



Учреждение образования
“ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ”
Кафедра теоретической физики

**МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ФИЗИКЕ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ**

Задания к контрольным работам
Специальность
1-31 04 01 Физика (по направлениям)
(1-31 04 01-02 производственная деятельность)

Материал подготовил
Андреев
Виктор Васильевич
кандидат физ.-мат. наук, доцент

Гомель, 2005



ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Пояснение к заданиям	3
2	Реакция $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$	3
3	Реакция $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$	3
4	Реакция $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$	4
5	Реакция $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$	4
6	Реакция $g + g \rightarrow q + \bar{q}$	5
7	Реакция $g + g \rightarrow g + g$	5
8	Реакция $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$	6
9	Реакция $q + q \rightarrow q + q$	6
10	Реакция $q + \bar{q} \rightarrow q + \bar{q}$	7
11	Реакция $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$	7
12	Реакция $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$	8
13	Реакция $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$	9
14	Реакция $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$	10
15	Реакция $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$	12
16	Литература	15



1 Пояснение к заданиям

Выполнение задания подразумевает следующие этапы:

1. Для энергий двух (и более) возможных энергий начальных частиц (энергии задает преподаватель) смоделировать энергии и углы вылета вторичных частиц в исследуемой системе отсчета. Получить не менее 100 значений каждой физической величины для каждого значения энергии начальной частицы.
2. Провести статистическую обработку полученных данных т.е. построить гистограммы энергетического и углового (только по углу θ) распределений вторичных частиц.
3. Провести качественный анализ полученных распределений в зависимости от энергии начальной частицы.

2 Реакция $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ в системе центра масс для безмассовых лептонов.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. для безмассовых электрона и позитрона в древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha_{QED}^2}{s} \frac{t^2 + u^2}{ut}, \quad (2.1)$$

где

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos\theta), \quad u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta), \quad (2.2)$$

а

$$s = 4E^2 \quad E - \text{энергия начального фотона}. \quad (2.3)$$

Постоянная тонкой структуры $\alpha_{QED} = 1/137$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

3 Реакция $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$ в системе центра масс для безмассовых лептонов.



Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. для безмассовых электрона древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = -\frac{\pi\alpha_{QED}^2 (s^2 + u^2)}{s u s}, \quad (3.1)$$

где

$$u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta), \quad (3.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального фотона}. \quad (3.3)$$

Постоянная тонкой структуры $\alpha_{QED} = 1/137$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

4 Реакция $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$ в системе центра масс для безмассовых кварков q .

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha_{QCD}^2}{288 s^3} (t^2 + u^2 + 2 m^2 (2 s - m^2)), \quad (4.1)$$

где

$$t = 2(m^2 - E^2)(1 - \cos\theta), \quad u = 2(m^2 - E^2)(1 + \cos\theta), \quad (4.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального кварка}. \quad (4.3)$$

Для моделирования использовать, что константа сильного взаимодействия равна $\alpha_{QD} = 0.12$, а масса кварка Q $m = 0.2$ ГэВ. Начальные кварки являются безмассовыми.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

5 Реакция $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$ в системе центра масс для безмассовых лептонов.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha_{QED}^2}{s^3} \left(\frac{t^4 + u^4 + s^4}{t^2} \right), \quad (5.1)$$



где

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta) \quad , u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta) \quad , \quad (5.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального электрона} . \quad (5.3)$$

Постоянная тонкой структуры $\alpha_{QED} = 1/137$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

6 Реакция $g + g \rightarrow q + \bar{q}$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $g + g \rightarrow q + \bar{q}$ (слияние двух глюонов в пару кварк-антикварк) в системе центра масс для безмассовых кварков.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \frac{2\pi\alpha_{QCD}^2}{9s} \left(\frac{t^2 + u^2}{u t} \right) \left[\frac{8}{3} - 6 \frac{u t}{s^2} \right] , \quad (6.1)$$

где

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta) \quad , u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta) \quad , \quad (6.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального глюона} . \quad (6.3)$$

Для моделирования использовать, что константа сильного взаимодействия равна $\alpha_{QD} = 0.12$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

7 Реакция $g + g \rightarrow g + g$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $g + g \rightarrow g + g$ (слияние двух глюонов в пару глюонов) в системе центра масс для безмассовых кварков.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \frac{9\pi\alpha_{QCD}^2}{16 s} \left(\frac{s^2 + t^2 + u^2}{s^2 u^2 t^2} \right) [s^4 + t^4 + u^4] , \quad (7.1)$$

где

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta) \quad , u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta) \quad , \quad (7.2)$$



а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального глюона} . \quad (7.3)$$

Для моделирования использовать, что константа сильного взаимодействия равна $\alpha_{QD} = 0.12$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

8 Реакция $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$ в системе центра масс для безмассовых частиц.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. для безмассовых электрона и позитрона древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \frac{\pi \alpha_{QED}^2 s^2 + u^2}{2 s t^2}, \quad (8.1)$$

где

$$t = -\frac{s}{2} (1 - \cos \theta) , u = -\frac{s}{2} (1 + \cos \theta) , \quad (8.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального электрона} . \quad (8.3)$$

Постоянная тонкой структуры $\alpha_{QED} = 1/137$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

9 Реакция $q + q \rightarrow q + q$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $q + q \rightarrow q + q$ в системе центра масс для безмассовых кварков.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \frac{2\pi \alpha_{QCD}^2}{9} \left[\frac{t^4 + u^4 + s^4}{u^2 t^2} - \frac{8 s^2}{3 t u} \right] , \quad (9.1)$$

где

$$t = -\frac{s}{2} (1 - \cos \theta) , u = -\frac{s}{2} (1 + \cos \theta) , \quad (9.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального кварка} . \quad (9.3)$$

Для моделирования использовать, что константа сильного взаимодействия равна $\alpha_{QD} = 0.12$.

10 Реакция $q + \bar{q} \rightarrow q + \bar{q}$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $q + \bar{q} \rightarrow q + \bar{q}$ в системе центра масс для безмассовых кварков.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{2\pi\alpha_{QCD}^2}{9} \left[s^4 + t^4 + u^4 - \frac{8}{3} (s t u^2) \right] \frac{1}{s^2 t^2}, \quad (10.1)$$

где

$$t = -\frac{s}{2} (1 - \cos\theta), \quad u = -\frac{s}{2} (1 + \cos\theta), \quad (10.2)$$

а

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального кварка}. \quad (10.3)$$

Для моделирования использовать, что константа сильного взаимодействия равна $\alpha_{QD} = 0.12$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$.

11 Реакция $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ в системе центра масс для безмассовых лептонов.

Дифференциальное сечение данного процесса в с.ц.и. для безмассовых электрона и позитрона в древесном приближении запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha_{QED}^2}{2s} [A_0 (1 + \cos^2\theta) + A_1 \cos\theta], \quad (11.1)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= 1 + 2 R_Z g_V^2 + R_Z^2 (g_V^2 + g_A^2), \\ A_1 &= 4 R_Z g_A^2 + 8 R_Z^2 g_V^2 g_A^2, \\ R_Z &= \frac{\sqrt{2} G_F M_Z^2}{s - M_Z^2} \left(\frac{4\pi s}{\alpha_{QED}} \right), \end{aligned} \quad (11.2)$$

а также

$$s = 4 E^2 \quad E - \text{энергия начального фотона}. \quad (11.3)$$

Постоянная тонкой структуры $\alpha_{QED} = 1/137$. Константы $g_A = -1/2, g_V = -0.0039$. Константа Ферми $G_F = 1.166 * 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$ и масса Z^0 -бозона $M_Z = 90 \text{ ГэВ}$.

Примечание. Здесь используется система единиц $\hbar = c = 1$. Энергия начального электрона $E < M_Z/2$.



12 Реакция $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс рассеяния гамма кванта на электроне в лабораторной системе отсчета.

Дифференциальное сечение комптоновского рассеянного фотона с энергией E_0 на свободном электроне с излучением вторичного фотона с энергией $E_\gamma = \epsilon E_0$ в лабораторной системе отсчета определяется формулой *Клейна-Нишины-Тамма*:

$$\frac{d\sigma(\epsilon, E_0)}{d\epsilon} = \frac{\pi r_0^2}{b_0^3 \epsilon^2} \left[1 + (b_0^2 - 2b_0 - 2)\epsilon + (1 + 2b_0)\epsilon^2 + b_0^2 \epsilon^3 \right], \quad (12.1)$$

где $b_0 = E_0/m_e$, r_0 - классический радиус электрона, m_e - масса электрона.

Кинематическая область ϵ находится в пределах:

$$\frac{1}{1 + 2b_0} \leq \epsilon \leq 1 \quad (12.2)$$

Сечение процесса (12.1) представим в виде:

$$\frac{d\sigma(\epsilon, E_0)}{d\epsilon} = \alpha f(\epsilon) g(\epsilon), \quad (12.3)$$

где

$$\alpha = 8\pi r_0^2 \frac{\ln(1 + 2b_0)}{b_0}, \quad (12.4)$$

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\ln(1 + 2b_0)} \frac{1}{\epsilon}, \quad (12.5)$$

$$g(\epsilon) = \frac{1}{2b_0^2 \epsilon} \left[1 + (b_0^2 - 2b_0 - 2)\epsilon + (1 + 2b_0)\epsilon^2 + b_0^2 \epsilon^3 \right]. \quad (12.6)$$

Алгоритм розыгрыша величины ϵ согласно общей схеме моделирования состоит из следующих шагов:

1. Розыгрывается величина ϵ из распределения $f(\epsilon)$ с помощью (γ_1, γ_2 - случайные числа генерируемые стандартным генератором)

$$\epsilon = \frac{1}{(1 + 2b_0) \gamma_1}$$



2. Вычисляем функцию режекции $g(\epsilon)$ и проверяем условие: если $\gamma_2 \leq g(\epsilon)$, то принимаем значение ϵ полученное в пункте 1, если $\gamma_2 > g(\epsilon)$, то начинаем снова с пункта 1.

После розыгрыша величины ϵ находим энергию вторичного фотона $E_\gamma = \epsilon E_0$, где E_0 -энергия начального фотона.

13 Реакция $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс рассеяния электрона на позитроне в лабораторной системе отсчета.

Сечение рассеяния позитрона на покоящемся электроне $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ дается формулой Баба. Поскольку при моделировании со средой данный процесс происходит на атомных электронах, то сечение рассеяния позитрона на одиночном электроне следует умножить на Z , чтобы получить сечение рассеяния позитронов на атомных электронах. Дифференциальное сечение может быть записано в виде:

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{2\pi r_0^2 Z}{\gamma - 1} \frac{1}{\epsilon^2} \left[B_0 - B_1\epsilon + B_2\epsilon^2 - B_3\epsilon^3 + B_4\epsilon^4 \right], \quad (13.1)$$

где $B_0 = 1/\beta^2$, а также

$$\beta^2 = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{E}{m_e}. \quad (13.2)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= 2 - Y^2, & B_2 &= (1 - 2Y)(3 + Y^2), \\ B_3 &= (1 - 2Y)^3 + (1 - 2Y)^2, & B_4 &= (1 - 2Y)^3 \end{aligned} \quad (13.3)$$

с $Y = 1/(\gamma + 1)$ и $\epsilon = T/(E_0 - m_e)$. Величина T задает кинетическую энергия электрона отдачи, а E_0 -энергия начального позитрона e^+ .

Кинематическая область ϵ находится для данного процесса в пределах

$$\epsilon_0 = \frac{T_{min}}{E_0 - m_e} \leq \epsilon \leq 1. \quad (13.4)$$

Здесь T_{min} - минимальная кинетическая энергия электрона, начиная с которой процесс неупругого рассеяния позитрона на электроне рассматривается как дискретный.

При энергиях $T < T_{min}$ столкновения включаются в непрерывные ионизационные потери энергии. Значение T_{min} обычно выбирают достаточно



большим, что сложно было рассматривать атомные электроны как практически свободные.

Разложение Батлера для сечения (13.1) имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \alpha f(\epsilon)g(\epsilon) \quad (13.5)$$

$$\alpha = \frac{2\pi r_0^2 Z}{(\gamma - 1)} \frac{1 - \epsilon}{\epsilon_0} \left[B_0 - B_1\epsilon + B_2\epsilon^2 - B_3\epsilon^3 + B_4\epsilon^4 \right] \quad (13.6)$$

$$f(\epsilon) = \frac{\epsilon_0}{1 - \epsilon_0} \frac{1}{\epsilon^2} \quad (13.7)$$

$$g(\epsilon) = \frac{B_0 - B_1\epsilon + B_2\epsilon^2 - B_3\epsilon^3 + B_4\epsilon^4}{B_0 - B_1\epsilon_0 + B_2\epsilon_0^2 - B_3\epsilon_0^3 + B_4\epsilon_0^4} \quad (13.8)$$

Алгоритм розыгрыша полной энергии электрона отдачи в данном процессе состоит из (γ_0, γ_1) -случайные числа)

1. Розыгрывается величина ϵ с плотностью распределения $f(\epsilon)$ (13.7) методом обратной функции с помощью случайного числа γ_0 :

$$\epsilon = \frac{1}{1 - (1 - \epsilon_0)\gamma_0} \quad (13.9)$$

2. Вычисляем функцию режекции $g(\epsilon)$ и с помощью γ_1 проверяем условие: если $g(\epsilon) \leq \gamma_1$, то принимаем значение ϵ , а если $g(\epsilon) > \gamma_1$, то начинаем снова с 1.

14 Реакция $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс рассеяния электрона на электроны в лабораторной системе отсчета.

Сечение рассеяния электрона с энергией E_0 на покоящихся атомных электронах (или сечение образования δ -электронов) может быть записано в виде (формула Мёллера (Möller))

$$\frac{d\sigma(\epsilon)}{d\epsilon} = \frac{2\pi r_0^2 Z}{(\gamma - 1)\beta^2} \frac{1}{\epsilon^2(1 - \epsilon)^2} \left[1 + \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma^2} \epsilon(1 - \epsilon)^2 - \frac{[2\gamma^2 + 2\gamma - 1]}{\gamma^2} \epsilon(1 - \epsilon) \right]. \quad (14.1)$$



Здесь m_e - масса электрона, Z - атомный номер, r_0 - классический радиус электрона. Величины γ, β , и ϵ определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{E_0}{m_e}, \\ \beta^2 &= \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1}, \\ \epsilon &= \frac{T}{E_0 - m_e},\end{aligned}\quad (14.2)$$

где T - кинетическая энергия отдачи электрона (электрона с меньшей энергией).

Кинематическая область для переменной ϵ :

$$\epsilon_0 = \frac{T_{min}}{E_0 - m_e} \leq \epsilon \leq \frac{1}{2}. \quad (14.3)$$

Сокращение области в два раза по сравнению с e^+e^- рассеянием связано с тождественностью вторичных электронов.

T_{min} - пороговая (минимальная) энергия первичного электрона начиная с которой процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ можно рассматривать как дискретный. Как и в случае e^+e^- рассеивания величина T_{min} берется такой, чтобы атомные электроны можно считать свободными.

Разложение Батлера для данного процесса примет вид:

$$\frac{d\sigma(\epsilon)}{d\epsilon} = \alpha f(\epsilon) g(\epsilon), \quad (14.4)$$

где

$$\alpha = \frac{2\pi r_0^2 Z}{(\gamma - 1)\gamma^2} \frac{(9\gamma^2 - 10\gamma + 5)}{4} \frac{(1 - 2\epsilon_0)}{\epsilon_0}, \quad (14.5)$$

$$f(\epsilon) = \frac{\epsilon_0}{1 - 2\epsilon_0} \frac{1}{\epsilon^2}, \quad (14.6)$$

$$\begin{aligned}g(\epsilon) &= \frac{4}{9\gamma^2 - 10\gamma + 5} \times \\ &\times \left[(\gamma - 1)^2 \epsilon^2 - (2\gamma^2 + 2\gamma - 1) \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} + \frac{\gamma^2}{(1 - \epsilon)^2} \right].\end{aligned}\quad (14.7)$$

Для того чтобы разыгрывать энергию отдачи электрона (напомним, что это электрон с меньшей энергией) необходимо:



1. Разыгрывается величина ϵ с плотностью распределения $f(\epsilon)$ (14.6) методом обратной функции с помощью случайного числа γ_0 :

$$\epsilon = \frac{\epsilon_0}{1 - (1 - \epsilon_0)\gamma_0}. \quad (14.8)$$

2. Вычисляем функцию режекции $g(\epsilon)$ (14.7) и с помощью γ_1 проверяем условие:

если $g(\epsilon) \leq \gamma_1$, то принимаем значение ϵ ,
а если $g(\epsilon) > \gamma_1$, то начинаем снова с 1.

3. Энергию отдачи электрона E'_1 вычисляем по формуле:

$$E'_1 = (E_0 - m_e)\epsilon + m_e. \quad (14.9)$$

4. Далее используя кинематические соотношения лабораторной системы отсчета рассчитываем энергию второго конечного электрона E'_2 и углы вылета вторичных электронов.

15 Реакция $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$

С помощью метода Монте-Карло смоделировать процесс аннигиляции позитрона на атомном электроном в два гамма кванта в лабораторной системе отсчета.

Дифференциальное сечение процесса аннигиляция позитрона e^+ с энергией E_0 на покоящемся электроном e^- в два γ -кванта может быть записано в виде

$$\frac{d\sigma(\epsilon)}{d\epsilon} = C_1 [S(a\epsilon) + S(a(1-\epsilon))] \quad , \quad (15.1)$$

где

$$\gamma = \frac{E_0}{m_e}, \quad a = \gamma + 1 \quad (15.2)$$

а m_e – масса электрона. Функция $S(x)$ задается выражением:

$$S(x) = \left[-1 + \frac{C_2}{x} - \frac{1}{x^2} \right] \quad , \quad (15.3)$$

а коэффициенты C_1, C_2

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\pi r_0^2}{\gamma - 1}, \\ C_2 &= a + \frac{2\gamma}{a}. \end{aligned} \quad (15.4)$$



Величина ε связана с энергией одного из вторичных фотонов с наименьшей энергией k_1 соотношением:

$$\varepsilon = \frac{k_1}{E_0 + m_e}. \quad (15.5)$$

Если позитрон взаимодействует с атомными электронами, то величина сечения (15.1) должна быть умножена на атомный номер среды Z (количество атомных электронов), т.е.

$$\frac{d\sigma(Z, \varepsilon)}{d\varepsilon} = Z \frac{d\sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon}. \quad (15.6)$$

Кинематические пределы для величины ε находятся в области:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{a + \sqrt{\gamma^2 - 1}} \leq \varepsilon \leq 1 - \varepsilon_0. \quad (15.7)$$

Разложение Батлера для (15.6) состоит из одного слагаемого и запишется в виде

$$\frac{d\sigma(Z, \varepsilon) d\varepsilon}{d\varepsilon} = \alpha f(\varepsilon) g(\varepsilon) \quad (15.8)$$

с

$$\alpha = \frac{\pi r_0^2 Z m_e}{E_0 - m_e} \ln \left(\frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right), \quad (15.9)$$

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\ln \left(\frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)} \frac{1}{\varepsilon}, \quad (15.10)$$

и функцией режекции

$$g(\varepsilon) = [S(a\varepsilon) + S(a(1 - \varepsilon))]\varepsilon. \quad (15.11)$$

С помощью разложения Батлера (15.8) энергия вторичного фотона может быть получена путем методом Монте-Карло следующим образом (напомним, что γ_0, γ_1 - случайные числа равномерно распределенные на интервале (0,1)):

1. Получить значение ε с помощью функции плотности вероятности $f(\varepsilon)$ (15.10), разрешая уравнение ниже относительно ε

$$F(\varepsilon) = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} f(\varepsilon') d\varepsilon' = \frac{1}{\ln \left(\frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon'}{\varepsilon'} = \gamma_0 \quad (15.12)$$



2. Проверяем условие с помощью функции режекции $g(\varepsilon)$ и γ_1 :
если $\gamma_1 \leq g(\varepsilon)$, то принимаем данное значение ε ;
если $\gamma_1 > g(\varepsilon)$, то начинаем вновь с пункта 1.

После розыгрыша ε энергия фотона k вычисляется с помощью соотношения

$$k_1 = (E_0 + m_e) \varepsilon \quad (15.13)$$

3. Далее используя кинематические соотношения лабораторной системы отсчета рассчитываем энергию второго (конечного) фотона k_2 и углы вылета фотонов $\cos \theta_{\gamma_1}$ и электрона $\cos \theta_{\gamma_2}$. Сферические углы ϕ_{γ}, ϕ_e принимают значения в интервале $(0, 2\pi)$ с равной вероятностью и следовательно могут быть разыграны как равномерно распределенные величины.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРНИН



16 Литература

1. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.:Наука,1973. 321 с.
2. Биндер К. Общие вопросы теории и техники статистического моделирования методом Монте-Карло // Методы Монте-Карло в статистической физике.- М.: Мир, 1982.-400с.
3. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.:Наука,1971. 328 с.
4. Калиновский А.Н., Мохов Н.В., Никитин Ю.П. Прохождение частиц высоких энергий через вещество М.: Энергоиздат 1985. 248с.
5. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.:Наука,1982. 296 с.
6. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: В 2-х частях. Часть 1. М.: Мир, 1990.-349 с.
7. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: В 2-х частях. Часть 2. М.: Мир, 1990.-400 с.
8. Аккерман А.Ф. Моделирование траекторий заряженных частиц. М.: Энергоиздат 1991. 200 с.
9. GEANT4 User's Documents: Physics Reference Manual <http://geant4.web.cern.ch/geant4>.
10. Соболев И.М. Метод Монте-Карло (популярные лекции по математике, выпуск 46), М., Наука,1978.
11. Салеев В.А., Ручков В. В. Моделирование процессов прохождения нейтронов и электронов через вещество методом Монте-Карло: учебное пособие к физическому практикуму по атомной и ядерной физике. Из-до Тольяттинский филиал Самарского Государственного Педагогического Института, Тольятти 1993 г.
12. Войтишек А.В. Основы метода Монте-Карло в алгоритмах и задачах. Новосибирск, НГУ, 1997