраттиниевой подгруппы.

***Определение* 1.1**. Пусть p – некоторое простое число, $1 = A_0 \subset A_1 \subset ... \subset A_n = G$ – главный ряд группы G и $\{A_i / A_{i-1} \mid i \in I\}$ – множество всех дополняемых главных p'-факторов этого ряда. Пусть M_i $(i \in I)$ – максимальная подгруппа группы G, которая дополняет главный фактор A_i / A_{i-1}. Тогда подгруппа $\bigcap_{i\in I} M_i$ называется *p-префраттиниевой подгруппой* группы G (если в G нет дополняемых главных p'-факторов, то p-префраттиниевой подгруппой группы G считается сама группа G).

Проверка показывает, что определение p-префраттиниевой подгруппы является корректным: оно не зависит от выбора главного ряда группы. Из определения следует также, что p-префраттиниева подгруппа существует в любой группе.

Нам понадобится далее информация о свойствах подгруппы $\Phi_p(G)$. Доказательство следующей леммы осуществляется простой проверкой.

***Лемма* 1.1.** *Для любой группы G и любого простого числа p справедливы следующие утверждения*:

1) $O_p(G) \subseteq \Phi_p(G)$ *и*
$$\Phi_p(G) / O_p(G) = \Phi(G / O_p(G));$$
2) *если* $N \lhd G$, *то* $\Phi_p(G)N / N \subseteq \Phi_p(G / N)$;

3) *если* $N \lhd G$ *и* $N \subseteq \Phi_p(G)$, *то*
$$\Phi_p(G / N) = \Phi_p(G) / N;$$
4) $\Phi_p(G / \Phi_p(G)) = 1$.

Основные свойства p-префратиниевых подгрупп мы приведем в виде лемм. Напомним только, что если H – подгруппа группы G и A / B – ее нормальная секция, то говорят, что:

1) H *покрывает* A / B, если $HB \supseteq A$;

2) H *изолирует* A / B, если $H \cap A \subseteq B$.

***Лемма* 1.2** [13, теорема 2]. *Пусть H – p-префраттиниева подгруппа группы G. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) *если* $N \lhd G$, *то* HN / N *– p-префраттиниева подгруппа группы* G / N;

2) *H покрывает все главные p-факторы и все фраттиниевы главные факторы группы G*;

3) *H изолирует все дополняемые главные* p'*-факторы группы G*;

4) $Core_G(H) = \Phi_p(G)$;

5) *любые две p-префраттиниевы подгруппы группы G сопряжены*.

***Лемма* 1.3.** *Пусть N – минимальная нормальная* p'*-подгруппа группы G. Если M – максимальная подгруппа группы G, дополняющая N, то каждая p-префраттиниева подгруппа из M является p-префраттиниевой подгруппой группы G.*

Доказательство. Пусть H – p-префраттиниева подгруппа из M. Пусть
$$1 = A_0 \subset A_1 \subset ... \subset A_n = M$$
– главный ряд группы M и $\{A_i / A_{i-1} \mid i \in I\}$ – множество всех дополняемых главных p'-факторов этого ряда. По определению 1.1 $H = \bigcap_{i\in I} M_i$, где M_i $(i \in I)$ – максимальная подгруппа группы M, которая дополняет главный p'-фактор A_i / A_{i-1}.

Рассмотрим нормальный ряд
$$1 \subset N = A_0N \subset A_1N \subset ... \subset A_nN = MN = G \quad (1.1)$$
группы G. Так как
$$A_jN / A_{j-1}N = A_j / A_j \cap A_{j-1}N =$$
$$= A_j / A_{j-1}(A_j \cap N) = A_j / A_{j-1}$$
для каждого $j \in \{1, 2, ..., n\}$, то этот ряд является главным рядом группы G. Так как отображение $\alpha : mN \mapsto m$ является изоморфизмом групп G / N и M, то фактор $A_jN / A_{j-1}N$ является p'-фактором тогда и только тогда, когда фактор A_j / A_{j-1} является p'-фактором. Поэтому в ряду (1.1) p'-факторами будут только факторы N и $A_jN / A_{j-1}N$ для всех $j \in I$. Кроме того, все эти факторы являются дополняемыми: подгруппа N дополняется подгруппой M по условию, а дополнением к $A_jN / A_{j-1}N$ $(j \in I)$ является подгруппа M_jN.

Отсюда следует, что $M \cap (\bigcap_{i\in I} M_iN)$ – p-префраттиниева подгруппа группы G. Очевидно, $H = \bigcap_{i\in I} M_i \subseteq M \cap (\bigcap_{i\in I} M_iN)$. Так как по лемме 1.2 подгруппы H и $M \cap (\bigcap_{i\in I} M_iN)$ изолируют все дополняемые p'-главные факторы ряда (1) и покрывают все его остальные главные факторы, то ввиду леммы А.1.7 из [6] имеем, что $|H| = |M \cap (\bigcap_{i\in I} M_iN)|$. Отсюда и из $H \subseteq M \cap (\bigcap_{i\in I} M_iN)$ следует, что $H = M \cap (\bigcap_{i\in I} M_iN)$, т. е. H – p-префраттиниева подгруппа группы G. □

***Лемма* 1.4.** *Пусть N – минимальная нормальная подгруппа группы G и M – максимальная подгруппа группы G, дополняющая N. Тогда для любой подгруппы $H \subseteq M$ и любых элементов $m_1, m_2, \ldots, m_k$ из M справедливо равенство $\bigcap_{i=1}^{k} H^{m_i} N = (\bigcap_{i=1}^{k} H^{m_i})N$.*

Доказательство. Ввиду леммы Фраттини имеем

$$\bigcap_{i=1}^{k} H^{m_i} N = H^{m_1} N \cap H^{m_2} N \cap \ldots \cap H^{m_k} N =$$
$$= (H^{m_1} \cap (H^{m_2} N \cap \ldots \cap H^{m_k} N))N =$$
$$= (H^{m_1} \cap M \cap (H^{m_2} N \cap \ldots \cap H^{m_k} N))N =$$
$$= (H^{m_1} \cap (M \cap H^{m_2} N) \cap \ldots \cap (M \cap H^{m_k} N))N =$$
$$= (H^{m_1} \cap H^{m_2} (M \cap N) \cap \ldots \cap H^{m_k} (M \cap N))N =$$
$$= (\bigcap_{i=1}^{k} H^{m_i})N. \qquad \square$$

***Лемма* 1.5**. *Пусть N – нормальная p'-подгруппа группы G, содержащаяся в $Soc(G)$. Если H – такая подгруппа группы G, что $G = NH$ и $N \cap H = 1$, то $\Phi_p(G) = C_{\Phi_p(H)}(N)$.*

Доказательство. Пусть T – пересечение всех максимальных подгрупп группы G, которые содержат N и индексы которых не делятся на p. Тогда $\Phi_p(G) \subseteq T$ и $T / N = \Phi_p(G / N)$. Ввиду естественного изоморфизма $H \cong HN / N = G / N$ имеем равенство $\Phi_p(G / N) = \Phi_p(H)N / N$. Теперь из $\Phi_p(G)N / N \subseteq \Phi_p(G / N)$ следует включение $\Phi_p(G) \subseteq \Phi_p(H)N$.

Пусть W – минимальная нормальная подгруппа группы G, содержащаяся в N. Тогда $N = W \times W^*$, где W^* – нормальная подгруппа группы G. Так как подгруппа W дополняема в G максимальной подгруппой $W^* H$, индекс которой не делится на p, то $\Phi_p(G) \cap N = 1$. Следовательно,

$$\Phi_p(G) \subseteq C_G(N) \cap \Phi_p(H)N =$$
$$= (C_G(N) \cap \Phi_p(H))N = C_{\Phi_p(H)}(N) \times N.$$

Пусть $K = C_{\Phi_p(H)}(N)$. Ясно, что

$$N_G(K) \supseteq \langle H, N \rangle = G,$$

т. е. K – нормальная подгруппа группы G. Предположим, что найдется не содержащая K максимальная подгруппа M группы G, индекс которой не делится на p. В этом случае $KM = G$. Если $N \subseteq M$, то M / N – максимальная подгруппа группы G / N, а значит, $M \cap H$ – максимальная подгруппа группы H. Кроме того, индекс $|H : M \cap H| = |G : M|$ не делится на p. Но тогда $K \subseteq \Phi_p(H) \subseteq M \cap H \subseteq M$, что противоречит предположению.

Итак, N не содержится в M. Пусть $D = M \cap N$. Так как $N \subseteq Soc(G)$, то найдется минимальная нормальная подгруппа V группы G такая, что $N = V \times D$. Значит, M и DH – максимальные подгруппы группы G, дополняющие V. Подгруппы M и DH не сопряжены в G, так как DH содержит нормальную подгруппу K, а M не содержит K ввиду предположения. Тогда на основании утверждения A.16.9 из [6] $M \cap DH$ – максимальная подгруппа группы DH. А так как $M \cap DH = (M \cap H)D$, то подгруппа $M \cap H$ максимальна в H. Так как подгруппы M и H не сопряжены, то $MH = G$. Отсюда

$$|G| = |MH| = \frac{|M||H|}{|M \cap H|},$$

а значит

$$|G : M| = \frac{|G|}{|M|} = \frac{|H|}{|H \cap M|} = |H : H \cap M|$$

не делится на p. Поэтому имеем

$$K \subseteq \Phi_p(H) \subseteq M \cap H \subseteq M.$$

Снова пришли к противоречию.

Итак, каждая максимальная подгруппа группы G, индекс которой не делится на p, содержит K. Поэтому $K \subseteq \Phi_p(G)$. Теперь окончательно имеем

$$\Phi_p(G) = \Phi_p(G) \cap NK = (\Phi_p(G) \cap N)K = K. \quad \square$$

Мы будем опираться на следующие результаты, которые приведем в виде лемм.

***Лемма* 1.6** [14, теорема 1.4]. *Пусть G – разрешимая группа и V – конечный точный G-модуль. Если V вполне приводим, то существуют такие элементы $v_1, v_2, v_3 \in V$, для которых справедливо равенство $C_G(v_1) \cap C_G(v_2) \cap C_G(v_3) = 1$.*

***Лемма* 1.7** [6, лемма A.16.3]. *Пусть $G = NH$ – полупрямое произведение нормальной подгруппы N и подгруппы H. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) *если $n \in N$, то $H \cap H^n = C_H(n)$*;

2) $Core_G(H) = C_H(N)$.

Пусть H и K – подгруппы группы G, причем $K = Core_G(H)$. Следуя [1], будем говорить, что тройка (G, H, K) является *k-сопряженной системой*, если в G существуют такие элементы $g_1 = e,\ g_2, \ldots,\ g_k$, что $K = H^{g_1} \cap H^{g_2} \cap \ldots \cap H^{g_k}$.

В терминологии k-сопряженных систем основной результат данной работы утверждает, что если H – p-префраттиниева подгруппа конечной разрешимой группы G, то тройка $(G, H, \Phi_p(G))$ является 4-сопряженной системой.

2 Доказательство теоремы

Предположим, что теорема не верна и G – контрпример минимального порядка. Тогда тройка $(G, H, \Phi_p(G))$, где H – p-префраттиниева подгруппа группы *G*, не является 4-сопряженной системой.

2.1. $\Phi_p(G)=1$. *В частности*, $\Phi(G)=1$.

Предположим сначала, что $\Phi_p(G)\neq 1$. Тогда ввиду леммы 1.2

$$H\Phi_p(G)/\Phi_p(G)=H/\Phi_p(G)$$

– *p*-префраттиниева подгруппа группы $G/\Phi_p(G)$. Так как $\left|G/\Phi_p(G)\right|<\left|G\right|$, то

$$(G/\Phi_p(G),\ H/\Phi_p(G),\ \Phi_p(G/\Phi_p(G)))$$

– 4-сопряженная система. Кроме того, ввиду утверждения 4) леммы 1.1 справедливо равенство $\Phi_p(G/\Phi_p(G))=1$. Поэтому

$$(G/\Phi_p(G),\ H/\Phi_p(G),\ 1)$$

– 4-сопряженная система. Отсюда следует, что тройка $(G,H,\Phi_p(G))$ является 4-сопряженной системой. Пришли к противоречию с выбором группы *G*.

2.2. *В* G *существуют минимальная нормальная* p'*-подгруппа* N *и максимальная подгруппа* M *такие, что* $G=MN$, $M\cap N=1$ *и тройка* $(M,H,\Phi_p(M))$ *является* 4*-сопряженной системой. При этом* $\Phi_p(M)\neq 1$.

Пусть N – минимальная нормальная подгруппа группы *G*. Так как ввиду утверждения 2.1 $\Phi_p(G)=1$, то $O_p(G)=1$ и $\Phi(G)=1$. Поэтому из разрешимости группы G имеем, что N – дополняемая p'-подгруппа группы *G* и существует такая максимальная подгруппа M группы *G*, что $G=MN$ и $M\cap N=1$. Ввиду леммы 1.3 можем полагать, что $H\subseteq M$. Так как $\left|M\right|<\left|G\right|$, то ввиду выбора группы *G* тройка $(M,H,\Phi_p(M))$ является 4-сопряженной системой, т. е. в M найдутся такие элементы $m_1=e$, m_2, m_3 и m_4 для которых выполняется равенство

$$\Phi_p(M)=H\cap H^{m_2}\cap H^{m_3}\cap H^{m_4}.$$

Если $\Phi_p(M)=1$, то имеем, что

$$\Phi_p(G)=1=\Phi_p(M)=H\cap H^{m_2}\cap H^{m_3}\cap H^{m_4},$$

т. е. тройка $(G,H,\Phi_p(G))$ является 4-сопряженной системой. Пришли к противоречию.

2.3. *Подгруппа* N *является точным вполне приводимым* $\Phi_p(M)$*-модулем над полем* F_q *из* q *элементов, где* $q\neq p$. *В частности, имеет место равенство* $Core_{\Phi_p(M)N}(\Phi_p(M))=1$.

Так как *N* – минимальная нормальная p'-подгруппа группы *G*, то из разрешимости группы *G* следует, что *N* – абелева *q*-подгруппа для некоторого простого *q*, отличного от *p*. Очевидно, *N* – неприводимый *M*-модуль над полем F_q. По теореме Клиффорда [6, теорема B.7.3] подгруппа *N* является вполне приводимым $\Phi_p(M)$-модулем. Ввиду леммы 1.5 и утверждения 2.1 имеет место равенство $C_G(N)=1$. Поэтому $\Phi_p(M)$-модуль N является точным. Отсюда следует, что $Core_{\Phi_p(M)N}(\Phi_p(M))=1$.

2.4. *Тройка* $(\Phi_p(M)N,\Phi_p(M),1)$ *не является* 4*-сопряженной системой*.

Предположим, что тройка

$$(\Phi_p(M)N,\Phi_p(M),1)$$

является 4-сопряженной системой. Тогда по определению найдутся такие элементы $h_1=e$, h_2, h_3 и h_4 из $\Phi_p(M)N$, что $\bigcap_{i=1}^4(\Phi_p(M))^{h_i}=1$. Так как элемент h_i представим в виде $h_i=f_in_i$ для некоторых $f_i\in\Phi_p(M)$ и $n_i\in N$ $(i=1,2,3,4)$, то справедливо равенство $\bigcap_{i=1}^4(\Phi_p(M))^{n_i}=1$.

Рассмотрим подгруппу $D=\bigcap_{i=1}^4 H^{m_in_i}$. Тогда ввиду леммы 1.4 имеем

$$D\subseteq\bigcap_{i=1}^4 H^{m_in_i}N=\bigcap_{i=1}^4 H^{m_i}N=$$
$$=(\bigcap_{i=1}^4 H^{m_i})N=\Phi_p(M)N.$$

Отсюда

$$D=D\cap\Phi_p(M)N=\bigcap_{i=1}^4 H^{m_in_i}\cap\Phi_p(M)N=$$
$$=\bigcap_{i=1}^4(H^{m_i}\cap\Phi_p(M)N)^{n_i}=$$
$$=\bigcap_{i=1}^4\Phi_p(M)^{n_i}=1=\Phi_p(G).$$

Таким образом, тройка $(G,H,\Phi_p(G))$ является 4-сопряженной системой, что противоречит предположению.

2.5. *Заключительное противоречие*.

Ввиду утверждения 2.3 $\Phi_p(M)\cap N=1$ и *N* – точный вполне приводимый $\Phi_p(M)$-модуль над полем F_q из q элементов. Тогда ввиду леммы 1.6 существуют такие элементы $n_1,n_2,n_3\in N$, для которых выполняется равенство

$$C_{\Phi_p(M)}(n_1)\cap C_{\Phi_p(M)}(n_2)\cap C_{\Phi_p(M)}(n_3)=1.$$

Отсюда ввиду леммы 2.7 имеем, что

$$\Phi_p(M)\cap(\Phi_p(M))^{n_1}\cap(\Phi_p(M))^{n_2}\cap(\Phi_p(M))^{n_3}=1.$$

Но тогда тройка $(\Phi_p(M)N,\Phi_p(M),1)$ является 4-сопряженной системой, что противоречит утверждению 2.4. □

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ballester-Bolinches*, *A.* On two questions from the Kourovka Notebook / A. Ballester-Bolinches, J. Cossey, S.F. Kamornikov, H. Meng // J. Algebra. – 2018. – Vol. 499. – P. 438–449.

2. *Kamornikov*, *S.F.* Intersections of prefrattini subgroups in finite soluble groups / S.F. Kamornikov // Int. J. Group Theory. – 2017. – Vol. 6, № 2. – P. 1–5.

3. *Каморников*, *С.Ф.* Об одной характеризации подгруппы Гашюца конечной разрешимой

группы / С.Ф. Каморников // Фунд. и прикл. мат. – 2015. – Т. 20, № 6. – С. 65–75.

4. *Passman*, *D.S.* Groups with normal solvable Hall p'-subgroups / D.S. Passman // Trans. Amer. Math. Soc. – 1966. – Vol. 123, № 1. – P. 99–111.

5. *Зенков*, *В.И.* Пересечения нильпотентных подгрупп в конечных группах / В.И. Зенков // Фунд. и прикл. мат. – 1996. – Т. 2, № 1. – С. 1–92.

6. *Doerk*, *K.* Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New-York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

7. *Gaschütz*, *W.* Praefrattinigruppen / W. Gaschütz // Arch. Math. – 1962. – Vol. 13, № 3. – P. 418–426.

8. *Hawkes*, *T.* Analogues of prefrattini subgroups / T. Hawkes // Proc. Internat. Conf. Theory of Groups (Australian Nat. Univ., Canberra, 1965). – New York – London – Paris: Gordon and Breach, 1967. – P. 145–150.

9. *Kurzweil*, *H.* Die Praefrattinigruppe im Intervall eines Untergruppenver-bandes / H. Kurzweil // Arch. Math. – 1989. – Vol. 53. – P. 235–244.

10. *Шеметков*, *Л.А.* Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 256 с.

11. *Каморников*, *С.Ф.* О префраттиниевых подгруппах конечных разрешимых групп / С.Ф. Каморников // Сиб. матем. журн. – 2008. – Т. 49, № 6. – С. 1310–1318.

12. *Каморников*, *С.Ф.* Разрешимые ET-функторы групп / С.Ф. Каморников // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 3 (24). – С. 59–62.

13. *Каморников*, *С.Ф.* Проекторы разрешимых конечных групп: редукция к подгруппам префраттиниева типа / С.Ф. Каморников, Л.А. Шеметков // Доклады Академии наук. – 2011. – Т. 440, № 3. – С. 306–309.

14. *Dolfi*, *S.* Large orbits in coprime actions of solvable groups / S. Dolfi // Trans. Amer. Math. Soc. – 2008. – Vol. 360, № 1. – P. 135–152.

Поступила в редакцию 20.04.18.