

*УО “Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины”
Кафедра теоретической физики*

**Техника вычислений процессов взаимодействия
элементарных частиц**

Специальность 1-31 04 01 Физика (по направлениям)
(1-31 04 01-02 производственная деятельность)

*Лекции: 20 часов
Практические занятия: 6 часов*

Подготовил:

**Андреев
Виктор Васильевич
к.ф.-м.н., доцент**

Содержание I

1 Содержание

2 Система единиц $\hbar = c = 1$

3 Пространство Минковского

- Основные определения в пространстве Минковского
- Тензор Леви-Чивита в пространстве Минковского

4 Базис пространства Минковского

- Изотропная тетрада
- Базис пространства Минковского и физические векторы

5 Матрицы Дирака

- Основные свойства
- Представления матриц Дирака
- Произведения матриц Дирака
- Шпуры от произведения γ -матриц
- Разложение четырехмерных матриц

6 Базисные спиноры

7 Основные уравнения для базисных спиноров

8 Уравнение Дирака

9 Описание спиновых свойств фермионов

Содержание II

- Выбор вектора поляризации
- 10 Проективные операторы уравнения Дирака
- 11 Спиноры Дирака и базисные спиноры
- 12 Явный вид базисных спиноров
- 13 Коэффициенты разложения
- 14 Итоги
- 15 Диаграммы и правила Фейнмана
- 16 Построение матричных элементов.
 - Суммирование по поляризациям частиц
- 17 Структура амплитуды
- 18 Метод расчета квадратов
- 19 Метод базисных спиноров

Система единиц $\hbar = c = 1$

Как отмечено в книге Л.Б.Окуня: “Разумно выбранные единицы при описании некоторого круга явлений представляют собой могучий инструмент науки. Используя адекватные единицы, легко провести размерный анализ явления, оценить по порядку величины его характерный масштаб, выявить его связь с другими, на первый взгляд далекими явлениями.”

В квантовой теории поля и в физике элементарных частиц характерная скорость частиц достаточно часто близка к скорости света т.е. $v_{\text{хар.}} \sim c$. Это означает, что эти разделы физики имеют дело с квантовыми релятивистскими явлениями и поэтому в качестве единицы действия и скорости удобно выбрать квант действия \hbar и скорость света c соответственно. Естественным продолжением такого построения является положение, что действие и скорость безразмерны, а константы \hbar и c равными единице т.е.

$$\hbar = c = 1. \quad (2.1)$$

Вследствие (2.1) изменятся размерности физических величин.

Система единиц $\hbar = c = 1$

Как отмечено в книге Л.Б.Окуня: “Разумно выбранные единицы при описании некоторого круга явлений представляют собой могучий инструмент науки. Используя адекватные единицы, легко провести размерный анализ явления, оценить по порядку величины его характерный масштаб, выявить его связь с другими, на первый взгляд далекими явлениями.”

В квантовой теории поля и в физике элементарных частиц характерная скорость частиц достаточно часто близка к скорости света т.е. $v_{\text{хар.}} \sim c$. Это означает, что эти разделы физики имеют дело с квантовыми релятивистскими явлениями и поэтому в качестве единицы действия и скорости удобно выбрать квант действия \hbar и скорость света c соответственно. Естественным продолжением такого построения является положение, что действие и скорость безразмерны, а константы \hbar и c равными единице т.е.

$$\hbar = c = 1. \tag{2.1}$$

Вследствие (2.1) изменятся размерности физических величин.

Система единиц $\hbar = c = 1$

Как отмечено в книге Л.Б.Окуня: “Разумно выбранные единицы при описании некоторого круга явлений представляют собой могучий инструмент науки. Используя адекватные единицы, легко провести размерный анализ явления, оценить по порядку величины его характерный масштаб, выявить его связь с другими, на первый взгляд далекими явлениями.”

В квантовой теории поля и в физике элементарных частиц характерная скорость частиц достаточно часто близка к скорости света т.е. $v_{\text{хар.}} \sim c$. Это означает, что эти разделы физики имеют дело с квантовыми релятивистскими явлениями и поэтому в качестве единицы действия и скорости удобно выбрать квант действия \hbar и скорость света c соответственно. Естественным продолжением такого построения является положение, что действие и скорость безразмерны, а константы \hbar и c равными единице т.е.

$$\hbar = c = 1. \tag{2.1}$$

Вследствие (2.1) изменятся размерности физических величин.

Система единиц $\hbar = c = 1$

Как отмечено в книге Л.Б.Окуня: “Разумно выбранные единицы при описании некоторого круга явлений представляют собой могучий инструмент науки. Используя адекватные единицы, легко провести размерный анализ явления, оценить по порядку величины его характерный масштаб, выявить его связь с другими, на первый взгляд далекими явлениями.”

В квантовой теории поля и в физике элементарных частиц характерная скорость частиц достаточно часто близка к скорости света т.е. $v_{\text{хар.}} \sim c$. Это означает, что эти разделы физики имеют дело с квантовыми релятивистскими явлениями и поэтому в качестве единицы действия и скорости удобно выбрать квант действия \hbar и скорость света c соответственно. Естественным продолжением такого построения является положение, что действие и скорость безразмерны, а константы \hbar и c равными единице т.е.

$$\hbar = c = 1. \quad (2.1)$$

Вследствие (2.1) изменятся размерности физических величин.

Так, скорость v , действие S и угловой момент J становятся безразмерными величинами: $[v] = [S] = [J]$. Размерности пространственных координат r и временной координаты t одинаковы так как ($r = vt$). Используя физические законы можно получить, что размерности энергии, импульса и массы m совпадают: $[E] = [p] = [m]$.

Квантовомеханическое соотношение $E = \hbar\omega \sim \frac{\hbar}{t}$ приводит к тому, что

$$[E] = [p] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}] .$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что сила $F \sim \frac{p}{t} \rightarrow [F] = [m^2]$

Таким образом, все физические величины, имеющие отличную от нуля размерность в единицах $\hbar = c = 1$ можно измерять в единицах энергии или массы (или длины).

Так, скорость v , действие S и угловой момент J становятся безразмерными величинами: $[v] = [S] = [J]$. Размерности пространственных координат r и временной координаты t одинаковы так как ($r = vt$). Используя физические законы можно получить, что размерности энергии, импульса и массы m совпадают: $[E] = [\mathbf{p}] = [m]$.

Квантовомеханическое соотношение $E = \hbar\omega \sim \frac{\hbar}{t}$ приводит к тому, что

$$[E] = [\mathbf{p}] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}] .$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что сила $\mathbf{F} \sim \frac{\mathbf{p}}{t} \rightarrow [\mathbf{F}] = [m^2]$

Таким образом, все физические величины, имеющие отличную от нуля размерность в единицах $\hbar = c = 1$ можно измерять в единицах энергии или массы (или длины).

Так, скорость v , действие S и угловой момент J становятся безразмерными величинами: $[v] = [S] = [J]$. Размерности пространственных координат r и временной координаты t одинаковы так как ($r = vt$). Используя физические законы можно получить, что размерности энергии, импульса и массы m совпадают: $[E] = [p] = [m]$.

Квантовомеханическое соотношение $E = \hbar\omega \sim \frac{\hbar}{t}$ приводит к тому, что

$$[E] = [p] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}] .$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что сила $F \sim \frac{p}{t} \rightarrow [F] = [m^2]$

Таким образом, все физические величины, имеющие отличную от нуля размерность в единицах $\hbar = c = 1$ можно измерять в единицах энергии или массы (или длины).

Так, скорость v , действие S и угловой момент J становятся безразмерными величинами: $[v] = [S] = [J]$. Размерности пространственных координат r и временной координаты t одинаковы так как ($r = vt$). Используя физические законы можно получить, что размерности энергии, импульса и массы m совпадают: $[E] = [\mathbf{p}] = [m]$.

Квантовомеханическое соотношение $E = \hbar\omega \sim \frac{\hbar}{t}$ приводит к тому, что

$$[E] = [\mathbf{p}] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}] .$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что сила $\mathbf{F} \sim \frac{\mathbf{p}}{t} \rightarrow [\mathbf{F}] = [m^2]$

Таким образом, все физические величины, имеющие отличную от нуля размерность в единицах $\hbar = c = 1$ можно измерять в единицах энергии или массы (или длины).

Так, скорость v , действие S и угловой момент J становятся безразмерными величинами: $[v] = [S] = [J]$. Размерности пространственных координат r и временной координаты t одинаковы так как ($r = vt$). Используя физические законы можно получить, что размерности энергии, импульса и массы m совпадают: $[E] = [\mathbf{p}] = [m]$.

Квантовомеханическое соотношение $E = \hbar\omega \sim \frac{\hbar}{t}$ приводит к тому, что

$$[E] = [\mathbf{p}] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}] .$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что сила $\mathbf{F} \sim \frac{\mathbf{p}}{t} \rightarrow [\mathbf{F}] = [m^2]$

Таким образом, все физические величины, имеющие отличную от нуля размерность в единицах $\hbar = c = 1$ можно измерять в единицах энергии или массы (или длины).

Так, скорость v , действие S и угловой момент J становятся безразмерными величинами: $[v] = [S] = [J]$. Размерности пространственных координат r и временной координаты t одинаковы так как ($r = vt$). Используя физические законы можно получить, что размерности энергии, импульса и массы m совпадают: $[E] = [\mathbf{p}] = [m]$.

Квантовомеханическое соотношение $E = \hbar\omega \sim \frac{\hbar}{t}$ приводит к тому, что

$$[E] = [\mathbf{p}] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}] .$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что сила $\mathbf{F} \sim \frac{\mathbf{p}}{t} \rightarrow [\mathbf{F}] = [m^2]$

Таким образом, все физические величины, имеющие отличную от нуля размерность в единицах $\hbar = c = 1$ можно измерять в единицах энергии или массы (или длины).

Отдельной заметки заслуживает вопрос: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div}\mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div}\mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div}\mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

Отдельной заметки заслуживает **вопрос**: Каковы размерности заряда e , электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей?

Для ответа на этот вопрос для описания электродинамических явлений удобнее использовать систему единиц СГС и “рационализированные” единицы измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

В этой системе единиц уравнения Максвелла принимают вид (“рационализация” Хевисайда: в уравнениях Максвелла отсутствует множитель 4π):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div}\mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

а закон Кулона для зарядов $Q_1 = q_1 e$ и $Q_2 = q_2 e$, где e – элементарный заряд, равный заряду электрона, т.е. $e = -|e|$, а q_1 и q_2 – **безразмерные** числа запишется следующим образом:

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2 q_1 q_2}{4\pi \mathbf{r}^2} = \alpha_{em} \frac{q_1 q_2}{\mathbf{r}^2}, \quad (2.3)$$

где α_{em} постоянная тонкой структуры ($\alpha_{em} = \frac{1}{137,03599911}$).

Поскольку $[\mathbf{F}] = [\mathbf{r}^{-2}] \rightarrow [e]_{\text{сгс}} = 1$ т.е. элементарный заряд e – безразмерная величина.

Используя другие электродинамические соотношения можно показать, что $[\mathbf{E}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{D}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{H}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{B}]_{\text{сгс}} = [m^2] = [\mathbf{r}^{-2}]$.

В качестве **естественной** единицы измерения энергии в системе отсчета $\hbar = c = 1$ принято использовать **электронвольт (эВ)** и производные единицы

$$1 \text{ КэВ} = 10^3 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ},$$

а закон Кулона для зарядов $Q_1 = q_1 e$ и $Q_2 = q_2 e$, где e – элементарный заряд, равный заряду электрона, т.е. $e = -|e|$, а q_1 и q_2 – **безразмерные** числа запишется следующим образом:

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2 q_1 q_2}{4\pi \mathbf{r}^2} = \alpha_{em} \frac{q_1 q_2}{\mathbf{r}^2}, \quad (2.3)$$

где α_{em} постоянная тонкой структуры ($\alpha_{em} = \frac{1}{137,03599911}$).

Поскольку $[\mathbf{F}] = [\mathbf{r}^{-2}] \rightarrow [e]_{\text{сгс}} = 1$ т.е. элементарный заряд e – безразмерная величина.

Используя другие электродинамические соотношения можно показать, что $[\mathbf{E}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{D}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{H}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{B}]_{\text{сгс}} = [m^2] = [\mathbf{r}^{-2}]$.

В качестве естественной единицы измерения энергии в системе отсчета $\hbar = c = 1$ принято использовать электронвольт (эВ) и производные единицы

$$1 \text{ КэВ} = 10^3 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ},$$

а закон Кулона для зарядов $Q_1 = q_1 e$ и $Q_2 = q_2 e$, где e – элементарный заряд, равный заряду электрона, т.е. $e = -|e|$, а q_1 и q_2 – **безразмерные** числа запишется следующим образом:

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2 q_1 q_2}{4\pi \mathbf{r}^2} = \alpha_{em} \frac{q_1 q_2}{\mathbf{r}^2}, \quad (2.3)$$

где α_{em} постоянная тонкой структуры ($\alpha_{em} = \frac{1}{137,03599911}$).

Поскольку $[\mathbf{F}] = [\mathbf{r}^{-2}] \rightarrow [e]_{\text{сгс}} = 1$ т.е. элементарный заряд e – безразмерная величина.

Используя другие электродинамические соотношения можно показать, что $[\mathbf{E}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{D}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{H}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{B}]_{\text{сгс}} = [m^2] = [\mathbf{r}^{-2}]$.

В качестве естественной единицы измерения энергии в системе отсчета $\hbar = c = 1$ принято использовать электронвольт (эВ) и производные единицы

$$1 \text{ КэВ} = 10^3 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ},$$

а закон Кулона для зарядов $Q_1 = q_1 e$ и $Q_2 = q_2 e$, где e – элементарный заряд, равный заряду электрона, т.е. $e = -|e|$, а q_1 и q_2 – **безразмерные** числа запишется следующим образом:

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2 q_1 q_2}{4\pi \mathbf{r}^2} = \alpha_{em} \frac{q_1 q_2}{\mathbf{r}^2}, \quad (2.3)$$

где α_{em} постоянная тонкой структуры ($\alpha_{em} = \frac{1}{137,03599911}$).

Поскольку $[\mathbf{F}] = [\mathbf{r}^{-2}] \rightarrow [e]_{\text{сгс}} = 1$ т.е. элементарный заряд e – безразмерная величина.

Используя другие электродинамические соотношения можно показать, что $[\mathbf{E}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{D}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{H}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{B}]_{\text{сгс}} = [m^2] = [\mathbf{r}^{-2}]$.

В качестве **естественной** единицы измерения энергии в системе отсчета $\hbar = c = 1$ принято использовать **электронвольт (эВ)** и производные единицы

$$1 \text{ КэВ} = 10^9 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ},$$

а закон Кулона для зарядов $Q_1 = q_1 e$ и $Q_2 = q_2 e$, где e – элементарный заряд, равный заряду электрона, т.е. $e = -|e|$, а q_1 и q_2 – **безразмерные** числа запишется следующим образом:

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2 q_1 q_2}{4\pi \mathbf{r}^2} = \alpha_{em} \frac{q_1 q_2}{\mathbf{r}^2}, \quad (2.3)$$

где α_{em} постоянная тонкой структуры ($\alpha_{em} = \frac{1}{137,03599911}$).

Поскольку $[\mathbf{F}] = [\mathbf{r}^{-2}] \rightarrow [e]_{\text{сгс}} = 1$ т.е. элементарный заряд e – безразмерная величина.

Используя другие электродинамические соотношения можно показать, что $[\mathbf{E}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{D}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{H}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{B}]_{\text{сгс}} = [m^2] = [\mathbf{r}^{-2}]$.

В качестве **естественной** единицы измерения энергии в системе отсчета $\hbar = c = 1$ принято использовать **электронвольт (эВ)** и производные единицы

$$1 \text{ КэВ} = 10^9 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ},$$

а закон Кулона для зарядов $Q_1 = q_1 e$ и $Q_2 = q_2 e$, где e – элементарный заряд, равный заряду электрона, т.е. $e = -|e|$, а q_1 и q_2 – **безразмерные** числа запишется следующим образом:

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2 q_1 q_2}{4\pi \mathbf{r}^2} = \alpha_{em} \frac{q_1 q_2}{\mathbf{r}^2}, \quad (2.3)$$

где α_{em} постоянная тонкой структуры ($\alpha_{em} = \frac{1}{137,03599911}$).

Поскольку $[\mathbf{F}] = [\mathbf{r}^{-2}] \rightarrow [e]_{\text{сгс}} = 1$ т.е. элементарный заряд e – безразмерная величина.

Используя другие электродинамические соотношения можно показать, что $[\mathbf{E}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{D}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{H}]_{\text{сгс}} = [\mathbf{B}]_{\text{сгс}} = [m^2] = [\mathbf{r}^{-2}]$.

В качестве **естественной** единицы измерения энергии в системе отсчета $\hbar = c = 1$ принято использовать **электронвольт (эВ)** и производные единицы

$$1 \text{ КэВ} = 10^9 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}, \quad 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ},$$

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются коэффициенты пересчета. Так например,

(2.4)

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются коэффициенты пересчета. Так например,

$$\begin{aligned}
 1 \text{ эВ} &= 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ Дж} \\
 1 \text{ Дж} &= 6.241506363 \times 10^{18} \text{ эВ} \\
 1 \text{ эВ} &= 1.78266191 \times 10^{-36} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2 = 1.78266191 \times 10^{-36} \text{ Дж} \\
 1 \text{ Дж} &= 5.6224091 \times 10^{35} \text{ эВ} \\
 1 \text{ ГэВ} &= 0.38270314 \text{ ккал/моль}
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются коэффициенты пересчета. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ} &= 10^6 \text{ электрон Вольт} , \\
 1 \text{ МэВ} &= 1,602176634 \times 10^{-13} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,602176634 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ ГэВ} &= 1,602176634 \text{ умножить на } 10^9 \text{ Дж} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Электронвольт – это кинетическая энергия, которую приобрел электрон, пройдя расстояние между двумя точками с разностью потенциалов в 1 Вольт.

Для удобства при переходе к другим единицам измерения имеются **коэффициенты пересчета**. Так например,

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,510998910 \text{ МэВ} , \\
 1 \text{ МэВ}^{-1} &= 197,3269631 \text{ Ферми} , \\
 1 \text{ эВ} &= 1,78266181 \times 10^{-36} \text{ грамм} = 1,60217653 \times 10^{-19} \text{ Дж} , \\
 1 \text{ эВ}^{-1} &= 6,58211915 \times 10^{-16} \text{ сек} , \\
 1 \text{ ГэВ}^{-2} &= 0,389379323 \text{ миллибарн} .
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Далее, практически везде будем использовать систему единиц $\hbar = c = 1$, дополненную системой единиц СГС и “рационализированными” единицами измерения электрического заряда (единицы Хевисайда-Лоренца).

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Пространство Минковского

Пространство Минковского – четырёхмерное псевдоевклидово пространство, предложенное Германом Минковским (1908)^a в качестве геометрической интерпретации пространства-времени в специальной теории относительности; каждому событию соответствует точка пространства Минковского, в лоренцевых (или галилеевых) координатах три координаты которой представляют собой декартовы координаты трёхмерного евклидова пространства, а четвёртая – временную координату ct , где c – скорость света, t – время события. (Источник: <http://ru.wikipedia.org/wiki/>)

^aЭто пространство было также рассмотрено Анри Пуанкаре в 1905. Анри Пуанкаре первым установил и детально изучил одно из самых важных свойств преобразований Лоренца – их групповую структуру, и показал, что “преобразования Лоренца представляют ни что иное, как поворот в пространство четырех измерений, точки которого имеют координаты (x, y, z, it) ”. “Таким образом, Пуанкаре по крайней мере за три года до Минковского объединил пространство и время в единое четырехмерное пространство-время.”

Сделаем несколько замечаний о ковариантных обозначениях, используемых при описании пространства Минковского. Формально ковариантное описание приводит к тому, что выражения для четырехмерных объектов записываются как целое т.е. не отдельных компонент, а сразу для всего набора компонент. С точки зрения математической записи в выражениях появляются четырехмерные индексы (например, μ, ν), а не его значения 0, 1, 2, 3.

Примером ковариантной записи может служить выражение

$$A^\mu B_\nu, \quad (2.1)$$

а не ковариантной

$$A^1 B_0. \quad (2.2)$$

Лоренц-ковариантность, означает что данная физическая величина при преобразованиях Лоренца, связывающих переход от одной системы отсчета к другой, трансформируются по определенному закону.

Сделаем несколько замечаний о ковариантных обозначениях, используемых при описании пространства Минковского. Формально ковариантное описание приводит к тому, что выражения для четырехмерных объектов записываются как целое т.е. не отдельных компонент, а сразу для всего набора компонент. С точки зрения математической записи в выражениях появляются четырехмерные индексы (например, μ, ν), а не его значения 0, 1, 2, 3.

Примером ковариантной записи может служить выражение

$$A^\mu B_\nu, \quad (2.1)$$

а не ковариантной

$$A^1 B_0. \quad (2.2)$$

Лоренц-ковариантность, означает что данная физическая величина при преобразованиях Лоренца, связывающих переход от одной системы отсчета к другой, трансформируются по определенному закону.

Сделаем несколько замечаний о ковариантных обозначениях, используемых при описании пространства Минковского. Формально ковариантное описание приводит к тому, что выражения для четырехмерных объектов записываются как целое т.е. не отдельных компонент, а сразу для всего набора компонент. С точки зрения математической записи в выражениях появляются четырехмерные индексы (например, μ, ν), а не его значения 0, 1, 2, 3.

Примером ковариантной записи может служить выражение

$$A^\mu B_\nu, \quad (2.1)$$

а не ковариантной

$$A^1 B_0. \quad (2.2)$$

Лоренц-ковариантность, означает что данная физическая величина при преобразованиях Лоренца, связывающих переход от одной системы отсчета к другой, трансформируются по определенному закону.

Сделаем несколько замечаний о ковариантных обозначениях, используемых при описании пространства Минковского. Формально ковариантное описание приводит к тому, что выражения для четырехмерных объектов записываются как целое т.е. не отдельных компонент, а сразу для всего набора компонент. С точки зрения математической записи в выражениях появляются четырехмерные индексы (например, μ, ν), а не его значения 0, 1, 2, 3.

Примером ковариантной записи может служить выражение

$$A^\mu B_\nu, \quad (2.1)$$

а не ковариантной

$$A^1 B_0. \quad (2.2)$$

Лоренц-ковариантность, означает что данная физическая величина при преобразованиях Лоренца, связывающих переход от одной системы отсчета к другой, трансформируются по определенному закону.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda^\mu_\nu A'^\nu, \quad (2.3)$$

где Λ^μ_ν - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda^\mu_{\nu'} A'^{\nu'}, \quad (2.3)$$

где $\Lambda^\mu_{\nu'}$ - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda^\mu_{\nu'} A'^{\nu'}, \quad (2.3)$$

где $\Lambda^\mu_{\nu'}$ - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda^\mu_\nu A'^\nu, \quad (2.3)$$

где Λ^μ_ν - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda^\mu_\nu A'^\nu, \quad (2.3)$$

где Λ^μ_ν - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda^\mu_\nu A'^\nu, \quad (2.3)$$

где Λ^μ_ν - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda_\nu^\mu A'^\nu, \quad (2.3)$$

где Λ_ν^μ - матрица преобразования Лоренца.

В зависимости от вида закона преобразования ковариантные объекты делятся на

- скаляры (или инварианты т.е. не преобразуются)
- 4-векторы (p_μ)
- четырехмерные тензоры ($\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$)

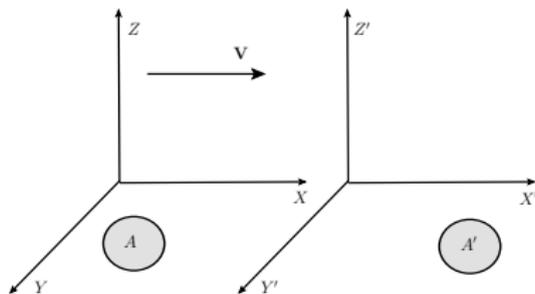
Контрвариантным 4-вектором $A^\mu = \{A^0, \mathbf{A}\} \equiv \{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ называется величина, закон преобразования которой от одной системы отсчета к другой штрихованной системе отсчета записывается в виде

$$A^\mu = \Lambda_\nu^\mu A'^\nu, \quad (2.3)$$

где Λ_ν^μ - матрица преобразования Лоренца.

Пример преобразования 4-вектора A посредством матрицы Лоренца “буста” $\Lambda_{\mathbf{u}}$ вдоль оси OX :

Иллюстрация к преобразованию “буста”



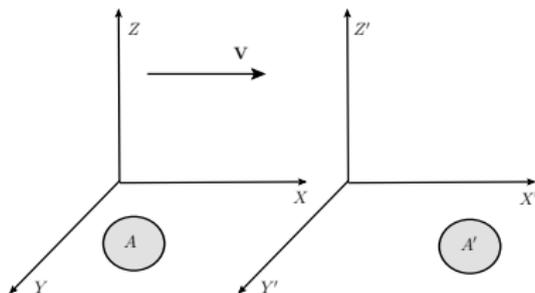
$$\begin{pmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'^0 \\ A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где

$$\beta = \frac{|\mathbf{v}|}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Пример преобразования 4-вектора A посредством матрицы Лоренца “буста” Λ_u вдоль оси Ox :

Иллюстрация к преобразованию “буста”



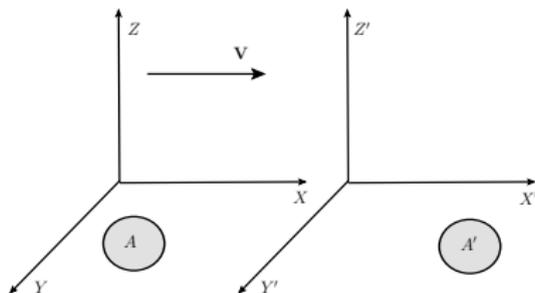
$$\begin{pmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'^0 \\ A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где

$$\beta = \frac{|v|}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Пример преобразования 4-вектора A посредством матрицы Лоренца “буста” $\Lambda_{\mathbf{u}}$ вдоль оси OX :

Иллюстрация к преобразованию “буста”



$$\begin{pmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'^0 \\ A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где

$$\beta = \frac{|\mathbf{v}|}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

В общем случае, преобразование L_p от системы покоя частицы массы m_p к системе, в которой ее 4-импульс равен p (преобразование буста) в блочной записи имеет вид:

$$\begin{pmatrix} B^{0'} \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix} = L_p \begin{pmatrix} B^0 \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^0 \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2} + (\mathbf{B} \mathbf{V}_p) \\ \mathbf{B} + B^0 \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_p (\mathbf{V}_p \mathbf{B}) \left(1 + \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2}\right)^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где

$$\mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} = \left\{ V_0 = \frac{E}{m_p}, \quad \mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} \right\} \quad (2.6)$$

Примерами 4- векторов является

$$\begin{aligned} x^\mu &= \{ct, \mathbf{r}\} \equiv \{ct, x^1, x^2, x^3\} = \{ct, x, y, z\}, \\ p^\mu &= \{E/c, \mathbf{p}\}, \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right\}, \\ j^\mu &= \{c\rho, \mathbf{j}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В общем случае, преобразование L_p от системы покоя частицы массы m_p к системе, в которой ее 4-импульс равен p (преобразование буста) в блочной записи имеет вид:

$$\begin{pmatrix} B^{0'} \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix} = L_p \begin{pmatrix} B^0 \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^0 \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2} + (\mathbf{B}\mathbf{V}_p) \\ \mathbf{B} + B^0 \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_p (\mathbf{V}_p \mathbf{B}) \left(1 + \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2}\right)^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где

$$\mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} = \left\{ V_0 = \frac{E}{m_p}, \quad \mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} \right\} \quad (2.6)$$

Примерами 4- векторов является

$$\begin{aligned} x^\mu &= \{ct, \mathbf{r}\} \equiv \{ct, x^1, x^2, x^3\} = \{ct, x, y, z\}, \\ p^\mu &= \{E/c, \mathbf{p}\}, \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right\}, \\ j^\mu &= \{c\rho, \mathbf{j}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В общем случае, преобразование L_p от системы покоя частицы массы m_p к системе, в которой ее 4-импульс равен p (преобразование буста) в блочной записи имеет вид:

$$\begin{pmatrix} B^{0'} \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix} = L_p \begin{pmatrix} B^0 \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^0 \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2} + (\mathbf{B}\mathbf{V}_p) \\ \mathbf{B} + B^0 \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_p (\mathbf{V}_p \mathbf{B}) \left(1 + \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2}\right)^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где

$$\mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} = \left\{ V_0 = \frac{E}{m_p}, \mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} \right\} \quad (2.6)$$

Примерами 4- векторов является

$$\begin{aligned} x^\mu &= \{ct, \mathbf{r}\} \equiv \{ct, x^1, x^2, x^3\} = \{ct, x, y, z\}, \\ p^\mu &= \{E/c, \mathbf{p}\}, \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right\}, \\ j^\mu &= \{c\rho, \mathbf{j}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В общем случае, преобразование L_p от системы покоя частицы массы m_p к системе, в которой ее 4-импульс равен p (преобразование буста) в блочной записи имеет вид:

$$\begin{pmatrix} B^{0'} \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix} = L_p \begin{pmatrix} B^0 \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^0 \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2} + (\mathbf{B}\mathbf{V}_p) \\ \mathbf{B} + B^0 \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_p (\mathbf{V}_p \mathbf{B}) \left(1 + \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2}\right)^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где

$$\mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} = \left\{ V_0 = \frac{E}{m_p}, \mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} \right\} \quad (2.6)$$

Примерами 4- векторов является

$$\begin{aligned} x^\mu &= \{ct, \mathbf{r}\} \equiv \{ct, x^1, x^2, x^3\} = \{ct, x, y, z\}, \\ p^\mu &= \{E/c, \mathbf{p}\}, \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right\}, \\ j^\mu &= \{c\rho, \mathbf{j}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В общем случае, преобразование L_p от системы покоя частицы массы m_p к системе, в которой ее 4-импульс равен p (преобразование буста) в блочной записи имеет вид:

$$\begin{pmatrix} B^{0'} \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix} = L_p \begin{pmatrix} B^0 \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^0 \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2} + (\mathbf{B} \mathbf{V}_p) \\ \mathbf{B} + B^0 \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_p (\mathbf{V}_p \mathbf{B}) \left(1 + \sqrt{1 + \mathbf{V}_p^2}\right)^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где

$$V_p = \frac{p}{m_p} = \left\{ V_0 = \frac{E}{m_p}, \quad \mathbf{V}_p = \frac{\mathbf{p}}{m_p} \right\} \quad (2.6)$$

Примерами 4- векторов является

$$\begin{aligned} x^\mu &= \{ct, \mathbf{r}\} \equiv \{ct, x^1, x^2, x^3\} = \{ct, x, y, z\}, \\ p^\mu &= \{E/c, \mathbf{p}\}, \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right\}, \\ j^\mu &= \{c\rho, \mathbf{j}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Скалярным произведением двух 4-векторов A и B в пространстве Минковского называется величина:

$$(AB) = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu = A^0 B^0 - (\mathbf{A}\mathbf{B}) , \quad (2.8)$$

где $g_{\mu\nu}$ так называемый метрический тензор, который имеет вид:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.9)$$

Ковариантные компоненты 4-вектора A (с индексом внизу) задаются следующим образом:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu = \{A^0, -\mathbf{A}\} . \quad (2.10)$$

Скалярным произведением двух 4-векторов A и B в пространстве Минковского называется величина:

$$(AB) = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu = A^0 B^0 - (\mathbf{A}\mathbf{B}) , \quad (2.8)$$

где $g_{\mu\nu}$ так называемый метрический тензор, который имеет вид:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.9)$$

Ковариантные компоненты 4-вектора A (с индексом внизу) задаются следующим образом:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu = \{A^0, -\mathbf{A}\} . \quad (2.10)$$

Скалярным произведением двух 4-векторов A и B в пространстве Минковского называется величина:

$$(AB) = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu = A^0 B^0 - (\mathbf{AB}) , \quad (2.8)$$

где $g_{\mu\nu}$ так называемый метрический тензор, который имеет вид:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.9)$$

Ковариантные компоненты 4-вектора A (с индексом внизу) задаются следующим образом:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu = \{A^0, -\mathbf{A}\} . \quad (2.10)$$

Скалярным произведением двух 4-векторов A и B в пространстве Минковского называется величина:

$$(AB) = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu = A^0 B^0 - (\mathbf{A}\mathbf{B}) , \quad (2.8)$$

где $g_{\mu\nu}$ так называемый метрический тензор, который имеет вид:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.9)$$

Ковариантные компоненты 4-вектора A (с индексом внизу) задаются следующим образом:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu = \{A^0, -\mathbf{A}\} . \quad (2.10)$$

Скалярным произведением двух 4-векторов A и B в пространстве Минковского называется величина:

$$(AB) = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu = A^0 B^0 - (\mathbf{A}\mathbf{B}) , \quad (2.8)$$

где $g_{\mu\nu}$ так называемый метрический тензор, который имеет вид:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.9)$$

Ковариантные компоненты 4-вектора A (с индексом внизу) задаются следующим образом:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu = \{A^0, -\mathbf{A}\} . \quad (2.10)$$

Тогда для скалярного произведения имеем

$$(AB) = \begin{cases} \underbrace{A^\mu (g_{\mu\nu} B^\nu)}_{B_\mu} = A^\mu B_\mu \\ \underbrace{(A^\mu g_{\mu\nu})}_{A_\nu} B^\nu = A_\nu B^\nu \end{cases} \quad (2.11)$$

Скалярное произведение является инвариантом преобразований Лоренца. Из известного соотношения Эйнштейна для полной энергии свободной частицы E

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.12)$$

находим, что

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = \left\{ \frac{E}{c}, \mathbf{p} \right\} \cdot \left\{ \frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right\} = p^\mu p_\mu = p^2. \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) говорит о том, что масса покоя частицы является лоренц-инвариантом т.е. неизменной во всех инерциальных системах отсчета.

Тогда для скалярного произведения имеем

$$(AB) = \begin{cases} \underbrace{A^\mu (g_{\mu\nu} B^\nu)}_{B_\mu} = A^\mu B_\mu \\ \underbrace{(A^\mu g_{\mu\nu})}_{A_\nu} B^\nu = A_\nu B^\nu \end{cases} \quad (2.11)$$

Скалярное произведение является инвариантом преобразований Лоренца. Из известного соотношения Эйнштейна для полной энергии свободной частицы E

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.12)$$

находим, что

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = \left\{ \frac{E}{c}, \mathbf{p} \right\} \cdot \left\{ \frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right\} = p^\mu p_\mu = p^2. \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) говорит о том, что масса покоя частицы является лоренц-инвариантом т.е. неизменной во всех инерциальных системах отсчета.

Тогда для скалярного произведения имеем

$$(AB) = \begin{cases} \underbrace{A^\mu (g_{\mu\nu} B^\nu)}_{B_\mu} = A^\mu B_\mu \\ \underbrace{(A^\mu g_{\mu\nu})}_{A_\nu} B^\nu = A_\nu B^\nu \end{cases} \quad (2.11)$$

Скалярное произведение является инвариантом преобразований Лоренца. Из известного соотношения Эйнштейна для полной энергии свободной частицы E

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.12)$$

находим, что

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = \left\{ \frac{E}{c}, \mathbf{p} \right\} \cdot \left\{ \frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right\} = p^\mu p_\mu = p^2. \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) говорит о том, что масса покоя частицы является лоренц-инвариантом т.е. неизменной во всех инерциальных системах отсчета.

Тогда для скалярного произведения имеем

$$(AB) = \begin{cases} \underbrace{A^\mu (g_{\mu\nu} B^\nu)}_{B_\mu} = A^\mu B_\mu \\ \underbrace{(A^\mu g_{\mu\nu})}_{A_\nu} B^\nu = A_\nu B^\nu \end{cases} \quad (2.11)$$

Скалярное произведение является инвариантом преобразований Лоренца. Из известного соотношения Эйнштейна для полной энергии свободной частицы E

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.12)$$

находим, что

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = \left\{ \frac{E}{c}, \mathbf{p} \right\} \cdot \left\{ \frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right\} = p^\mu p_\mu = p^2. \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) говорит о том, что масса покоя частицы является лоренц-инвариантом т.е. неизменной во всех инерциальных системах отсчета.

Тогда для скалярного произведения имеем

$$(AB) = \begin{cases} \underbrace{A^\mu (g_{\mu\nu} B^\nu)}_{B_\mu} = A^\mu B_\mu \\ \underbrace{(A^\mu g_{\mu\nu})}_{A_\nu} B^\nu = A_\nu B^\nu \end{cases} \quad (2.11)$$

Скалярное произведение является инвариантом преобразований Лоренца. Из известного соотношения Эйнштейна для полной энергии свободной частицы E

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.12)$$

находим, что

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = \left\{ \frac{E}{c}, \mathbf{p} \right\} \cdot \left\{ \frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right\} = p^\mu p_\mu = p^2 . \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) говорит о том, что масса покоя частицы является лоренц-инвариантом т.е. неизменной во всех инерциальных системах отсчета.

Символ Кронекера в пространстве Минковского определяют посредством соотношения

$$\delta_{\mu\nu} = \delta^{\mu\nu} = \delta_{\nu}^{\mu} = \delta_{\mu}^{\nu} \equiv I_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.14)$$

Символ Кронекера в пространстве Минковского определяют посредством соотношения

$$\delta_{\mu\nu} = \delta^{\mu\nu} = \delta_{\nu}^{\mu} = \delta_{\mu}^{\nu} \equiv I_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{\mu\nu} . \quad (2.14)$$

Антисимметричный тензор четвертого ранга $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ называют величину, которая удовлетворяет условию:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} 1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует четную перестановку } 0,1,2,3 \\ -1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует нечетную перестановку } 0,1,2,3 \\ 0, & \text{если значения двух (и более) индексов совпадают} \end{cases} \quad (2.15)$$

Существует определенный произвол в выборе знака тензора Леви-Чивита в пространстве Минковского $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$. Далее будем полагать, что

$$\epsilon^{0123} = 1. \quad (2.16)$$

Антисимметричный тензор четвертого ранга $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ называют величиной, которая удовлетворяет условию:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} 1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует четную перестановку } 0,1,2,3 \\ -1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует нечетную перестановку } 0,1,2,3 \\ 0, & \text{если значения двух (и более) индексов совпадают} \end{cases} \quad (2.15)$$

Существует определенный произвол в выборе знака тензора Леви-Чивита в пространстве Минковского $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$. Далее будем полагать, что

$$\epsilon^{0123} = 1. \quad (2.16)$$

Антисимметричный тензор четвертого ранга $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ называют величину, которая удовлетворяет условию:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} 1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует четную перестановку } 0,1,2,3 \\ -1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует нечетную перестановку } 0,1,2,3 \\ 0, & \text{если значения двух (и более) индексов совпадают} \end{cases} \quad (2.15)$$

Существует определенный произвол в выборе знака тензора Леви-Чивита в пространстве Минковского $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$. Далее будем полагать, что

$$\epsilon^{0123} = 1. \quad (2.16)$$

Антисимметричный тензор четвертого ранга $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ называют величину, которая удовлетворяет условию:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} 1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует четную перестановку } 0,1,2,3 \\ -1, & \text{если } \mu\nu\rho\sigma \text{ образует нечетную перестановку } 0,1,2,3 \\ 0, & \text{если значения двух (и более) индексов совпадают} \end{cases} \quad (2.15)$$

Существует определенный произвол в выборе знака тензора Леви-Чивита в пространстве Минковского $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$. Далее будем полагать, что

$$\epsilon^{0123} = 1. \quad (2.16)$$

Произведение двух тензоров Леви-Чивита находится из определителя матрицы, элементами которой являются символы Кронекера

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\tau} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} & \delta_{\beta}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} & \delta_{\beta}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} & \delta_{\beta}^{\sigma} \\ \delta_{\mu}^{\tau} & \delta_{\nu}^{\tau} & \delta_{\alpha}^{\tau} & \delta_{\beta}^{\tau} \end{vmatrix}. \quad (2.17)$$

Из соотношения (2.17) следует

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\beta} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} \end{vmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\alpha\beta} = (-2) (\delta_{\mu}^{\lambda}\delta_{\nu}^{\rho} - \delta_{\mu}^{\rho}\delta_{\nu}^{\lambda}), \quad (2.19)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\nu\alpha\beta} = (-6) \delta_{\mu}^{\lambda}, \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -4! = (-24). \quad (2.21)$$

Произведение двух тензоров Леви-Чивита находится из определителя матрицы, элементами которой являются символы Кронекера

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\tau} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} & \delta_{\beta}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} & \delta_{\beta}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} & \delta_{\beta}^{\sigma} \\ \delta_{\mu}^{\tau} & \delta_{\nu}^{\tau} & \delta_{\alpha}^{\tau} & \delta_{\beta}^{\tau} \end{vmatrix}. \quad (2.17)$$

Из соотношения (2.17) следует

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\beta} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} \end{vmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\alpha\beta} = (-2) (\delta_{\mu}^{\lambda}\delta_{\nu}^{\rho} - \delta_{\mu}^{\rho}\delta_{\nu}^{\lambda}), \quad (2.19)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\nu\alpha\beta} = (-6) \delta_{\mu}^{\lambda}, \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -4! = (-24). \quad (2.21)$$

Произведение двух тензоров Леви-Чивита находится из определителя матрицы, элементами которой являются символы Кронекера

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\tau} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} & \delta_{\beta}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} & \delta_{\beta}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} & \delta_{\beta}^{\sigma} \\ \delta_{\mu}^{\tau} & \delta_{\nu}^{\tau} & \delta_{\alpha}^{\tau} & \delta_{\beta}^{\tau} \end{vmatrix}. \quad (2.17)$$

Из соотношения (2.17) следует

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\beta} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} \end{vmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\alpha\beta} = (-2) (\delta_{\mu}^{\lambda}\delta_{\nu}^{\rho} - \delta_{\mu}^{\rho}\delta_{\nu}^{\lambda}), \quad (2.19)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\nu\alpha\beta} = (-6) \delta_{\mu}^{\lambda}, \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -4! = (-24). \quad (2.21)$$

Произведение двух тензоров Леви-Чивита находится из определителя матрицы, элементами которой являются символы Кронекера

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\tau} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} & \delta_{\beta}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} & \delta_{\beta}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} & \delta_{\beta}^{\sigma} \\ \delta_{\mu}^{\tau} & \delta_{\nu}^{\tau} & \delta_{\alpha}^{\tau} & \delta_{\beta}^{\tau} \end{vmatrix}. \quad (2.17)$$

Из соотношения (2.17) следует

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\sigma\beta} = (-1) \begin{vmatrix} \delta_{\mu}^{\lambda} & \delta_{\nu}^{\lambda} & \delta_{\alpha}^{\lambda} \\ \delta_{\mu}^{\rho} & \delta_{\nu}^{\rho} & \delta_{\alpha}^{\rho} \\ \delta_{\mu}^{\sigma} & \delta_{\nu}^{\sigma} & \delta_{\alpha}^{\sigma} \end{vmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\rho\alpha\beta} = (-2) (\delta_{\mu}^{\lambda}\delta_{\nu}^{\rho} - \delta_{\mu}^{\rho}\delta_{\nu}^{\lambda}), \quad (2.19)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\lambda\nu\alpha\beta} = (-6) \delta_{\mu}^{\lambda}, \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -4! = (-24). \quad (2.21)$$

Введем сокращенную запись для следующих матриц и тензоров:

$$\begin{aligned}
 (p \cdot q)_{\mu\nu} &\equiv p_\mu k_\nu, \\
 [p \cdot q]^{\mu\nu} &\equiv (p \cdot k)^{\mu\nu} - (k \cdot p)^{\mu\nu}, \\
 ([p \cdot k]^\times)_{\mu\nu} &\equiv \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\rho k^\sigma, \\
 [p, k, q]_\mu &= ([p \cdot k]^\times q)_\mu = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\nu k^\rho q^\sigma.
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Такие обозначения удобны при использовании безиндексных записей для выражений.

Использование ковариантной записи выражений существенно упрощает многие выражения и показывает явном виде, какие соотношения сохраняют свой вид при преобразования Лоренца, а какие нет.

Введем сокращенную запись для следующих матриц и тензоров:

$$\begin{aligned}
 (p \cdot q)_{\mu\nu} &\equiv p_\mu k_\nu , \\
 [p \cdot q]^{\mu\nu} &\equiv (p \cdot k)^{\mu\nu} - (k \cdot p)^{\mu\nu} , \\
 ([p \cdot k]^\times)_{\mu\nu} &\equiv \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\rho k^\sigma , \\
 [p, k, q]_\mu &= ([p \cdot k]^\times q)_\mu = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\nu k^\rho q^\sigma .
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Такие обозначения удобны при использовании безиндексных записей для выражений.

Использование ковариантной записи выражений существенно упрощает многие выражения и показывает явном виде, какие соотношения сохраняют свой вид при преобразования Лоренца, а какие нет.

Введем сокращенную запись для следующих матриц и тензоров:

$$\begin{aligned}
 (p \cdot q)_{\mu\nu} &\equiv p_\mu k_\nu , \\
 [p \cdot q]^{\mu\nu} &\equiv (p \cdot k)^{\mu\nu} - (k \cdot p)^{\mu\nu} , \\
 ([p \cdot k]^\times)_{\mu\nu} &\equiv \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\rho k^\sigma , \\
 [p, k, q]_\mu &= ([p \cdot k]^\times q)_\mu = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\nu k^\rho q^\sigma .
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Такие обозначения удобны при использовании безиндексных записей для выражений.

Использование ковариантной записи выражений существенно упрощает многие выражения и показывает явном виде, какие соотношения сохраняют свой вид при преобразования Лоренца, а какие нет.

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Техника вычислений процессов взаимодействия элементарных частиц

В.В. Андреев

*кафедра теоретической физики
ГГУ им. Ф.Скорины, г.Гомель, Беларусь*

Тема

Базис пространства Минковского. Изотропная тетрада пространства Минковского.

Техника вычислений процессов взаимодействия элементарных частиц

В.В. Андреев

*кафедра теоретической физики
ГГУ им. Ф.Скорины, г.Гомель, Беларусь*

Тема

Базис пространства Минковского. Изотропная тетрада пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p \cdot l_0) l_0 - (p \cdot l_1) l_1 - (p \cdot l_2) l_2 - (p \cdot l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p \cdot l_0) l_0 - (p \cdot l_1) l_1 - (p \cdot l_2) l_2 - (p \cdot l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p l_0) l_0 - (p l_1) l_1 - (p l_2) l_2 - (p l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p \cdot l_0) l_0 - (p \cdot l_1) l_1 - (p \cdot l_2) l_2 - (p \cdot l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p \cdot l_0) l_0 - (p \cdot l_1) l_1 - (p \cdot l_2) l_2 - (p \cdot l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p \cdot l_0) l_0 - (p \cdot l_1) l_1 - (p \cdot l_2) l_2 - (p \cdot l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p \ l_0) l_0 - (p \ l_1) l_1 - (p \ l_2) l_2 - (p \ l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p l_0) l_0 - (p l_1) l_1 - (p l_2) l_2 - (p l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Базис пространства Минковского

В пространстве Минковского введем четверку (тетраду) ортонормированных 4-векторов l_A (индекс A задает их количество), которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$(l_A l_B) = g_{AB}, \quad \text{т.е.} \quad l_0^2 = -l_1^2 = -l_2^2 = -l_3^2 = 1, \quad (A = 0, 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_A^\mu l_B^\nu l_C^\rho l_D^\sigma = \epsilon^{ABCD}, \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} l_0^\mu l_1^\nu l_2^\rho l_3^\sigma = \epsilon^{0123} = 1. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) отражают условие того, что тетрада ортонормированных векторов l_A имеет фиксированную ориентацию в пространстве Минковского.

Метрический тензор g можно представить в виде линейной комбинации матриц-диад, составленных из этих векторов, т.е.

$$g^{\mu\nu} = l_0^\mu \cdot l_0^\nu - l_1^\mu \cdot l_1^\nu - l_2^\mu \cdot l_2^\nu - l_3^\mu \cdot l_3^\nu. \quad (3.3)$$

Исходя из (3.3), произвольный 4-вектор p можно записать в виде

$$p = (p l_0) l_0 - (p l_1) l_1 - (p l_2) l_2 - (p l_3) l_3. \quad (3.4)$$

т.е. разложить по базисным векторам пространства Минковского.

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_{\pm\lambda} = \frac{1}{2}(l_{\pm\lambda} + n_{\pm\lambda}), \quad \tilde{n}_{\pm\lambda} = \frac{1}{2}(l_{\pm\lambda} - n_{\pm\lambda}). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$b_{\pm\lambda} \cdot \tilde{n}_{\pm\lambda} = 1, \quad b_{\pm\lambda} \cdot b_{\pm\lambda} = 0, \quad \tilde{n}_{\pm\lambda} \cdot \tilde{n}_{\pm\lambda} = 0. \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \cdot b_{-\lambda}^{\nu} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \cdot n_{-\lambda}^{\nu} \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_{\rho} = 2 b_{\rho}, \quad \tilde{n}_{\lambda} = 2 n_{\lambda}. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_{λ} и n_{ρ} определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_{λ} определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad \bar{b}_\lambda = \frac{(l_0 - \lambda l_3)}{2} \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$b_\rho \cdot \bar{b}_\lambda = \delta_{\rho\lambda}, \quad b_\rho \cdot b_\sigma = \bar{b}_\lambda \cdot \bar{b}_\mu = 0 \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\bar{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \bar{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\bar{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \bar{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$b_\rho \cdot b_\sigma = \delta_{\rho\sigma}, \quad n_\lambda \cdot n_\mu = \delta_{\lambda\mu}, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$b_\rho \cdot b_\sigma = \delta_{\rho\sigma}, \quad n_\lambda \cdot n_\mu = \delta_{\lambda\mu}, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$b_\lambda \cdot b_{-\lambda} = 0, \quad n_\lambda \cdot n_{-\lambda} = 0, \quad b_\lambda \cdot n_{-\lambda} = 1. \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho, b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda, n_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, -\lambda} / 2, \quad (b_\rho, n_\lambda) = 0 \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho}/2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho}/2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Изотропная тетрада

Используя векторы l_A , определим светоподобные векторы, которые образуют изотропную тетраду в пространстве Минковского

$$b_\rho = \frac{(l_0 + \rho l_3)}{2}, \quad n_\lambda = \frac{(\lambda l_1 + i l_2)}{2}, \quad (\rho, \lambda = \pm 1). \quad (3.5)$$

Из соотношений (3.1), (3.5) следует:

$$(b_\rho b_{-\lambda}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (n_\lambda n_{-\rho}) = \delta_{\lambda, \rho} / 2, \quad (b_\rho n_\lambda) = 0, \quad (3.6)$$

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right], \quad \text{где} \quad (3.7)$$

$$\tilde{b}_\rho = 2 b_\rho, \quad \tilde{n}_\lambda = 2 n_\lambda. \quad (3.8)$$

Согласно (3.6) и (3.7) векторы изотропной тетрады b_λ и n_ρ определяют две ортогональные гиперплоскости в пространстве Минковского. Отметим, что векторы изотропной тетрады $b_{\pm 1}$ могут быть также образованы с помощью пары l_0, l_1 или l_0, l_2 . В этом случае комплексные векторы n_λ определяются

Базис пространства Минковского и физические векторы

Компоненты $\mu = 0, 1, 2, 3$ ортонормированного базиса пространства Минковского (3.1) l_A определяются соотношением $(l_A)_\mu = \delta_{A\mu}$

т.е.

$$\begin{aligned}(l_0)_\mu &= \{1, 0, 0, 0\} , & (l_1)_\mu &= \{0, 1, 0, 0\} , \\(l_2)_\mu &= \{0, 0, 1, 0\} , & (l_3)_\mu &= \{0, 0, 0, 1\} .\end{aligned}\tag{3.9}$$

При вычислении характеристик реакций взаимодействия элементарных частиц широко используют построение ортонормированного базиса пространства Минковского через физические векторы данной реакции. Удачный выбор базиса позволяет значительно упростить расчеты и получать компактные и обозримые выражения. Эти построения проводят с помощью определителей Грамма.

Базис пространства Минковского и физические векторы

Компоненты $\mu = 0, 1, 2, 3$ ортонормированного базиса пространства Минковского (3.1) l_A определяются соотношением $(l_A)_\mu = \delta_{A\mu}$

т.е.

$$\begin{aligned}(l_0)_\mu &= \{1, 0, 0, 0\} , & (l_1)_\mu &= \{0, 1, 0, 0\} , \\(l_2)_\mu &= \{0, 0, 1, 0\} , & (l_3)_\mu &= \{0, 0, 0, 1\} .\end{aligned}\tag{3.9}$$

При вычислении характеристик реакций взаимодействия элементарных частиц широко используют построение ортонормированного базиса пространства Минковского через физические векторы данной реакции. Удачный выбор базиса позволяет значительно упростить расчеты и получать компактные и обозримые выражения. Эти построения проводят с помощью определителей Грамма.

Базис пространства Минковского и физические векторы

Компоненты $\mu = 0, 1, 2, 3$ ортонормированного базиса пространства Минковского (3.1) l_A определяются соотношением $(l_A)_\mu = \delta_{A\mu}$

т.е.

$$\begin{aligned}(l_0)_\mu &= \{1, 0, 0, 0\} , & (l_1)_\mu &= \{0, 1, 0, 0\} , \\(l_2)_\mu &= \{0, 0, 1, 0\} , & (l_3)_\mu &= \{0, 0, 0, 1\} .\end{aligned}\tag{3.9}$$

При вычислении характеристик реакций взаимодействия элементарных частиц широко используют построение ортонормированного базиса пространства Минковского через физические векторы данной реакции. Удачный выбор базиса позволяет значительно упростить расчеты и получать компактные и обозримые выражения. Эти построения проводят с помощью определителей Грамма.

Базис пространства Минковского и физические векторы

Компоненты $\mu = 0, 1, 2, 3$ ортонормированного базиса пространства Минковского (3.1) l_A определяются соотношением $(l_A)_\mu = \delta_{A\mu}$

т.е.

$$\begin{aligned}(l_0)_\mu &= \{1, 0, 0, 0\} , & (l_1)_\mu &= \{0, 1, 0, 0\} , \\(l_2)_\mu &= \{0, 0, 1, 0\} , & (l_3)_\mu &= \{0, 0, 0, 1\} .\end{aligned}\tag{3.9}$$

При вычислении характеристик реакций взаимодействия элементарных частиц широко используют построение ортонормированного базиса пространства Минковского через физические векторы данной реакции. Удачный выбор базиса позволяет значительно упростить расчеты и получать компактные и обозримые выражения. Эти построения проводят с помощью определителей Грама.

Пример. Когда имеется тройка неортогональных векторов p_1, p_2, k_1 , таких что $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = 0$. Ортонормированный базис пространства Минковского может быть определен в этом случае через соотношения

$$l_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.10)$$

$$l_1 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.11)$$

$$l_2 = \frac{(p_2 k_1) p_1 + (p_1 k_1) p_2 - (p_1 p_2) k_1}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}, \quad (3.12)$$

$$l_3 = \frac{[p_1, p_2, k_1]}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}. \quad (3.13)$$

Пример. Когда имеется тройка неортогональных векторов p_1, p_2, k_1 , таких что $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = 0$. Ортонормированный базис пространства Минковского может быть определен в этом случае через соотношения

$$l_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.10)$$

$$l_1 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.11)$$

$$l_2 = \frac{(p_2 k_1) p_1 + (p_1 k_1) p_2 - (p_1 p_2) k_1}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}, \quad (3.12)$$

$$l_3 = \frac{[p_1, p_2, k_1]}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}. \quad (3.13)$$

Пример. Когда имеется тройка неортогональных векторов p_1, p_2, k_1 , таких что $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = 0$. Ортонормированный базис пространства Минковского может быть определен в этом случае через соотношения

$$l_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.10)$$

$$l_1 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.11)$$

$$l_2 = \frac{(p_2 k_1) p_1 + (p_1 k_1) p_2 - (p_1 p_2) k_1}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}, \quad (3.12)$$

$$l_3 = \frac{[p_1, p_2, k_1]}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}. \quad (3.13)$$

Пример. Когда имеется тройка неортогональных векторов p_1, p_2, k_1 , таких что $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = 0$. Ортонормированный базис пространства Минковского может быть определен в этом случае через соотношения

$$l_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.10)$$

$$l_1 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.11)$$

$$l_2 = \frac{(p_2 k_1) p_1 + (p_1 k_1) p_2 - (p_1 p_2) k_1}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}, \quad (3.12)$$

$$l_3 = \frac{[p_1, p_2, k_1]}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}. \quad (3.13)$$

Пример. Когда имеется тройка неортогональных векторов p_1, p_2, k_1 , таких что $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = 0$. Ортонормированный базис пространства Минковского может быть определен в этом случае через соотношения

$$l_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.10)$$

$$l_1 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.11)$$

$$l_2 = \frac{(p_2 k_1) p_1 + (p_1 k_1) p_2 - (p_1 p_2) k_1}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}, \quad (3.12)$$

$$l_3 = \frac{[p_1, p_2, k_1]}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}. \quad (3.13)$$

Пример. Когда имеется тройка неортогональных векторов p_1, p_2, k_1 , таких что $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = 0$. Ортонормированный базис пространства Минковского может быть определен в этом случае через соотношения

$$l_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.10)$$

$$l_1 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2(p_1 p_2)}}, \quad (3.11)$$

$$l_2 = \frac{(p_2 k_1) p_1 + (p_1 k_1) p_2 - (p_1 p_2) k_1}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}, \quad (3.12)$$

$$l_3 = \frac{[p_1, p_2, k_1]}{\sqrt{2(p_1 p_2)(p_1 k_1)(p_2 k_1)}}. \quad (3.13)$$

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Техника вычислений процессов взаимодействия элементарных частиц

В.В. Андреев

*кафедра теоретической физики
ГГУ им.Ф.Скорины, г.Гомель, Беларусь*

Тема

Матрицы Дирака. Основные свойства матриц Дирака. Произведения матриц Дирака Вычисление следов от произведений матриц Дирака. Разложение четырехмерных матриц.

Техника вычислений процессов взаимодействия элементарных частиц

В.В. Андреев

*кафедра теоретической физики
ГГУ им.Ф.Скорины, г.Гомель, Беларусь*

Тема

Матрицы Дирака. Основные свойства матриц Дирака. Произведения матриц Дирака Вычисление следов от произведений матриц Дирака. Разложение четырехмерных матриц.

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1) \frac{i}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1) \frac{i}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1)\frac{i}{4!}\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\gamma^\alpha\gamma^\beta\gamma^\mu\gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1) \frac{i}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1) \frac{i}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1) \frac{i}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

Матрицы Дирака

Определяющими свойствами γ -матриц являются следующие соотношения:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \\ (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i, \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Коммутатор γ -матриц имеет специальное обозначение

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (4.3)$$

Матрица γ^5 определяется:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = (-1) \frac{i}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \quad (4.4)$$

с тензором Леви-Чивита ϵ

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1. \quad (4.5)$$

γ^5 -матрица имеет следующие свойства:

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, \quad \gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0. \quad (4.6)$$

С помощью матрицы γ^0 определяют операцию дираковского сопряжения для произвольной четырехмерной матрицы A

$$\bar{A} \equiv \gamma^0 A^\dagger \gamma^0. \quad (4.7)$$

γ^5 -матрица имеет следующие свойства:

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, \quad \gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0. \quad (4.6)$$

С помощью матрицы γ^0 определяют операцию дираковского сопряжения для произвольной четырехмерной матрицы A

$$\bar{A} \equiv \gamma^0 A^\dagger \gamma^0. \quad (4.7)$$

γ^5 -матрица имеет следующие свойства:

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, \quad \gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0. \quad (4.6)$$

С помощью матрицы γ^0 определяют операцию дираковского сопряжения для произвольной четырехмерной матрицы A

$$\bar{A} \equiv \gamma^0 A^\dagger \gamma^0. \quad (4.7)$$

γ^5 -матрица имеет следующие свойства:

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, \quad \gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0. \quad (4.6)$$

С помощью матрицы γ^0 определяют операцию дираковского сопряжения для произвольной четырехмерной матрицы A

$$\bar{A} \equiv \gamma^0 A^\dagger \gamma^0. \quad (4.7)$$

γ^5 -матрица имеет следующие свойства:

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, \quad \gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0. \quad (4.6)$$

С помощью матрицы γ^0 определяют операцию дираковского сопряжения для произвольной четырехмерной матрицы A

$$\bar{A} \equiv \gamma^0 A^\dagger \gamma^0. \quad (4.7)$$

Представления матриц Дирака

В физических приложениях используют несколько представлений матриц Дирака, удовлетворяющих соотношениям (4.1)-(4.2). Явный вид γ -матриц удобно записывать в блочной форме при помощи матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

а также единичной и нулевой матриц размерностью 2×2

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Наиболее популярными являются представление Дирака (Дирака-Паули), обозначаемое здесь с индексом D

Представления матриц Дирака

В физических приложениях используют несколько представлений матриц Дирака, удовлетворяющих соотношениям (4.1)-(4.2). Явный вид γ -матриц удобно записывать в блочной форме при помощи матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

а также единичной и нулевой матриц размерностью 2×2

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Наиболее популярными являются представление Дирака (Дирака-Паули), обозначаемое здесь с индексом D

Представления матриц Дирака

В физических приложениях используют несколько представлений матриц Дирака, удовлетворяющих соотношениям (4.1)-(4.2). Явный вид γ -матриц удобно записывать в блочной форме при помощи матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

а также единичной и нулевой матриц размерностью 2×2

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Наиболее популярными являются представление Дирака (Дирака-Паули), обозначаемое здесь с индексом D

Представления матриц Дирака

В физических приложениях используют несколько представлений матриц Дирака, удовлетворяющих соотношениям (4.1)-(4.2). Явный вид γ -матриц удобно записывать в блочной форме при помощи матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

а также единичной и нулевой матриц размерностью 2×2

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Наиболее популярными являются представление Дирака (Дирака-Паули), обозначаемое здесь с индексом D

Представления матриц Дирака

В физических приложениях используют несколько представлений матриц Дирака, удовлетворяющих соотношениям (4.1)-(4.2). Явный вид γ -матриц удобно записывать в блочной форме при помощи матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

а также единичной и нулевой матриц размерностью 2×2

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Наиболее популярными являются представление Дирака (Дирака-Паули), обозначаемое здесь с индексом D

Представления матриц Дирака

В физических приложениях используют несколько представлений матриц Дирака, удовлетворяющих соотношениям (4.1)-(4.2). Явный вид γ -матриц удобно записывать в блочной форме при помощи матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

а также единичной и нулевой матриц размерностью 2×2

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Наиболее популярными являются представление Дирака (Дирака-Паули), обозначаемое здесь с индексом D

Представление Дирака (Дирака-Паули) для γ -матриц:

$$\begin{aligned}\gamma_D^0 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}, \gamma_D^i = \begin{pmatrix} O_2 & \sigma_i \\ -\sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_D^5 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Киральное (спинорное) представление, которое так же называют представлением Вейля (индекс C)

$$\begin{aligned}\gamma_C^0 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_C^i = \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_i \\ \sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_C^5 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Представление Дирака (Дирака-Паули) для γ -матриц:

$$\begin{aligned}\gamma_D^0 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}, \gamma_D^i = \begin{pmatrix} O_2 & \sigma_i \\ -\sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_D^5 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Киральное (спинорное) представление, которое так же называют представлением Вейля (индекс C)

$$\begin{aligned}\gamma_C^0 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_C^i = \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_i \\ \sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_C^5 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Представление Дирака (Дирака-Паули) для γ -матриц:

$$\begin{aligned}\gamma_D^0 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}, \gamma_D^i = \begin{pmatrix} O_2 & \sigma_i \\ -\sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_D^5 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Киральное (спинорное) представление, которое так же называют представлением Вейля (индекс C)

$$\begin{aligned}\gamma_C^0 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_C^i = \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_i \\ \sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_C^5 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Представление Дирака (Дирака-Паули) для γ -матриц:

$$\begin{aligned}\gamma_D^0 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}, \gamma_D^i = \begin{pmatrix} O_2 & \sigma_i \\ -\sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_D^5 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Киральное (спинорное) представление, которое так же называют представлением Вейля (индекс C)

$$\begin{aligned}\gamma_C^0 &= \begin{pmatrix} O_2 & I_2 \\ I_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_C^i = \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_i \\ \sigma_i & O_2 \end{pmatrix}, \\ \gamma_C^5 &= \begin{pmatrix} I_2 & O_2 \\ O_2 & -I_2 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \text{ с матрицей } U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \text{ с матрицей } U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \text{ с матрицей } U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \quad \text{с матрицей} \quad U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \text{ с матрицей } U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \text{ с матрицей } U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Эти представления связаны между собой посредством унитарного преобразования, определяемого матрицей U_C

$$\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger \text{ с матрицей } U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5). \quad (4.12)$$

Реже используют представление Майорана (индекс M)

$$\begin{aligned} \gamma_M^0 &= \begin{pmatrix} O & \sigma_2 \\ \sigma_2 & O \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & O_2 \\ O_2 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^2 &= \begin{pmatrix} O_2 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & O_2 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & O_2 \\ O_2 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_M^5 &= \begin{pmatrix} \sigma_2 & O_2 \\ O_2 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Представление Майорана связано с представлением Дирака также посредством унитарного преобразования.

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S_R^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}_R^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S_R^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}_R^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S_R^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}_R^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S_R^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}_R^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S_R^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}_R^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Произведения матриц Дирака

При вычислении матричных элементов часто используются соотношения, которые позволяют редуцировать произведение с большим количеством γ -матриц к комбинациям с меньшим количеством. Приведем основные соотношения такого типа

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho \gamma^\beta = g^{\alpha\rho} \gamma^\beta - g^{\alpha\beta} \gamma^\rho + g^{\rho\beta} \gamma^\alpha - i\gamma^5 \epsilon^{\alpha\rho\beta\tau} \gamma_\tau, \quad (4.14)$$

$$\gamma^5 \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} \sigma^{\rho\tau}. \quad (4.15)$$

В дополнение к преобразованиям (4.14)-(4.15) часто применяют тождества Чизхольма

$$\gamma^\mu S^{\text{odd}} \gamma_\mu = -2S_R^{\text{odd}}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \gamma^\mu S^{\text{even}} \gamma_\mu &= \gamma^\mu \gamma^\nu \tilde{S}^{\text{odd}} \gamma_\mu = \\ &= 2\gamma^\nu \tilde{S}_R^{\text{odd}} + 2\tilde{S}^{\text{odd}} \gamma^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

В этих формулах использованы обозначения для произведений γ -матриц

$$\begin{aligned} S &= S^n \equiv \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_n} , \\ S_R &= S_R^n \equiv \gamma^{\alpha_n} \gamma^{\alpha_{n-1}} \dots \gamma^{\alpha_2} \gamma^{\alpha_1} , \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} S^{odd} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k+1}} , \\ S^{even} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k}} , \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.19)$$

В этих формулах использованы обозначения для произведений γ -матриц

$$\begin{aligned} S &= S^n \equiv \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_n}, \\ S_R &= S_R^n \equiv \gamma^{\alpha_n} \gamma^{\alpha_{n-1}} \dots \gamma^{\alpha_2} \gamma^{\alpha_1}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} S^{odd} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k+1}}, \\ S^{even} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.19)$$

В этих формулах использованы обозначения для произведений γ -матриц

$$\begin{aligned} S &= S^n \equiv \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_n} , \\ S_R &= S_R^n \equiv \gamma^{\alpha_n} \gamma^{\alpha_{n-1}} \dots \gamma^{\alpha_2} \gamma^{\alpha_1} , \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} S^{odd} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k+1}} , \\ S^{even} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k}} , \quad k = 0, 1, 2 \dots \end{aligned} \quad (4.19)$$

В этих формулах использованы обозначения для произведений γ -матриц

$$\begin{aligned} S &= S^n \equiv \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_n} , \\ S_R &= S_R^n \equiv \gamma^{\alpha_n} \gamma^{\alpha_{n-1}} \dots \gamma^{\alpha_2} \gamma^{\alpha_1} , \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} S^{odd} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k+1}} , \\ S^{even} &= \gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2k}} , \quad k = 0, 1, 2 \dots . \end{aligned} \quad (4.19)$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned} S^1 S^2 &= -S^2 S^1 = S^3, \\ S^2 S^4 &= -S^4 S^2 = S^3, \\ S^4 S^3 &= -S^3 S^4 = S^1, \\ S^3 S^1 &= -S^1 S^3 = S^2, \end{aligned} \tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, \quad \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu = 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Так, для S^1, S^2, S^4 и S^3 имеем

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha, & \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\beta}, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= 2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\sigma + 2\gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho, \\ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma_\mu &= -2\gamma^\rho \gamma^\beta \gamma^\alpha.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Введем свертку произвольного 4-вектора p_μ с матрицами Дирака γ^μ (скалярное произведение (γp)):

$$\hat{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu = p^0 \gamma^0 - (\mathbf{p}\boldsymbol{\gamma}) . \quad (4.21)$$

Объект \hat{p} является матрицей 4×4 . В силу ортогональности базисных векторов пространства Минковского произведения свертки с γ -матрицами может быть в ряде случаев упрощено. С помощью (3.9) и определения свертки (4.21) можно заметить, что

$$\hat{l}_0 = \gamma^0, \quad \hat{l}_1 = \gamma^1, \quad \hat{l}_2 = \gamma^2, \quad \hat{l}_3 = \gamma^3 . \quad (4.22)$$

Тогда, используя (4.1), (4.4) и (4.6) легко найти, что

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_2 = i\gamma^5 \hat{l}_3, \quad (4.23)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_3 = -i\gamma^5 \hat{l}_2, \quad (4.24)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_1, \quad (4.25)$$

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_0 . \quad (4.26)$$

Введем свертку произвольного 4-вектора p_μ с матрицами Дирака γ^μ (скалярное произведение (γp)):

$$\hat{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu = p^0 \gamma^0 - (\mathbf{p}\boldsymbol{\gamma}) . \quad (4.21)$$

Объект \hat{p} является матрицей 4×4 . В силу ортогональности базисных векторов пространства Минковского произведения свертки с γ -матрицами может быть в ряде случаев упрощено. С помощью (3.9) и определения свертки (4.21) можно заметить, что

$$\hat{l}_0 = \gamma^0 , \quad \hat{l}_1 = \gamma^1 , \quad \hat{l}_2 = \gamma^2 , \quad \hat{l}_3 = \gamma^3 . \quad (4.22)$$

Тогда, используя (4.1), (4.4) и (4.6) легко найти, что

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_2 = i\gamma^5 \hat{l}_3 , \quad (4.23)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_3 = -i\gamma^5 \hat{l}_2 , \quad (4.24)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_1 , \quad (4.25)$$

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_0 . \quad (4.26)$$

Введем свертку произвольного 4-вектора p_μ с матрицами Дирака γ^μ (скалярное произведение (γp)):

$$\hat{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu = p^0 \gamma^0 - (\mathbf{p}\boldsymbol{\gamma}) . \quad (4.21)$$

Объект \hat{p} является матрицей 4×4 . В силу ортогональности базисных векторов пространства Минковского произведения свертки с γ -матрицами может быть в ряде случаев упрощено. С помощью (3.9) и определения свертки (4.21) можно заметить, что

$$\hat{l}_0 = \gamma^0, \quad \hat{l}_1 = \gamma^1, \quad \hat{l}_2 = \gamma^2, \quad \hat{l}_3 = \gamma^3 . \quad (4.22)$$

Тогда, используя (4.1), (4.4) и (4.6) легко найти, что

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_2 = i\gamma^5 \hat{l}_3, \quad (4.23)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_3 = -i\gamma^5 \hat{l}_2, \quad (4.24)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_1, \quad (4.25)$$

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_0 . \quad (4.26)$$

Введем свертку произвольного 4-вектора p_μ с матрицами Дирака γ^μ (скалярное произведение (γp)):

$$\hat{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu = p^0 \gamma^0 - (\mathbf{p}\boldsymbol{\gamma}) . \quad (4.21)$$

Объект \hat{p} является матрицей 4×4 . В силу ортогональности базисных векторов пространства Минковского произведения свертки с γ -матрицами может быть в ряде случаев упрощено. С помощью (3.9) и определения свертки (4.21) можно заметить, что

$$\hat{l}_0 = \gamma^0 , \quad \hat{l}_1 = \gamma^1 , \quad \hat{l}_2 = \gamma^2 , \quad \hat{l}_3 = \gamma^3 . \quad (4.22)$$

Тогда, используя (4.1), (4.4) и (4.6) легко найти, что

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_2 = i\gamma^5 \hat{l}_3 , \quad (4.23)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_3 = -i\gamma^5 \hat{l}_2 , \quad (4.24)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_1 , \quad (4.25)$$

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_0 . \quad (4.26)$$

Введем свертку произвольного 4-вектора p_μ с матрицами Дирака γ^μ (скалярное произведение (γp)):

$$\hat{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu = p^0 \gamma^0 - (\mathbf{p}\boldsymbol{\gamma}) . \quad (4.21)$$

Объект \hat{p} является матрицей 4×4 . В силу ортогональности базисных векторов пространства Минковского произведения свертки с γ -матрицами может быть в ряде случаев упрощено. С помощью (3.9) и определения свертки (4.21) можно заметить, что

$$\hat{l}_0 = \gamma^0 , \quad \hat{l}_1 = \gamma^1 , \quad \hat{l}_2 = \gamma^2 , \quad \hat{l}_3 = \gamma^3 . \quad (4.22)$$

Тогда, используя (4.1), (4.4) и (4.6) легко найти, что

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_2 = i\gamma^5 \hat{l}_3 , \quad (4.23)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_3 = -i\gamma^5 \hat{l}_2 , \quad (4.24)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_1 , \quad (4.25)$$

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_0 . \quad (4.26)$$

Введем свертку произвольного 4-вектора p_μ с матрицами Дирака γ^μ (скалярное произведение (γp)):

$$\hat{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu = p^0 \gamma^0 - (\mathbf{p}\boldsymbol{\gamma}) . \quad (4.21)$$

Объект \hat{p} является матрицей 4×4 . В силу ортогональности базисных векторов пространства Минковского произведения свертки с γ -матрицами может быть в ряде случаев упрощено. С помощью (3.9) и определения свертки (4.21) можно заметить, что

$$\hat{l}_0 = \gamma^0 , \quad \hat{l}_1 = \gamma^1 , \quad \hat{l}_2 = \gamma^2 , \quad \hat{l}_3 = \gamma^3 . \quad (4.22)$$

Тогда, используя (4.1), (4.4) и (4.6) легко найти, что

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_2 = i\gamma^5 \hat{l}_3 , \quad (4.23)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_1 \hat{l}_3 = -i\gamma^5 \hat{l}_2 , \quad (4.24)$$

$$\hat{l}_0 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_1 , \quad (4.25)$$

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_3 = i\gamma^5 \hat{l}_0 . \quad (4.26)$$

Для векторов изотропной тетрады можно показать, что

$$\begin{aligned}\hat{n}_\lambda \hat{b}_A \hat{b}_{-A} &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{n}_\lambda, \\ \hat{b}_A \hat{n}_{-\lambda} \hat{n}_\lambda &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{b}_A,\end{aligned}\tag{4.27}$$

где

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) .\tag{4.28}$$

Для векторов изотропной тетрады можно показать, что

$$\begin{aligned}\hat{n}_\lambda \hat{b}_A \hat{b}_{-A} &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{n}_\lambda, \\ \hat{b}_A \hat{n}_{-\lambda} \hat{n}_\lambda &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{b}_A,\end{aligned}\tag{4.27}$$

где

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) .\tag{4.28}$$

Для векторов изотропной тетрады можно показать, что

$$\begin{aligned}\hat{n}_\lambda \hat{b}_A \hat{b}_{-A} &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{n}_\lambda, \\ \hat{b}_A \hat{n}_{-\lambda} \hat{n}_\lambda &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{b}_A,\end{aligned}\tag{4.27}$$

где

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) .\tag{4.28}$$

Для векторов изотропной тетрады можно показать, что

$$\begin{aligned}\hat{n}_\lambda \hat{b}_A \hat{b}_{-A} &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{n}_\lambda, \\ \hat{b}_A \hat{n}_{-\lambda} \hat{n}_\lambda &= \omega_{-A \times \lambda} \hat{b}_A,\end{aligned}\tag{4.27}$$

где

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) .\tag{4.28}$$

Шпуры от произведения γ -матриц

Шпур(след) от произведения γ -матриц, содержащих нечетное число (включая любое число γ^5 -матриц), а также след от произведения $\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu$ равны нулю:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(S^{\text{odd}}) &= \text{Tr}(S^{\text{odd}}(\dots\gamma^5\dots)) = \\ &= \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

В остальных случаях имеем

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^5) &= 0, \quad \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \\ \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\rho\nu}), \\ \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Шпуры от произведения большего числа матриц Дирака можно свести к вычислению шпуров (4.30) с помощью рекуррентного соотношения (4.14).

Шпуры от произведения γ -матриц

Шпур(след) от произведения γ -матриц, содержащих нечетное число (включая любое число γ^5 -матриц), а также след от произведения $\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu$ равны нулю:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(S^{\text{odd}}) &= \text{Tr}(S^{\text{odd}}(\dots\gamma^5\dots)) = \\ &= \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

В остальных случаях имеем

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^5) &= 0, \quad \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \\ \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\rho\nu}), \\ \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Шпуры от произведения большего числа матриц Дирака можно свести к вычислению шпуров (4.30) с помощью рекуррентного соотношения (4.14).

Шпуры от произведения γ -матриц

Шпур(след) от произведения γ -матриц, содержащих нечетное число (включая любое число γ^5 -матриц), а также след от произведения $\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu$ равны нулю:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(S^{\text{odd}}) &= \text{Tr}(S^{\text{odd}}(\dots\gamma^5\dots)) = \\ &= \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

В остальных случаях имеем

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^5) &= 0, \quad \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \\ \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\rho\nu}), \\ \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Шпуры от произведения большего числа матриц Дирака можно свести к вычислению шпуров (4.30) с помощью рекуррентного соотношения (4.14).

Шпуры от произведения γ -матриц

Шпур(след) от произведения γ -матриц, содержащих нечетное число (включая любое число γ^5 -матриц), а также след от произведения $\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu$ равны нулю:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(S^{\text{odd}}) &= \text{Tr}(S^{\text{odd}}(\dots\gamma^5\dots)) = \\ &= \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

В остальных случаях имеем

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^5) &= 0, \quad \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \\ \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\rho\nu}), \\ \text{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Шпуры от произведения большего числа матриц Дирака можно свести к вычислению шпуров (4.30) с помощью рекуррентного соотношения (4.14).

Шпуры от произведения γ -матриц

Шпур(след) от произведения γ -матриц, содержащих нечетное число (включая любое число γ^5 -матриц), а также след от произведения $\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu$ равны нулю:

$$\begin{aligned} \text{Tr} (S^{\text{odd}}) &= \text{Tr} (S^{\text{odd}} (\dots \gamma^5 \dots)) = \\ &= \text{Tr} (\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = 0 . \end{aligned} \quad (4.29)$$

В остальных случаях имеем

$$\begin{aligned} \text{Tr} (\gamma^5) &= 0, \quad \text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} , \\ \text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) &= 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\rho\nu}) , \\ \text{Tr} (\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) &= -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} . \end{aligned} \quad (4.30)$$

Шпуры от произведения большего числа матриц Дирака можно свести к вычислению шпуров (4.30) с помощью рекуррентного соотношения (4.14).

Разложение четырехмерных матриц

Из произведений γ -матриц можно построить 16 линейно независимых матриц Γ_A , составляющих полный набор для 4×4 -матриц. Любую четырехмерную матрицу можно представить в виде линейной комбинации матриц Γ_A .

Один из часто используемых наборов имеет вид:

$$I, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}. \quad (4.31)$$

Тогда для произвольной 4×4 матрицы A разложение по набору (4.31) примет вид

$$A = aI + b\gamma^5 + c_\alpha\gamma^\alpha + d_\alpha\gamma^5\gamma^\alpha + e_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \quad (4.32)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}Tr(A), \quad b = \frac{1}{4}Tr(\gamma^5 A), \quad c^\alpha = \frac{1}{4}Tr(\gamma^\alpha A), \\ d^\alpha &= -\frac{1}{4}Tr(\gamma^5\gamma^\alpha A), \quad e^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8}Tr(\sigma^{\alpha\beta} A). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Разложение четырехмерных матриц

Из произведений γ -матриц можно построить 16 линейно независимых матриц Γ_A , составляющих полный набор для 4×4 -матриц. Любую четырехмерную матрицу можно представить в виде линейной комбинации матриц Γ_A .

Один из часто используемых наборов имеет вид:

$$I, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}. \quad (4.31)$$

Тогда для произвольной 4×4 матрицы A разложение по набору (4.31) примет вид

$$A = aI + b\gamma^5 + c_\alpha\gamma^\alpha + d_\alpha\gamma^5\gamma^\alpha + e_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \quad (4.32)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}Tr(A), \quad b = \frac{1}{4}Tr(\gamma^5 A), \quad c^\alpha = \frac{1}{4}Tr(\gamma^\alpha A), \\ d^\alpha &= -\frac{1}{4}Tr(\gamma^5\gamma^\alpha A), \quad e^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8}Tr(\sigma^{\alpha\beta} A). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Разложение четырехмерных матриц

Из произведений γ -матриц можно построить 16 линейно независимых матриц Γ_A , составляющих полный набор для 4×4 -матриц. Любую четырехмерную матрицу можно представить в виде линейной комбинации матриц Γ_A .

Один из часто используемых наборов имеет вид:

$$I, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}. \quad (4.31)$$

Тогда для произвольной 4×4 матрицы A разложение по набору (4.31) примет вид

$$A = aI + b\gamma^5 + c_\alpha\gamma^\alpha + d_\alpha\gamma^5\gamma^\alpha + e_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \quad (4.32)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}Tr(A), \quad b = \frac{1}{4}Tr(\gamma^5 A), \quad c^\alpha = \frac{1}{4}Tr(\gamma^\alpha A), \\ d^\alpha &= -\frac{1}{4}Tr(\gamma^5\gamma^\alpha A), \quad e^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8}Tr(\sigma^{\alpha\beta} A). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Разложение четырехмерных матриц

Из произведений γ -матриц можно построить 16 линейно независимых матриц Γ_A , составляющих полный набор для 4×4 -матриц. Любую четырехмерную матрицу можно представить в виде линейной комбинации матриц Γ_A .

Один из часто используемых наборов имеет вид:

$$I, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}. \quad (4.31)$$

Тогда для произвольной 4×4 матрицы A разложение по набору (4.31) примет вид

$$A = aI + b\gamma^5 + c_\alpha\gamma^\alpha + d_\alpha\gamma^5\gamma^\alpha + e_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \quad (4.32)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}Tr(A), \quad b = \frac{1}{4}Tr(\gamma^5 A), \quad c^\alpha = \frac{1}{4}Tr(\gamma^\alpha A), \\ d^\alpha &= -\frac{1}{4}Tr(\gamma^5\gamma^\alpha A), \quad e^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8}Tr(\sigma^{\alpha\beta} A). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Разложение четырехмерных матриц

Из произведений γ -матриц можно построить 16 линейно независимых матриц Γ_A , составляющих полный набор для 4×4 -матриц. Любую четырехмерную матрицу можно представить в виде линейной комбинации матриц Γ_A .

Один из часто используемых наборов имеет вид:

$$I, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}. \quad (4.31)$$

Тогда для произвольной 4×4 матрицы A разложение по набору (4.31) примет вид

$$A = aI + b\gamma^5 + c_\alpha\gamma^\alpha + d_\alpha\gamma^5\gamma^\alpha + e_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \quad (4.32)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}Tr(A), \quad b = \frac{1}{4}Tr(\gamma^5 A), \quad c^\alpha = \frac{1}{4}Tr(\gamma^\alpha A), \\ d^\alpha &= -\frac{1}{4}Tr(\gamma^5\gamma^\alpha A), \quad e^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8}Tr(\sigma^{\alpha\beta} A). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Разложение четырехмерных матриц

Из произведений γ -матриц можно построить 16 линейно независимых матриц Γ_A , составляющих полный набор для 4×4 -матриц. Любую четырехмерную матрицу можно представить в виде линейной комбинации матриц Γ_A .

Один из часто используемых наборов имеет вид:

$$I, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}. \quad (4.31)$$

Тогда для произвольной 4×4 матрицы A разложение по набору (4.31) примет вид

$$A = aI + b\gamma^5 + c_\alpha\gamma^\alpha + d_\alpha\gamma^5\gamma^\alpha + e_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \quad (4.32)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}Tr(A), \quad b = \frac{1}{4}Tr(\gamma^5 A), \quad c^\alpha = \frac{1}{4}Tr(\gamma^\alpha A), \\ d^\alpha &= -\frac{1}{4}Tr(\gamma^5\gamma^\alpha A), \quad e^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8}Tr(\sigma^{\alpha\beta} A). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr}(\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для разложения можно использовать также набор

$$\omega_\lambda \equiv \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5), \quad \omega_\lambda \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu}, \quad (\lambda = -1, 1). \quad (4.34)$$

В этом случае разложение матрицы A запишется в виде

$$A = \sum_{\lambda=-1}^1 \omega_\lambda (a^\lambda + b_\mu^\lambda \gamma^\mu) + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \quad (4.35)$$

с коэффициентами разложения

$$\begin{aligned} a^\lambda &= \frac{1}{2} \text{Tr} (\omega_\lambda A), \quad b_\mu^\lambda = \frac{1}{2} \text{Tr} (\omega_{-\lambda} \gamma_\mu A), \\ c^{\mu\nu} &= -\frac{1}{8} \text{Tr} (\sigma^{\mu\nu} A). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Техника вычислений процессов взаимодействия элементарных частиц

В.В. Андреев

*кафедра теоретической физики
ГГУ им. Ф.Скорины, г.Гомель, Беларусь*

Тема

Определение базисных спиноров. Соотношения для базисных спиноров. Явный вид базисных спиноров. Уравнение Дирака. Проективные операторы и уравнение Дирака. Решение уравнения Дирака. Вектор поляризации фермиона спина. Базисные спиноры и биспиноры Дирака.

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Базисные спиноры

Определение. С помощью векторов изотропной тетрады (3.6) определим безмассовые базисные спиноры $u_\lambda(b_{-1})$ и $u_\lambda(b_1)$:

$$\hat{b}_{-1} u_\lambda(b_{-1}) = 0, \quad u_\lambda(b_1) = \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}), \quad (5.1)$$

$$\omega_\lambda u_\lambda(b_{\pm 1}) = u_\lambda(b_{\pm 1}) \quad (5.2)$$

с проективной матрицей

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \lambda \gamma_5) \quad (5.3)$$

и условием нормировки

$$u_\lambda(b_{\pm 1}) \bar{u}_\lambda(b_{\pm 1}) = \omega_\lambda \hat{b}_{\pm 1}. \quad (5.4)$$

Фазовое соглашение. Фазовое соглашение, которое в случае безмассовых частиц будет определять связь между спинорами с разной спиральностью, выберем в виде

$$\hat{n}_\lambda u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda, \rho} u_\rho(b_{-1}). \quad (5.5)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho, -A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho, \lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho, A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda, -\rho} \delta_{C, -A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho, -A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho, \lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho, A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda, -\rho} \delta_{C, -A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho,-A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho,\lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho,A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda,-\rho} \delta_{C,-A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho,-A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho,\lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho,A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda,-\rho} \delta_{C,-A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho,-A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho,\lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho,A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda,-\rho} \delta_{C,-A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho,-A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho,\lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho,A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda,-\rho} \delta_{C,-A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho, -A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho, \lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho, A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda, -\rho} \delta_{C, -A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Соотношения (5.1), (5.2) и (5.5) можно записать в обобщенном виде:

$$\hat{b}_\rho u_\lambda (b_A) = \delta_{\rho, -A} u_{-\lambda} (b_{-A}) , \quad (5.6)$$

$$\omega_\lambda u_\rho (b_A) = \delta_{\rho, \lambda} u_\lambda (b_A) , \quad (5.7)$$

$$\hat{n}_\rho u_\lambda (b_A) = (-A) \delta_{\rho, A \times \lambda} u_{-\lambda} (b_A) , \quad (A, \rho, \lambda = \pm 1) . \quad (5.8)$$

Условие полноты. Важным свойством спиноров (5.1) является соотношение полноты, которое доказывается с помощью (5.1), (5.2) и (5.4) и записывается в виде

$$\sum_{\lambda, A = -1}^1 u_\lambda (b_A) \bar{u}_{-\lambda} (b_{-A}) = I . \quad (5.9)$$

Спинорные произведения базисных спиноров (5.1) задаются простыми соотношениями

$$\bar{u}_\lambda (b_C) u_\rho (b_A) = \delta_{\lambda, -\rho} \delta_{C, -A} , \quad (C, A, \lambda, \rho = \pm 1) . \quad (5.10)$$

Основные уравнения для базисных спиноров

Используя, что

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \cdot b_{-\lambda}^{\nu} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \cdot n_{-\lambda}^{\nu} \right] \quad (6.1)$$

матрицу Дирака γ^{μ} можно переписать в виде

$$\gamma^{\mu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \hat{b}_{-\lambda} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \hat{n}_{-\lambda} \right]. \quad (6.2)$$

С помощью уравнений (5.6), (5.8) и (6.2) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^{\mu} u_{\lambda}(b_A) = \tilde{b}_{A}^{\mu} u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^{\mu} u_{-\lambda}(b_A). \quad (6.3)$$

Основные уравнения для базисных спиноров

Используя, что

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \cdot b_{-\lambda}^{\nu} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \cdot n_{-\lambda}^{\nu} \right] \quad (6.1)$$

матрицу Дирака γ^{μ} можно переписать в виде

$$\gamma^{\mu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \hat{b}_{-\lambda} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \hat{n}_{-\lambda} \right]. \quad (6.2)$$

С помощью уравнений (5.6), (5.8) и (6.2) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^{\mu} u_{\lambda}(b_A) = \tilde{b}_{A}^{\mu} u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^{\mu} u_{-\lambda}(b_A). \quad (6.3)$$

Основные уравнения для базисных спиноров

Используя, что

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \cdot b_{-\lambda}^{\nu} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \cdot n_{-\lambda}^{\nu} \right] \quad (6.1)$$

матрицу Дирака γ^{μ} можно переписать в виде

$$\gamma^{\mu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \hat{b}_{-\lambda} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \hat{n}_{-\lambda} \right]. \quad (6.2)$$

С помощью уравнений (5.6), (5.8) и (6.2) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^{\mu} u_{\lambda}(b_A) = \tilde{b}_A^{\mu} u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^{\mu} u_{-\lambda}(b_A). \quad (6.3)$$

Основные уравнения для базисных спиноров

Используя, что

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \cdot b_{-\lambda}^{\nu} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \cdot n_{-\lambda}^{\nu} \right] \quad (6.1)$$

матрицу Дирака γ^{μ} можно переписать в виде

$$\gamma^{\mu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_{\lambda}^{\mu} \hat{b}_{-\lambda} + \tilde{n}_{\lambda}^{\mu} \hat{n}_{-\lambda} \right] . \quad (6.2)$$

С помощью уравнений (5.6), (5.8) и (6.2) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^{\mu} u_{\lambda}(b_A) = \tilde{b}_{-A}^{\mu} u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^{\mu} u_{-\lambda}(b_A) . \quad (6.3)$$

Основные уравнения для базисных спиноров

Используя, что

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right] \quad (6.1)$$

матрицу Дирака γ^μ можно переписать в виде

$$\gamma^\mu = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \hat{b}_{-\lambda} + \tilde{n}_\lambda^\mu \hat{n}_{-\lambda} \right] . \quad (6.2)$$

С помощью уравнений (5.6), (5.8) и (6.2) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^\mu u_\lambda(b_A) = \tilde{b}_A^\mu u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu u_{-\lambda}(b_A) . \quad (6.3)$$

Основные уравнения для базисных спиноров

Используя, что

$$g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \cdot b_{-\lambda}^\nu + \tilde{n}_\lambda^\mu \cdot n_{-\lambda}^\nu \right] \quad (6.1)$$

матрицу Дирака γ^μ можно переписать в виде

$$\gamma^\mu = \sum_{\lambda=-1}^1 \left[\tilde{b}_\lambda^\mu \hat{b}_{-\lambda} + \tilde{n}_\lambda^\mu \hat{n}_{-\lambda} \right] . \quad (6.2)$$

С помощью уравнений (5.6), (5.8) и (6.2) найдем действие матриц Дирака на базисные спиноры

$$\gamma^\mu u_\lambda(b_A) = \tilde{b}_A^\mu u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu u_{-\lambda}(b_A) . \quad (6.3)$$

Произведение n матриц Дирака $S^n = \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n}$ при действии на базисные спиноры генерирует конструкцию вида

$$S^n u_\lambda (b_A) = B_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{A'_n}) - A N_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{-A'_n}) , \quad (6.4)$$

где

$$\lambda'_n = (-1)^n \lambda , \quad A'_n = (-1)^n A , \quad (6.5)$$

а $B_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$, $N_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$ являются лоренц-тензорами, определяемые посредством векторов изотропной тетрады (3.5).

Как следует из (6.3)

$$B_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{b}_A^\mu , \quad N_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu . \quad (6.6)$$

Произведение n матриц Дирака $\mathcal{S}^n = \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n}$ при действии на базисные спиноры генерирует конструкцию вида

$$\mathcal{S}^n u_\lambda(b_A) = \mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n}(b_{A'_n}) - A \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n}(b_{-A'_n}), \quad (6.4)$$

где

$$\lambda'_n = (-1)^n \lambda, \quad A'_n = (-1)^n A, \quad (6.5)$$

а $\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$, $\mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$ являются лоренц-тензорами, определяемые посредством векторов изотропной тетрады (3.5).

Как следует из (6.3)

$$\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{b}_{A, \lambda}^\mu, \quad \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu. \quad (6.6)$$

Произведение n матриц Дирака $\mathcal{S}^n = \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n}$ при действии на базисные спиноры генерирует конструкцию вида

$$\mathcal{S}^n u_\lambda (b_A) = \mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{A'_n}) - A \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{-A'_n}) , \quad (6.4)$$

где

$$\lambda'_n = (-1)^n \lambda , \quad A'_n = (-1)^n A , \quad (6.5)$$

а $\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$, $\mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$ являются лоренц-тензорами, определяемые посредством векторов изотропной тетрады (3.5).

Как следует из (6.3)

$$\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{b}_{A, \lambda}^\mu , \quad \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu . \quad (6.6)$$

Произведение n матриц Дирака $\mathcal{S}^n = \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n}$ при действии на базисные спиноры генерирует конструкцию вида

$$\mathcal{S}^n u_\lambda (b_A) = \mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{A'_n}) - A \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{-A'_n}) , \quad (6.4)$$

где

$$\lambda'_n = (-1)^n \lambda , \quad A'_n = (-1)^n A , \quad (6.5)$$

а $\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$, $\mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$ являются лоренц-тензорами, определяемые посредством векторов изотропной тетрады (3.5).

Как следует из (6.3)

$$\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{b}_{A, \lambda}^\mu , \quad \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu . \quad (6.6)$$

Произведение n матриц Дирака $\mathcal{S}^n = \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n}$ при действии на базисные спиноры генерирует конструкцию вида

$$\mathcal{S}^n u_\lambda (b_A) = \mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{A'_n}) - A \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}} u_{\lambda'_n} (b_{-A'_n}) , \quad (6.4)$$

где

$$\lambda'_n = (-1)^n \lambda , \quad A'_n = (-1)^n A , \quad (6.5)$$

а $\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$, $\mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu_1, \dots, \mu_n\}}$ являются лоренц-тензорами, определяемые посредством векторов изотропной тетрады (3.5).

Как следует из (6.3)

$$\mathcal{B}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{b}_A^\mu , \quad \mathcal{N}_{A, \lambda}^{\{\mu\}} = \tilde{n}_{-A \times \lambda}^\mu . \quad (6.6)$$

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 [i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta}] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 [i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta}] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 [i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta}] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 [i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta}] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 \left[i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 \left[i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 \left[i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 \left[i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Уравнение Дирака

Для описания свободных фермионов спина 1/2 используют уравнение Дирака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (7.1)$$

Данное уравнение представляет собой четыре дифференциальных уравнения, связывающих четыре компоненты вектор-столбца ψ , и с учетом матричных индексов имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^4 \sum_{\mu=0}^3 \left[i\gamma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu - m \delta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta(x) = 0. \quad (7.2)$$

В дальнейшем мы будем использовать безиндексную форму записи, за исключением некоторых случаев.

Частное решение уравнения (7.1) для частицы с массой m_p с фиксированным 4-импульсом p ($p^2 = m_p^2$) записывается в виде плоской волны

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_{\lambda_p}(p) e^{-i(p \cdot x)}, \quad (7.3)$$

где индекс $\lambda = \pm 1$ определяет удвоенное значение проекции спина

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p \cdot x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p \cdot x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p \cdot x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p \cdot x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p \cdot x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Дираковский спинор (биспинор) $u_{\lambda_p}(p)$ для частицы удовлетворяет уравнению (7.1), записанному в импульсном представлении

$$(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad (7.4)$$

где $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$.

Аналогичное решение для массивной античастицы спина 1/2 (в состоянии с 4-импульсом $-p$) записывается в виде

$$\psi_{\lambda_p}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_{\lambda_p}(p) e^{i(p \cdot x)} \quad (7.5)$$

с биспинором $v_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяющим уравнению

$$(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p) = 0. \quad (7.6)$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4),(7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4),(7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4),(7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4),(7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4),(7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4), (7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Для полного описания фермионных полей вводится дираковски–сопряженные биспиноры

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0, \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma^0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{u}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} - m_p) &= 0, \\ \bar{v}_{\lambda_p}(p)(\hat{p} + m_p) &= 0.\end{aligned}\tag{7.8}$$

Важным случаем является случай безмассовых фермионов спина 1/2, т.е. когда фермион с 4-импульсом p имеет массу покоя $m_p = 0$. Уравнения (7.4), (7.6) и (7.8) упрощаются и принимают вид

$$\hat{p} u_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{u}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0,\tag{7.9}$$

$$\hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \quad \bar{v}_{\lambda_p}(p) \hat{p} = 0.\tag{7.10}$$

Описание спиновых свойств фермионов

Как известно, оператор спина \mathbf{S} удовлетворяет стандартным коммутационным соотношениям

$$[\mathbf{S}^2, S_3] = 0, \quad [S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}S_k, \quad (8.1)$$

а также, что

$$\mathbf{S}^2 |p, s, \lambda\rangle = s(s+1) |p, s, \lambda\rangle, \quad s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (8.2)$$

Оператор проекции спина S_3 на заданную (но произвольную) "ось z ", удовлетворяющий соотношению

$$S_3 |p, s, \lambda\rangle = \frac{(s_p W)}{m_p} |p, s, \lambda\rangle = \lambda |p, s, \lambda\rangle, \quad (8.3)$$

$$\lambda = -s, -s+1, \dots, s.$$

используют для идентификации вектора состояния частицы со спином $|p, s, \lambda\rangle$.

Описание спиновых свойств фермионов

Как известно, оператор спина \mathbf{S} удовлетворяет стандартным коммутационным соотношениям

$$[\mathbf{S}^2, S_3] = 0, \quad [S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}S_k, \quad (8.1)$$

а также, что

$$\mathbf{S}^2 |p, s, \lambda\rangle = s(s+1) |p, s, \lambda\rangle, \quad s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (8.2)$$

Оператор проекции спина S_3 на заданную (но произвольную) "ось z ", удовлетворяющий соотношению

$$S_3 |p, s, \lambda\rangle = \frac{(s_p W)}{m_p} |p, s, \lambda\rangle = \lambda |p, s, \lambda\rangle, \quad (8.3)$$

$$\lambda = -s, -s+1, \dots, s.$$

используют для идентификации вектора состояния частицы со спином $|p, s, \lambda\rangle$.

Описание спиновых свойств фермионов

Как известно, оператор спина \mathbf{S} удовлетворяет стандартным коммутационным соотношениям

$$[\mathbf{S}^2, S_3] = 0, \quad [S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}S_k, \quad (8.1)$$

а также, что

$$\mathbf{S}^2 |p, s, \lambda\rangle = s(s+1) |p, s, \lambda\rangle, \quad s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (8.2)$$

Оператор проекции спина S_3 на заданную (но произвольную) "ось z ", удовлетворяющий соотношению

$$S_3 |p, s, \lambda\rangle = \frac{(s_p W)}{m_p} |p, s, \lambda\rangle = \lambda |p, s, \lambda\rangle, \quad (8.3)$$

$$\lambda = -s, -s+1, \dots, s.$$

используют для идентификации вектора состояния частицы со спином $|p, s, \lambda\rangle$.

Описание спиновых свойств фермионов

Как известно, оператор спина \mathbf{S} удовлетворяет стандартным коммутационным соотношениям

$$[\mathbf{S}^2, S_3] = 0, \quad [S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}S_k, \quad (8.1)$$

а также, что

$$\mathbf{S}^2 |p, s, \lambda\rangle = s(s+1) |p, s, \lambda\rangle, \quad s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (8.2)$$

Оператор проекции спина S_3 на заданную (но произвольную) "ось z ", удовлетворяющий соотношению

$$S_3 |p, s, \lambda\rangle = \frac{(s_p W)}{m_p} |p, s, \lambda\rangle = \lambda |p, s, \lambda\rangle, \quad (8.3)$$

$$\lambda = -s, -s+1, \dots, s.$$

используют для идентификации вектора состояния частицы со спином $|p, s, \lambda\rangle$.

Описание спиновых свойств фермионов

Как известно, оператор спина \mathbf{S} удовлетворяет стандартным коммутационным соотношениям

$$[\mathbf{S}^2, S_3] = 0, \quad [S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk} S_k, \quad (8.1)$$

а также, что

$$\mathbf{S}^2 |p, s, \lambda\rangle = s(s+1) |p, s, \lambda\rangle, \quad s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (8.2)$$

Оператор проекции спина S_3 на заданную (но произвольную) “ось z ”, удовлетворяющий соотношению

$$S_3 |p, s, \lambda\rangle = \frac{(s_p W)}{m_p} |p, s, \lambda\rangle = \lambda |p, s, \lambda\rangle, \quad (8.3)$$

$$\lambda = -s, -s+1, \dots, s.$$

используют для идентификации вектора состояния частицы со спином $|p, s, \lambda\rangle$.

Описание спиновых свойств фермионов

Как известно, оператор спина \mathbf{S} удовлетворяет стандартным коммутационным соотношениям

$$[\mathbf{S}^2, S_3] = 0, \quad [S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk} S_k, \quad (8.1)$$

а также, что

$$\mathbf{S}^2 |p, s, \lambda\rangle = s(s+1) |p, s, \lambda\rangle, \quad s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (8.2)$$

Оператор проекции спина S_3 на заданную (но произвольную) “ось z ”, удовлетворяющий соотношению

$$S_3 |p, s, \lambda\rangle = \frac{(s_p W)}{m_p} |p, s, \lambda\rangle = \lambda |p, s, \lambda\rangle, \quad (8.3)$$

$$\lambda = -s, -s+1, \dots, s.$$

используют для идентификации вектора состояния частицы со спином $|p, s, \lambda\rangle$.

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где вектор поляризации фермиона s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина 1/2.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где вектор поляризации фермиона s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где вектор поляризации фермиона s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где вектор поляризации фермиона s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где вектор поляризации фермиона s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где вектор поляризации фермиона s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где **вектор поляризации фермиона** s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Перейдем теперь к описанию поляризационных свойств фермионов спина $1/2$.

Так как спин частиц фиксирован, то для однозначной идентификации спиновых состояний фермиона достаточно ограничиться уравнением Дирака (7.4) и соотношением

$$S_3 u_{\lambda_p}(p) = \frac{\lambda_p}{2} u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1) \quad (8.4)$$

с условием

$$[\hat{p}, S_3] = \hat{p}S_3 - S_3\hat{p} = 0. \quad (8.5)$$

Релятивистское ковариантное выражение для оператора проекции спина S_3 для дираковских частиц имеет вид

$$S_3 = \frac{\gamma_5 \hat{s}_p \hat{p}}{2m_p}. \quad (8.6)$$

где **вектор поляризации фермиона** s_p удовлетворяет условию

$$(s_p p) = 0, \quad s_p^2 = -1. \quad (8.7)$$

Легко убедиться, что полученный оператор S_3 коммутирует с оператором \hat{p} .

Оператор спина

С учетом вышеизложенного уравнение (8.4) принимает вид:

$$\gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1), \quad (8.8)$$

где мы учли, что биспинор $u_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяет уравнению (7.4).

Для безмассовых фермионов спина 1/2 оператором S_3 является матрица γ_5 т.е.

$$\gamma_5 u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1). \quad (8.9)$$

Оператор спина

С учетом вышеизложенного уравнение (8.4) принимает вид:

$$\gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1), \quad (8.8)$$

где мы учли, что биспинор $u_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяет уравнению (7.4).

Для безмассовых фермионов спина 1/2 оператором S_3 является матрица γ_5 т.е.

$$\gamma_5 u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1). \quad (8.9)$$

Оператор спина

С учетом вышеизложенного уравнение (8.4) принимает вид:

$$\gamma_5 \hat{S}_p u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1), \quad (8.8)$$

где мы учли, что биспинор $u_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяет уравнению (7.4).

Для безмассовых фермионов спина 1/2 оператором S_3 является матрица γ_5 т.е.

$$\gamma_5 u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1). \quad (8.9)$$

Оператор спина

С учетом вышеизложенного уравнение (8.4) принимает вид:

$$\gamma_5 \hat{S}_p u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1), \quad (8.8)$$

где мы учли, что биспинор $u_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяет уравнению (7.4).

Для безмассовых фермионов спина 1/2 оператором S_3 является матрица γ_5 т.е.

$$\gamma_5 u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1). \quad (8.9)$$

Оператор спина

С учетом вышеизложенного уравнение (8.4) принимает вид:

$$\gamma_5 \hat{S}_p u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1), \quad (8.8)$$

где мы учли, что биспинор $u_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяет уравнению (7.4).

Для безмассовых фермионов спина 1/2 оператором S_3 является матрица γ^5 т.е.

$$\gamma_5 u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1). \quad (8.9)$$

Оператор спина

С учетом вышеизложенного уравнение (8.4) принимает вид:

$$\gamma_5 \hat{S}_p u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1), \quad (8.8)$$

где мы учли, что биспинор $u_{\lambda_p}(p)$ удовлетворяет уравнению (7.4).

Для безмассовых фермионов спина 1/2 оператором S_3 является матрица γ^5 т.е.

$$\gamma_5 u_{\lambda_p}(p) = \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \quad (\lambda_p = \pm 1). \quad (8.9)$$

Выбор вектора поляризации

Сделаем несколько замечаний относительно выбора вектора поляризации s_p . Единственным ограничением являются соотношения (8.7), и поэтому существует свобода выбора этого вектора. Приведем несколько примеров наиболее часто используемых в физических приложениях поляризационных состояний фермионов.

Если осью проекции спина является импульс частицы \mathbf{p} , т.е. (поляризационное состояние фермиона с определенной спиральностью), то

$$s_H = (s_0, \mathbf{s}) = \left(\frac{|\mathbf{p}|}{m_p}, \frac{\omega_{m_p}(\mathbf{p}) \mathbf{p}}{|\mathbf{p}| m_p} \right). \quad (8.10)$$

Выбор вектора поляризации

Сделаем несколько замечаний относительно выбора вектора поляризации s_p . Единственным ограничением являются соотношения (8.7), и поэтому существует свобода выбора этого вектора. Приведем несколько примеров наиболее часто используемых в физических приложениях поляризационных состояний фермионов.

Если осью проекции спина является импульс частицы \mathbf{p} , т.е. (поляризационное состояние фермиона с определенной спиральностью), то

$$s_H = (s_0, \mathbf{s}) = \left(\frac{|\mathbf{p}|}{m_p}, \frac{\omega_{m_p}(\mathbf{p}) \mathbf{p}}{|\mathbf{p}| m_p} \right). \quad (8.10)$$

Выбор вектора поляризации

Сделаем несколько замечаний относительно выбора вектора поляризации s_p . Единственным ограничением являются соотношения (8.7), и поэтому существует свобода выбора этого вектора. Приведем несколько примеров наиболее часто используемых в физических приложениях поляризационных состояний фермионов.

Если осью проекции спина является импульс частицы \mathbf{p} , т.е. (поляризационное состояние фермиона с определенной спиральностью), то

$$s_H = (s_0, \mathbf{s}) = \left(\frac{|\mathbf{p}|}{m_p}, \frac{\omega_{m_p}(\mathbf{p}) \mathbf{p}}{|\mathbf{p}| m_p} \right). \quad (8.10)$$

Выбор вектора поляризации

Сделаем несколько замечаний относительно выбора вектора поляризации s_p . Единственным ограничением являются соотношения (8.7), и поэтому существует свобода выбора этого вектора. Приведем несколько примеров наиболее часто используемых в физических приложениях поляризационных состояний фермионов.

Если осью проекции спина является импульс частицы \mathbf{p} , т.е. (поляризационное состояние фермиона с определенной спиральностью), то

$$s_H = (s_0, \mathbf{s}) = \left(\frac{|\mathbf{p}|}{m_p}, \frac{\omega_{m_p}(\mathbf{p}) \mathbf{p}}{|\mathbf{p}| m_p} \right). \quad (8.10)$$

Если в системе покоя частицы в качестве оси проекции z выбираем некоторый пространственно-подобный вектор \mathbf{n} , то в произвольной системе отсчета, где фермион имеет 4-импульс p , вектор s_p имеет следующие компоненты

$$s_Z = (s_0, \mathbf{s}_p), \text{ где}$$

$$s_0 = \frac{(\mathbf{n}p)}{m_p}, \quad \mathbf{s}_p = \mathbf{n} + \frac{\mathbf{p} (\mathbf{p}\mathbf{n})}{m_p (\omega_{m_p}(\mathbf{p}) + m_p)}. \quad (8.11)$$

Таким образом для определения бипинора u необходимо учитывать спиновые свойства и тогда вместо $u(p)$ и $v(p)$ имеем:

$$u_{\lambda_p}(p, s_p) \quad (8.12)$$

$$v_{\lambda_p}(p, s_p). \quad (8.13)$$

Если в системе покоя частицы в качестве оси проекции z выбираем некоторый пространственно-подобный вектор \mathbf{n} , то в произвольной системе отсчета, где фермион имеет 4-импульс p , вектор s_p имеет следующие компоненты

$$s_Z = (s_0, \mathbf{s}_p), \text{ где}$$

$$s_0 = \frac{(\mathbf{n}p)}{m_p}, \quad \mathbf{s}_p = \mathbf{n} + \frac{\mathbf{p} (\mathbf{p}\mathbf{n})}{m_p (\omega_{m_p}(\mathbf{p}) + m_p)}. \quad (8.11)$$

Таким образом для определения бипинора u необходимо учитывать спиновые свойства и тогда вместо $u(p)$ и $v(p)$ имеем:

$$u_{\lambda_p}(p, s_p) \quad (8.12)$$

$$v_{\lambda_p}(p, s_p). \quad (8.13)$$

Если в системе покоя частицы в качестве оси проекции z выбираем некоторый пространственно-подобный вектор \mathbf{n} , то в произвольной системе отсчета, где фермион имеет 4-импульс p , вектор s_p имеет следующие компоненты

$$s_Z = (s_0, \mathbf{s}_p), \text{ где}$$

$$s_0 = \frac{(\mathbf{n} \mathbf{p})}{m_p}, \quad \mathbf{s}_p = \mathbf{n} + \frac{\mathbf{p} (\mathbf{p} \mathbf{n})}{m_p (\omega_{m_p}(\mathbf{p}) + m_p)}. \quad (8.11)$$

Таким образом для определения бипинора u необходимо учитывать спиновые свойства и тогда вместо $u(p)$ и $v(p)$ имеем:

$$u_{\lambda_p}(p, s_p) \quad (8.12)$$

$$v_{\lambda_p}(p, s_p). \quad (8.13)$$

Если в системе покоя частицы в качестве оси проекции z выбираем некоторый пространственно-подобный вектор \mathbf{n} , то в произвольной системе отсчета, где фермион имеет 4-импульс p , вектор s_p имеет следующие компоненты

$$s_Z = (s_0, \mathbf{s}_p), \text{ где}$$

$$s_0 = \frac{(\mathbf{n}\mathbf{p})}{m_p}, \quad \mathbf{s}_p = \mathbf{n} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{n})}{m_p(\omega_{m_p}(\mathbf{p}) + m_p)}. \quad (8.11)$$

Таким образом для определения бипинора u необходимо учитывать спиновые свойства и тогда вместо $u(p)$ и $v(p)$ имеем:

$$u_{\lambda_p}(p, s_p) \quad (8.12)$$

$$v_{\lambda_p}(p, s_p). \quad (8.13)$$

Если в системе покоя частицы в качестве оси проекции z выбираем некоторый пространственно-подобный вектор \mathbf{n} , то в произвольной системе отсчета, где фермион имеет 4-импульс p , вектор s_p имеет следующие компоненты

$$s_Z = (s_0, \mathbf{s}_p), \text{ где}$$

$$s_0 = \frac{(\mathbf{n}\mathbf{p})}{m_p}, \quad \mathbf{s}_p = \mathbf{n} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{n})}{m_p(\omega_{m_p}(\mathbf{p}) + m_p)}. \quad (8.11)$$

Таким образом для определения бипинора u необходимо учитывать спиновые свойства и тогда вместо $u(p)$ и $v(p)$ имеем:

$$u_{\lambda_p}(p, s_p) \quad (8.12)$$

$$v_{\lambda_p}(p, s_p). \quad (8.13)$$

Если в системе покоя частицы в качестве оси проекции z выбираем некоторый пространственно-подобный вектор \mathbf{n} , то в произвольной системе отсчета, где фермион имеет 4-импульс p , вектор s_p имеет следующие компоненты

$$s_Z = (s_0, \mathbf{s}_p), \text{ где}$$

$$s_0 = \frac{(\mathbf{n}\mathbf{p})}{m_p}, \quad \mathbf{s}_p = \mathbf{n} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{n})}{m_p(\omega_{m_p}(\mathbf{p}) + m_p)}. \quad (8.11)$$

Таким образом для определения бипинора u необходимо учитывать спиновые свойства и тогда вместо $u(p)$ и $v(p)$ имеем:

$$u_{\lambda_p}(p, s_p) \quad (8.12)$$

$$v_{\lambda_p}(p, s_p) . \quad (8.13)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned} (\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p) \end{aligned} \quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned} (\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p) \end{aligned} \quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned} (\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p) \end{aligned} \quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned} (\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p) \end{aligned} \quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\tag{8.14}$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p.\tag{8.15}$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\tag{8.16}$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p.\tag{8.17}$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\tag{8.14}$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p.\tag{8.15}$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\tag{8.16}$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p.\tag{8.17}$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

С учетом спиновых степеней свободы для массивного фермиона имеем систему уравнений, которые определяют явный вид и свойства биспиноров Дирака

$$\begin{aligned}(\hat{p} - m_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \quad (\lambda_p = \pm 1),\end{aligned}\quad (8.14)$$

К этим уравнениям добавляют условие нормировки

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.15)$$

Для массивного антифермиона уравнения (8.14) принимают вид

$$\begin{aligned}(\hat{p} + m_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) &= 0, \\ \gamma_5 \hat{s}_p v_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p)\end{aligned}\quad (8.16)$$

с аналогичным условием нормировки

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) v_{\lambda_p}(p, s_p) = -2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} m_p. \quad (8.17)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$u_{\alpha}(p, \lambda) \bar{u}_{\beta}(p, \lambda) = \delta_{\alpha\beta} \frac{E + m}{2m} \quad (8.18)$$

$$v_{\alpha}(p, \lambda) \bar{v}_{\beta}(p, \lambda) = -\delta_{\alpha\beta} \frac{E + m}{2m} \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \not{p} u &= E u \\ \not{p} v &= -E v \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$u_{\lambda_1}(p, s_1) \bar{u}_{\lambda_2}(p, s_2) = 2\delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{s_1 s_2} \not{p} \quad (8.18)$$

$$v_{\lambda_1}(p, s_1) \bar{v}_{\lambda_2}(p, s_2) = -2\delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{s_1 s_2} \not{p} \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \not{p} u_{\lambda}(p, s) &= \lambda \not{p} u_{\lambda}(p, s) \\ \not{p} v_{\lambda}(p, s) &= -\lambda \not{p} v_{\lambda}(p, s) \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \gamma^\mu \partial_\mu \psi &= 0, \\ \gamma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} &= 0. \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \not{p} u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \\ \not{p} v_{\lambda_p}(p, s_p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p), \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \not{p} u_{\lambda_p}(p, s_p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p, s_p), \\ \not{p} v_{\lambda_p}(p, s_p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p, s_p), \\ \not{p} \bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) &= \lambda'_p \bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p), \\ \not{p} \bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) &= -\lambda'_p \bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \hat{p} u_{\lambda_p}(p) &= 0, \quad \hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \\ u_{\lambda_p}(p) &= \lambda_p v_{-\lambda_p}(p), \\ v_{\lambda_p}(p) &= -\lambda_p u_{-\lambda_p}(p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \hat{p} u_{\lambda_p}(p) &= 0, \quad \hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \\ \gamma_5 u_{\lambda_p}(p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \\ \gamma_5 v_{\lambda_p}(p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \hat{p} u_{\lambda_p}(p) &= 0, \quad \hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \\ \gamma_5 u_{\lambda_p}(p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \\ \gamma_5 v_{\lambda_p}(p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \hat{p} u_{\lambda_p}(p) &= 0, \quad \hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \\ \gamma_5 u_{\lambda_p}(p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \\ \gamma_5 v_{\lambda_p}(p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \hat{p} u_{\lambda_p}(p) &= 0, \quad \hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \\ \gamma_5 u_{\lambda_p}(p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \\ \gamma_5 v_{\lambda_p}(p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Условия нормировки (8.15) и (8.17) могут быть записаны в виде соотношений

$$\bar{u}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu u_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu, \quad (8.18)$$

$$\bar{v}_{\lambda'_p}(p, s_p) \gamma^\mu v_{\lambda_p}(p, s_p) = 2\delta_{\lambda'_p, \lambda_p} p^\mu. \quad (8.19)$$

Для безмассовых фермионов уравнения, определяющие дираковский спинор записываются в виде

$$\begin{aligned} \hat{p} u_{\lambda_p}(p) &= 0, \quad \hat{p} v_{\lambda_p}(p) = 0, \\ \gamma_5 u_{\lambda_p}(p) &= \lambda_p u_{\lambda_p}(p), \\ \gamma_5 v_{\lambda_p}(p) &= -\lambda_p v_{\lambda_p}(p). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Условия нормировки (8.15) и (8.17) для частиц с нулевой массой покоя неприемлемы, и поэтому в этом случае используем нормировку в виде (8.18) и (8.19).

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} - m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2} (\hat{p} + A m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} - m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2} (\hat{p} + A m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2}(\hat{p} + m_p)(I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2}(\hat{p} - m_p)(I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2}(\hat{p} + Am_p)(I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} - m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2} (\hat{p} + A m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} - m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2} (\hat{p} + A m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} - m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2} (\hat{p} + A m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективные операторы уравнения Дирака

С помощью уравнений (8.14) построим проективную матрицу-диаду для биспинора $u_{\lambda_p}(p, s_p)$:

$$\tau_{\lambda_p}^{+1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.1)$$

Аналогичная проективная матрица-диада для биспинора массивного антифермиона $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ с использованием (8.16) запишется в виде

$$\tau_{\lambda_p}^{-1}(p, s_p) = \frac{1}{2} (\hat{p} - m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p). \quad (9.2)$$

Введем вспомогательный биспинор

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) \equiv \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (9.3)$$

Проективные операторы фермионов и антифермионов также обобщим в один оператор

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \equiv \frac{1}{2} (\hat{p} + A m_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p), \quad (9.4)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} P_+^2(\psi) &= P_+(\psi) \\ &= \frac{1}{2}(\beta + \gamma_5)\psi = P_+(\psi) \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\pm} P_{\pm}(\psi) = (\beta + \gamma_5)\psi = \Lambda_4(\psi) \quad (9.6)$$

$$\sum_{\pm} P_{\pm}(\psi) / (\beta + \gamma_5) = 1 \quad (9.7)$$

$$\begin{aligned} P_+(\psi) &= P_+(\psi) \\ &= -\gamma_5 P_+(\psi) \end{aligned} \quad (9.9)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) \pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) &= \\ &= 2 \Delta \pi_p \theta_{\lambda, \pm} \theta_{\lambda, \pm} \pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\lambda} \pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) = (\mathbb{1} + \Delta \pi_p)^{\pm} \Lambda_{\pm}(\rho) \quad (9.6)$$

$$\sum_{\lambda} \pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) / (1 \pm \Delta \pi_p) = \mathbb{1} \quad (9.7)$$

$$\pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) = \pi_{\lambda}^{\pm}(\sigma_p, \rho) \quad (9.8)$$

$$= -\mathbb{I} \pi_{\lambda}^{\pm}(\rho, \sigma_p) \quad (9.9)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \tau_{\lambda'_p}^B(p, s_p) &= \\ &= 2 A m_p \delta_{A,B} \delta_{\lambda_p, \lambda'_p} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\lambda_p=-1}^1 \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) = (\hat{p} + A m_p) \stackrel{\text{def}}{=} \Lambda_A(p) , \quad (9.6)$$

$$\sum_{\lambda_p, A=-1}^1 A \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) / (2m_p) = I , \quad (9.7)$$

$$\bar{\tau}_{\lambda_p}^A(p, s_p) = \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \quad (9.8)$$

$$\gamma^5 \tau_{\lambda_p}^A = -\tau_{-\lambda_p}^{-A}(p, s_p) \gamma^5 . \quad (9.9)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \tau_{\lambda'_p}^B(p, s_p) &= \\ &= 2 A m_p \delta_{A,B} \delta_{\lambda_p, \lambda'_p} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\lambda_p=-1}^1 \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) = (\hat{p} + A m_p) \stackrel{\text{def}}{=} \Lambda_A(p) , \quad (9.6)$$

$$\sum_{\lambda_p, A=-1}^1 A \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) / (2m_p) = I , \quad (9.7)$$

$$\bar{\tau}_{\lambda_p}^A(p, s_p) = \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \quad (9.8)$$

$$\gamma^5 \tau_{\lambda_p}^A = -\tau_{-\lambda_p}^{-A}(p, s_p) \gamma^5 . \quad (9.9)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \tau_{\lambda'_p}^B(p, s_p) &= \\ &= 2 A m_p \delta_{A,B} \delta_{\lambda_p, \lambda'_p} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\lambda_p=-1}^1 \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) = (\hat{p} + A m_p) \stackrel{\text{def}}{=} \Lambda_A(p) , \quad (9.6)$$

$$\sum_{\lambda_p, A=-1}^1 A \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) / (2m_p) = I , \quad (9.7)$$

$$\bar{\tau}_{\lambda_p}^A(p, s_p) = \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \quad (9.8)$$

$$\gamma^5 \tau_{\lambda_p}^A = -\tau_{-\lambda_p}^{-A}(p, s_p) \gamma^5 . \quad (9.9)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \tau_{\lambda'_p}^B(p, s_p) &= \\ &= 2 A m_p \delta_{A,B} \delta_{\lambda_p, \lambda'_p} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\lambda_p=-1}^1 \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) = (\hat{p} + A m_p) \stackrel{\text{def}}{=} \Lambda_A(p) , \quad (9.6)$$

$$\sum_{\lambda_p, A=-1}^1 A \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) / (2m_p) = I , \quad (9.7)$$

$$\bar{\tau}_{\lambda_p}^A(p, s_p) = \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \quad (9.8)$$

$$\gamma^5 \tau_{\lambda_p}^A = -\tau_{-\lambda_p}^{-A}(p, s_p) \gamma^5 . \quad (9.9)$$

Проективный оператор обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \tau_{\lambda'_p}^B(p, s_p) &= \\ &= 2 A m_p \delta_{A,B} \delta_{\lambda_p, \lambda'_p} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \end{aligned} \quad (9.5)$$

$$\sum_{\lambda_p=-1}^1 \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) = (\hat{p} + A m_p) \stackrel{\text{def}}{=} \Lambda_A(p) , \quad (9.6)$$

$$\sum_{\lambda_p, A=-1}^1 A \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) / (2m_p) = I , \quad (9.7)$$

$$\bar{\tau}_{\lambda_p}^A(p, s_p) = \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) , \quad (9.8)$$

$$\gamma^5 \tau_{\lambda_p}^A = -\tau_{-\lambda_p}^{-A}(p, s_p) \gamma^5 . \quad (9.9)$$

С помощью (9.1)-(9.4) получим, что решение уравнений (8.14) и (8.16) для массивных фермионов и антифермионов можно записать в следующей форме

$$w_{\lambda_p}^A(p, s_p) = N \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \Phi_{\lambda_p}^A, \quad (9.10)$$

где $\Phi_{\lambda_p}^A$ некоторый произвольный биспинор.

С помощью (9.1)-(9.4) получим, что решение уравнений (8.14) и (8.16) для массивных фермионов и антифермионов можно записать в следующей форме

$$w_{\lambda_p}^A(p, s_p) = N \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \Phi_{\lambda_p}^A, \quad (9.10)$$

где $\Phi_{\lambda_p}^A$ некоторый произвольный биспинор.

С помощью (9.1)-(9.4) получим, что решение уравнений (8.14) и (8.16) для массивных фермионов и антифермионов можно записать в следующей форме

$$w_{\lambda_p}^A(p, s_p) = N \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \Phi_{\lambda_p}^A, \quad (9.10)$$

где $\Phi_{\lambda_p}^A$ некоторый произвольный биспинор.

С помощью (9.1)-(9.4) получим, что решение уравнений (8.14) и (8.16) для массивных фермионов и антифермионов можно записать в следующей форме

$$w_{\lambda_p}^A(p, s_p) = N \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \Phi_{\lambda_p}^A, \quad (9.10)$$

где $\Phi_{\lambda_p}^A$ некоторый произвольный биспинор.

Спиноры Дирака и базисные спиноры

Дираковский спинор $w_\lambda^A(p, s_p)$ массивного фермиона ($A = 1$) и антифермиона ($A = -1$) с 4-импульсом p и произвольным вектором поляризации s_p может быть построен с помощью проективных операторов спина 1/2

$$\begin{aligned}
 w_\lambda^A(p, s_p) &= \frac{(A\lambda)}{\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} \tau_\lambda^A(p) u_{-A \times \lambda}(b_1) = \\
 &= (A\lambda) \frac{(\hat{p} + Am_p)(1 + \lambda \gamma_5 \hat{s}_p)}{2\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} u_{-A \times \lambda}(b_1). \quad (10.1)
 \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$, определяемые (10.1), удовлетворяют соответствующим уравнениям Дирака и соотношениям, следующих из спиновых свойств

$$\begin{aligned}
 \hat{p} u_\lambda(p, s_p) &= m_p u_\lambda(p, s_p), & \hat{p} v_\lambda(p, s_p) &= -m_p v_\lambda(p, s_p), \\
 \gamma_5 \hat{s}_p u_\lambda(p, s_p) &= \lambda u_\lambda(p, s_p), & \gamma_5 \hat{s}_p v_\lambda(p, s_p) &= \lambda v_\lambda(p, s_p). \quad (10.2)
 \end{aligned}$$

Спиноры Дирака и базисные спиноры

Дираковский спинор $w_\lambda^A(p, s_p)$ массивного фермиона ($A = 1$) и антифермиона ($A = -1$) с 4-импульсом p и произвольным вектором поляризации s_p может быть построен с помощью проективных операторов спина $1/2$

$$\begin{aligned}
 w_\lambda^A(p, s_p) &= \frac{(A\lambda)}{\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} \tau_\lambda^A(p) u_{-A \times \lambda}(b_1) = \\
 &= (A\lambda) \frac{(\hat{p} + Am_p)(1 + \lambda \gamma_5 \hat{s}_p)}{2\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} u_{-A \times \lambda}(b_1). \quad (10.1)
 \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$, определяемые (10.1), удовлетворяют соответствующим уравнениям Дирака и соотношениям, следующих из спиновых свойств

$$\begin{aligned}
 \hat{p} u_\lambda(p, s_p) &= m_p u_\lambda(p, s_p), & \hat{p} v_\lambda(p, s_p) &= -m_p v_\lambda(p, s_p), \\
 \gamma_5 \hat{s}_p u_\lambda(p, s_p) &= \lambda u_\lambda(p, s_p), & \gamma_5 \hat{s}_p v_\lambda(p, s_p) &= \lambda v_\lambda(p, s_p). \quad (10.2)
 \end{aligned}$$

Спиноры Дирака и базисные спиноры

Дираковский спинор $w_\lambda^A(p, s_p)$ массивного фермиона ($A = 1$) и антифермиона ($A = -1$) с 4-импульсом p и произвольным вектором поляризации s_p может быть построен с помощью проективных операторов спина $1/2$

$$\begin{aligned}
 w_\lambda^A(p, s_p) &= \frac{(A\lambda)}{\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} \tau_\lambda^A(p) u_{-A \times \lambda}(b_1) = \\
 &= (A\lambda) \frac{(\hat{p} + Am_p)(1 + \lambda \gamma_5 \hat{s}_p)}{2\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} u_{-A \times \lambda}(b_1) .
 \end{aligned} \tag{10.1}$$

Нетрудно убедиться, что биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$, определяемые (10.1), удовлетворяют соответствующим уравнениям Дирака и соотношениям, следующих из спиновых свойств

$$\begin{aligned}
 \hat{p} u_\lambda(p, s_p) &= m_p u_\lambda(p, s_p), & \hat{p} v_\lambda(p, s_p) &= -m_p v_\lambda(p, s_p), \\
 \gamma_5 \hat{s}_p u_\lambda(p, s_p) &= \lambda u_\lambda(p, s_p), & \gamma_5 \hat{s}_p v_\lambda(p, s_p) &= \lambda v_\lambda(p, s_p) .
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

Спиноры Дирака и базисные спиноры

Дираковский спинор $w_\lambda^A(p, s_p)$ массивного фермиона ($A = 1$) и антифермиона ($A = -1$) с 4-импульсом p и произвольным вектором поляризации s_p может быть построен с помощью проективных операторов спина $1/2$

$$\begin{aligned}
 w_\lambda^A(p, s_p) &= \frac{(A\lambda)}{\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} \tau_\lambda^A(p) u_{-A \times \lambda}(b_1) = \\
 &= (A\lambda) \frac{(\hat{p} + Am_p)(1 + \lambda \gamma_5 \hat{s}_p)}{2\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} u_{-A \times \lambda}(b_1) . \quad (10.1)
 \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$, определяемые (10.1), удовлетворяют соответствующим уравнениям Дирака и соотношениям, следующих из спиновых свойств

$$\begin{aligned}
 \hat{p} u_\lambda(p, s_p) &= m_p u_\lambda(p, s_p), & \hat{p} v_\lambda(p, s_p) &= -m_p v_\lambda(p, s_p), \\
 \gamma_5 \hat{s}_p u_\lambda(p, s_p) &= \lambda u_\lambda(p, s_p), & \gamma_5 \hat{s}_p v_\lambda(p, s_p) &= \lambda v_\lambda(p, s_p) . \quad (10.2)
 \end{aligned}$$

Спиноры Дирака и базисные спиноры

Дираковский спинор $w_\lambda^A(p, s_p)$ массивного фермиона ($A = 1$) и антифермиона ($A = -1$) с 4-импульсом p и произвольным вектором поляризации s_p может быть построен с помощью проективных операторов спина $1/2$

$$\begin{aligned}
 w_\lambda^A(p, s_p) &= \frac{(A\lambda)}{\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} \tau_\lambda^A(p) u_{-A \times \lambda}(b_1) = \\
 &= (A\lambda) \frac{(\hat{p} + Am_p)(1 + \lambda \gamma_5 \hat{s}_p)}{2\sqrt{(b_1 \cdot (p + m_p s_p))}} u_{-A \times \lambda}(b_1) .
 \end{aligned} \tag{10.1}$$

Нетрудно убедиться, что биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$, определяемые (10.1), удовлетворяют соответствующим уравнениям Дирака и соотношениям, следующих из спиновых свойств

$$\begin{aligned}
 \hat{p} u_\lambda(p, s_p) &= m_p u_\lambda(p, s_p), & \hat{p} v_\lambda(p, s_p) &= -m_p v_\lambda(p, s_p), \\
 \gamma_5 \hat{s}_p u_\lambda(p, s_p) &= \lambda u_\lambda(p, s_p), & \gamma_5 \hat{s}_p v_\lambda(p, s_p) &= \lambda v_\lambda(p, s_p) .
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

Дираковские спиноры фермиона и антифермиона связаны между собой уравнениями

$$v_{\lambda}(p, s_p) = -\lambda \gamma_5 u_{-\lambda}(p, s_p), \quad \bar{v}_{\lambda}(p, s_p) = \bar{u}_{-\lambda}(p, s_p) \lambda \gamma_5. \quad (10.3)$$

Безусловно, определение спиноров Дирака посредством (10.1) имеет фазовый произвол, связанный с вычислением нормировочного множителя. В нашем случае фазовый множитель $(A\lambda)$ выбран таким образом, что явный вид дираковских спиноров при выборе представления γ -матриц совпадал с известными классическими формулами в литературе

Дираковские спиноры фермиона и антифермиона связаны между собой уравнениями

$$v_{\lambda}(p, s_p) = -\lambda \gamma_5 u_{-\lambda}(p, s_p), \quad \bar{v}_{\lambda}(p, s_p) = \bar{u}_{-\lambda}(p, s_p) \lambda \gamma_5. \quad (10.3)$$

Безусловно, определение спиноров Дирака посредством (10.1) имеет фазовый произвол, связанный с вычислением нормировочного множителя. В нашем случае фазовый множитель $(A\lambda)$ выбран таким образом, что явный вид дираковских спиноров при выборе представления γ -матриц совпадал с известными классическими формулами в литературе

Дираковские спиноры фермиона и антифермиона связаны между собой уравнениями

$$v_\lambda(p, s_p) = -\lambda \gamma_5 u_{-\lambda}(p, s_p), \quad \bar{v}_\lambda(p, s_p) = \bar{u}_{-\lambda}(p, s_p) \lambda \gamma_5. \quad (10.3)$$

Безусловно, определение спиноров Дирака посредством (10.1) имеет фазовый произвол, связанный с вычислением нормировочного множителя. В нашем случае фазовый множитель ($A\lambda$) выбран таким образом, что явный вид дираковских спиноров при выборе представления γ -матриц совпадал с известными классическими формулами в литературе

Дираковские спиноры фермиона и антифермиона связаны между собой уравнениями

$$v_\lambda(p, s_p) = -\lambda \gamma_5 u_{-\lambda}(p, s_p), \quad \bar{v}_\lambda(p, s_p) = \bar{u}_{-\lambda}(p, s_p) \lambda \gamma_5. \quad (10.3)$$

Безусловно, определение спиноров Дирака посредством (10.1) имеет фазовый произвол, связанный с вычислением нормировочного множителя. В нашем случае фазовый множитель $(A\lambda)$ выбран таким образом, что явный вид дираковских спиноров при выборе представления γ -матриц совпадал с известными классическими формулами в литературе

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$(11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$(11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$(11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$\frac{1}{2} (\gamma^{\mu} + \sigma^{\mu}) \omega_{\pm} (b_{\pm}) = \kappa_{\pm} (b_{\pm}) ,$$

(11.2)

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\gamma^0 + \rho \gamma^3) u_{\lambda} (b_{-\rho}) &= u_{-\lambda} (b_{\rho}) , \\ \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) u_{\lambda} (b_A) &= u_{\lambda} (b_A) , \\ \frac{1}{2} (A \lambda \gamma^1 + i \gamma^2) u_{\lambda} (b_A) &= (-A) u_{-\lambda} (b_A) , \\ u_{\lambda} (b_A) \bar{u}_{\lambda} (b_A) &= \frac{1}{4} (I + \lambda \gamma^5) (\gamma^0 + A \gamma^3) . \end{aligned} \quad (11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\gamma^0 + \rho \gamma^3) u_{\lambda} (b_{-\rho}) &= u_{-\lambda} (b_{\rho}) , \\ \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) u_{\lambda} (b_A) &= u_{\lambda} (b_A) , \\ \frac{1}{2} (A \lambda \gamma^1 + i \gamma^2) u_{\lambda} (b_A) &= (-A) u_{-\lambda} (b_A) , \\ u_{\lambda} (b_A) \bar{u}_{\lambda} (b_A) &= \frac{1}{4} (I + \lambda \gamma^5) (\gamma^0 + A \gamma^3) . \end{aligned} \quad (11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\gamma^0 + \rho \gamma^3) u_{\lambda} (b_{-\rho}) &= u_{-\lambda} (b_{\rho}) , \\ \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) u_{\lambda} (b_A) &= u_{\lambda} (b_A) , \\ \frac{1}{2} (A \lambda \gamma^1 + i \gamma^2) u_{\lambda} (b_A) &= (-A) u_{-\lambda} (b_A) , \\ u_{\lambda} (b_A) \bar{u}_{\lambda} (b_A) &= \frac{1}{4} (I + \lambda \gamma^5) (\gamma^0 + A \gamma^3) . \end{aligned} \quad (11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\gamma^0 + \rho \gamma^3) u_{\lambda} (b_{-\rho}) &= u_{-\lambda} (b_{\rho}) , \\ \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) u_{\lambda} (b_A) &= u_{\lambda} (b_A) , \\ \frac{1}{2} (A \lambda \gamma^1 + i \gamma^2) u_{\lambda} (b_A) &= (-A) u_{-\lambda} (b_A) , \\ u_{\lambda} (b_A) \bar{u}_{\lambda} (b_A) &= \frac{1}{4} (I + \lambda \gamma^5) (\gamma^0 + A \gamma^3) . \end{aligned} \quad (11.2)$$

Явный вид базисных спиноров

Из соотношений (5.1)–(5.5), которые определяют базисные спиноры, следует, что их явный вид будет зависеть от представления γ -матриц.

Выберем векторы изотропной тетрады (3.5) в виде числовых векторов

$$(b_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{1, 0, 0, \pm 1\} , \quad (n_{\pm 1})_{\mu} = \frac{1}{2} \{0, \pm 1, i, 0\} . \quad (11.1)$$

В этом случае система уравнений (5.4) и (5.6)–(5.8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\gamma^0 + \rho \gamma^3) u_{\lambda} (b_{-\rho}) &= u_{-\lambda} (b_{\rho}) , \\ \frac{1}{2} (I + \lambda \gamma^5) u_{\lambda} (b_A) &= u_{\lambda} (b_A) , \\ \frac{1}{2} (A \lambda \gamma^1 + i \gamma^2) u_{\lambda} (b_A) &= (-A) u_{-\lambda} (b_A) , \\ u_{\lambda} (b_A) \bar{u}_{\lambda} (b_A) &= \frac{1}{4} (I + \lambda \gamma^5) (\gamma^0 + A \gamma^3) . \end{aligned} \quad (11.2)$$

Тогда решением системы уравнений (11.2) для представления Дирака–Паули будут базисные спиноры

$$u_{\lambda}^D(b_A) = \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda \varphi_{-A\lambda} \\ \varphi_{-A\lambda} \end{pmatrix}, \quad (11.3)$$

где

$$\varphi_{+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11.4)$$

Тогда решением системы уравнений (11.2) для представления Дирака–Паули будут базисные спиноры

$$u_{\lambda}^D(b_A) = \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda \varphi_{-A\lambda} \\ \varphi_{-A\lambda} \end{pmatrix}, \quad (11.3)$$

где

$$\varphi_{+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11.4)$$

Тогда решением системы уравнений (11.2) для представления Дирака–Паули будут базисные спиноры

$$u_{\lambda}^D(b_A) = \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda \varphi_{-A\lambda} \\ \varphi_{-A\lambda} \end{pmatrix}, \quad (11.3)$$

где

$$\varphi_{+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11.4)$$

Тогда решением системы уравнений (11.2) для представления Дирака–Паули будут базисные спиноры

$$u_{\lambda}^D(b_A) = \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda \varphi_{-A\lambda} \\ \varphi_{-A\lambda} \end{pmatrix}, \quad (11.3)$$

где

$$\varphi_{+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11.4)$$

Тогда решением системы уравнений (11.2) для представления Дирака–Паули будут базисные спиноры

$$u_{\lambda}^D(b_A) = \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda \varphi_{-A\lambda} \\ \varphi_{-A\lambda} \end{pmatrix}, \quad (11.3)$$

где

$$\varphi_{+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11.4)$$

Коэффициенты разложения

Как уже отмечали, что множители в определении (10.1) подобраны таким образом, что при использовании определенного вида векторов поляризации s_p и представления γ -матриц, получались известные классические выражения решения уравнения Дирака. Так для Z -состояний в представлении Дирака-Паули с помощью (10.1) и (11.3) получим

$$\begin{aligned}
 u_\lambda(p, s_Z) &= \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \varphi_\lambda \\ \frac{(\sigma \hat{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \\ \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{p}) \varphi_\lambda \end{pmatrix}, \quad \omega_m(p) = \sqrt{p^2 + m^2}, \quad (12.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_\lambda(p, s_Z) &= (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \frac{(\sigma \hat{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \\ \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix} = \\
 &= (-\lambda) \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{p}) \varphi_{-\lambda} \\ \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix}, \quad (12.2)
 \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения

Как уже отмечали, что множители в определении (10.1) подобраны таким образом, что при использовании определенного вида векторов поляризации s_p и представления γ -матриц, получались известные классические выражения решения уравнения Дирака. Так для Z -состояний в представлении Дирака-Паули с помощью (10.1) и (11.3) получим

$$\begin{aligned}
 u_\lambda(p, s_Z) &= \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \varphi_\lambda \\ \frac{(\sigma \hat{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \\ \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{p}) \varphi_\lambda \end{pmatrix}, \quad \omega_m(p) = \sqrt{p^2 + m^2}, \quad (12.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_\lambda(p, s_Z) &= (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \frac{(\sigma \hat{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \\ \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix} = \\
 &= (-\lambda) \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{p}) \varphi_{-\lambda} \\ \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix}, \quad (12.2)
 \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения

Как уже отмечали, что множители в определении (10.1) подобраны таким образом, что при использовании определенного вида векторов поляризации s_p и представления γ -матриц, получались известные классические выражения решения уравнения Дирака. Так для Z -состояний в представлении Дирака-Паули с помощью (10.1) и (11.3) получим

$$\begin{aligned}
 u_\lambda(p, s_Z) &= \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \varphi_\lambda \\ \frac{(\sigma \mathbf{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \\ \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{\mathbf{p}}) \varphi_\lambda \end{pmatrix}, \quad \omega_m(p) = \sqrt{p^2 + m^2}, \quad (12.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_\lambda(p, s_Z) &= (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \frac{(\sigma \mathbf{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \\ \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix} = \\
 &= (-\lambda) \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{\mathbf{p}}) \varphi_{-\lambda} \\ \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix}, \quad (12.2)
 \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения

Как уже отмечали, что множители в определении (10.1) подобраны таким образом, что при использовании определенного вида векторов поляризации s_p и представления γ -матриц, получались известные классические выражения решения уравнения Дирака. Так для Z -состояний в представлении Дирака-Паули с помощью (10.1) и (11.3) получим

$$\begin{aligned}
 u_\lambda(p, s_Z) &= \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \varphi_\lambda \\ \frac{(\sigma \mathbf{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_\lambda \\ \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{\mathbf{p}}) \varphi_\lambda \end{pmatrix}, \quad \omega_m(p) = \sqrt{p^2 + m^2}, \quad (12.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_\lambda(p, s_Z) &= (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \begin{pmatrix} \frac{(\sigma \mathbf{p})}{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \\ \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix} = \\
 &= (-\lambda) \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} (\sigma \hat{\mathbf{p}}) \varphi_{-\lambda} \\ \sqrt{\omega_m(p) + m} \varphi_{-\lambda} \end{pmatrix}, \quad (12.2)
 \end{aligned}$$

Соответственно, для спиральных состояний имеем

$$u_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ \lambda \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

$$v_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.4)$$

где $\chi_{\lambda}(\theta, \phi)$ – спиральные спиноры, удовлетворяющие уравнению

$$(\sigma \hat{\mathbf{p}}) \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) = \lambda \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \quad (12.5)$$

а единичный вектор $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}| = \{\sin \theta_p \cos \phi_p, \sin \theta_p \sin \phi_p, \cos \theta_p\}$.

Соответственно, для спиральных состояний имеем

$$u_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ \lambda \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

$$v_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.4)$$

где $\chi_{\lambda}(\theta, \phi)$ – спиральные спиноры, удовлетворяющие уравнению

$$(\sigma \hat{\mathbf{p}}) \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) = \lambda \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \quad (12.5)$$

а единичный вектор $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}| = \{\sin \theta_p \cos \phi_p, \sin \theta_p \sin \phi_p, \cos \theta_p\}$.

Соответственно, для спиральных состояний имеем

$$u_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ \lambda \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

$$v_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.4)$$

где $\chi_{\lambda}(\theta, \phi)$ – спиральные спиноры, удовлетворяющие уравнению

$$(\sigma \hat{\mathbf{p}}) \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) = \lambda \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \quad (12.5)$$

а единичный вектор $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}| = \{\sin \theta_p \cos \phi_p, \sin \theta_p \sin \phi_p, \cos \theta_p\}$.

Соответственно, для спиральных состояний имеем

$$u_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ \lambda \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

$$v_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.4)$$

где $\chi_{\lambda}(\theta, \phi)$ – спиральные спиноры, удовлетворяющие уравнению

$$(\sigma \hat{\mathbf{p}}) \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) = \lambda \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \quad (12.5)$$

а единичный вектор $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}| = \{\sin \theta_p \cos \phi_p, \sin \theta_p \sin \phi_p, \cos \theta_p\}$.

Соответственно, для спиральных состояний имеем

$$u_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ \lambda \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

$$v_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.4)$$

где $\chi_{\lambda}(\theta, \phi)$ – спиральные спиноры, удовлетворяющие уравнению

$$(\sigma \hat{\mathbf{p}}) \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) = \lambda \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \quad (12.5)$$

а единичный вектор $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}| = \{\sin \theta_p \cos \phi_p, \sin \theta_p \sin \phi_p, \cos \theta_p\}$.

Соответственно, для спиральных состояний имеем

$$u_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ \lambda \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.3)$$

$$v_{\lambda}(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) - m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ (-\lambda) \sqrt{\omega_m(p) + m} \chi_{-\lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.4)$$

где $\chi_{\lambda}(\theta, \phi)$ – спиральные спиноры, удовлетворяющие уравнению

$$(\sigma \hat{\mathbf{p}}) \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) = \lambda \chi_{\lambda}(\theta_p, \phi_p) \quad (12.5)$$

а единичный вектор $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p} / |\mathbf{p}| = \{\sin \theta_p \cos \phi_p, \sin \theta_p \sin \phi_p, \cos \theta_p\}$.

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Формулы (12.3) и (12.4) можно переписать в $w_\lambda^A(p, s_p)$

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \chi_{D \times \lambda}(\theta_p, \phi_p) \end{pmatrix}, \quad (12.6)$$

Поскольку спиральные спиноры и (11.4) связаны соотношением

$$\chi_\lambda(\theta_p, \phi_p) = \sum_{\tau=-1}^1 \varphi_\tau D_{m/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.7)$$

то(12.6) представимо в виде:

$$w_\lambda^D(p, s_H) = \sum_{\tau=-1}^1 \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{pmatrix} D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p), \quad (12.8)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H). \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p}. \quad (12.11)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H). \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p}. \quad (12.11)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H). \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p}. \quad (12.11)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H) . \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p} . \quad (12.11)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H). \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p}. \quad (12.11)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H). \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p}. \quad (12.11)$$

Найдем коэффициенты разложения спиральных биспиноров по базисным:

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = \bar{u}_\rho(b_A) w_\lambda^D(p, s_H). \quad (12.9)$$

Используя (11.3) и (12.9) и ортогональность спиноров (11.4) получим

$$\begin{aligned} s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) &= \sum_{\tau=-1}^1 \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left(\rho \varphi_{-A\rho}^\dagger, \varphi_{-A\rho}^\dagger \right) \\ &\left(\begin{array}{c} \sqrt{\omega_m(p) + Dm} \varphi_\tau \\ -D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \varphi_\tau \end{array} \right) D_{\tau/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) = \\ &= \frac{(-A)}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] \times \\ &\times D_{-A\rho/2, D\lambda/2}^{1/2}(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Дальнейшее преобразование (12.10) проведем с помощью тождества

$$\sqrt{\omega_m(p) + m} \pm \sqrt{\omega_m(p) - m} = \sqrt{2} \sqrt{\omega_m(p) \pm p}. \quad (12.11)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D \lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] = \rho f(\rho \lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D \lambda \rho) p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho \lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D \lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] = \rho f(\rho\lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D\lambda\rho)p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho \lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] =$$

$$= \rho f(\rho\lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D\lambda\rho)p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho\lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] =$$

$$= \rho f(\rho\lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D\lambda\rho)p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho\lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] =$$

$$= \rho f(\rho\lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D\lambda\rho)p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho\lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] = \rho f(\rho\lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D\lambda\rho)p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho\lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\rho \sqrt{\omega_m(p) + Dm} - D\lambda \sqrt{\omega_m(p) - Dm} \right] = \rho f(\rho\lambda, D) \sqrt{\omega_m(p) + (D\lambda\rho)p}, \quad (12.12)$$

где

$$f(A, D) = \delta_{A,-1} + D \delta_{A,1}. \quad (12.13)$$

Свойство D -матриц индекса $1/2$

$$\rho\lambda D_{\rho/2, \lambda/2}^{1/2}(\phi, \theta, -\phi) = D_{-\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi) \quad (12.14)$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho, -\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho, -\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

позволяет записать коэффициенты разложения массивного фермиона и антифермиона по базисным спинорам в виде

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D)}(p, s_H) = (D\lambda) f(\rho\lambda, D) \times \\ \times \sqrt{\omega_m(p) - (D\lambda\rho)p} D_{A\rho/2, -D\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.15)$$

Для безмассовых фермионов с помощью соотношения

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{\omega_m(p) + (\lambda\rho)p} = \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} \quad (12.16)$$

$$s_{\rho,\lambda}^{(A,D=1)}(p) = \lambda \sqrt{2p} \delta_{\rho,-\lambda} D_{A\rho/2, -\lambda/2}^{*1/2}(\phi, \theta, -\phi). \quad (12.17)$$

Для безмассового антифермиона коэффициенты разложения находятся из (12.17) с учетом того, что

$$v_\lambda(p) = u_{-\lambda}(p).$$

Частицы Стандартной Модели

		Три поколения материи (Фермионы)				
		I	II	III		
масса →		2.4 МэВ	1.27 ГэВ	171.2 ГэВ	0	
заряд →		$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	
спин →		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
название →		верхний	средний	истинный	фотон	
Кварки		u	c	t	γ	
		d	s	b		g
		нижний	странный	прекрасный		глюон
		<2.2 эВ	<0.17 МэВ	<15.5 МэВ	91.2 ГэВ	
		0	0	0	0	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		электронное нейтрино	мюонное нейтрино	тау нейтрино	Z⁰ Z бозон	
Лептоны		0.511 МэВ	105.7 МэВ	1.777 ГэВ	80.4 ГэВ	
		-1	-1	-1	± 1	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		e	μ	τ	W[±] W бозон	
		электрон	мюон	тау		

Калибровочные Бозоны
(переносчики взаимодействия)

Информация из предыдущих лекций

Часть лагранжиана, описывающего взаимодействие электромагнитного поля (фотона) A^μ с электрически заряженными фермионами дается выражением

$$\mathcal{L}_I^{em}(x) = -e j_\mu^{em}(x) A^\mu(x), \quad (13.1)$$

с электромагнитным током вида

$$j_\mu^{em}(x) = (-1) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x) + \sum_{\ell=u,d,c,\dots,b} Q_\ell \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x), \quad (13.2)$$

где eQ_ℓ – электрический заряд фермиона ($Q_\ell = -1$ для электрона); γ^μ – известные уже нам матрицы Дирака. Суммирование по ℓ включает в самом общем случае весь спектр фермионов спина 1/2, входящих в Стандартную Модель.

Информация из предыдущих лекций

Часть лагранжиана, описывающего взаимодействие электромагнитного поля (фотона) A^μ с электрически заряженными фермионами дается выражением

$$\mathcal{L}_I^{em}(x) = -e j_\mu^{em}(x) A^\mu(x), \quad (13.1)$$

с электромагнитным током вида

$$j_\mu^{em}(x) = (-1) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x) + \sum_{\ell=u,d,c,\dots,b} Q_\ell \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x), \quad (13.2)$$

где eQ_ℓ – электрический заряд фермиона ($Q_\ell = -1$ для электрона); γ^μ – известные уже нам матрицы Дирака. Суммирование по ℓ включает в самом общем случае весь спектр фермионов спина 1/2, входящих в Стандартную Модель.

Информация из предыдущих лекций

Часть лагранжиана, описывающего взаимодействие электромагнитного поля (фотона) A^μ с электрически заряженными фермионами дается выражением

$$\mathcal{L}_I^{em}(x) = -e j_\mu^{em}(x) A^\mu(x), \quad (13.1)$$

с электромагнитным током вида

$$j_\mu^{em}(x) = (-1) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x) + \sum_{\ell=u,d,c,\dots b} Q_\ell \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x), \quad (13.2)$$

где eQ_ℓ – электрический заряд фермиона ($Q_\ell = -1$ для электрона); γ^μ – известные уже нам матрицы Дирака. Суммирование по ℓ включает в самом общем случае весь спектр фермионов спина 1/2, входящих в Стандартную Модель.

Информация из предыдущих лекций

Часть лагранжиана, описывающего взаимодействие электромагнитного поля (фотона) A^μ с электрически заряженными фермионами дается выражением

$$\mathcal{L}_I^{em}(x) = -e j_\mu^{em}(x) A^\mu(x), \quad (13.1)$$

с электромагнитным током вида

$$j_\mu^{em}(x) = (-1) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x) + \sum_{\ell=u,d,c,\dots b} Q_\ell \bar{\psi}_\ell(x) \gamma_\mu \psi_\ell(x), \quad (13.2)$$

где eQ_ℓ – электрический заряд фермиона ($Q_\ell = -1$ для электрона); γ^μ – известные уже нам матрицы Дирака. Суммирование по ℓ включает в самом общем случае весь спектр фермионов спина 1/2, входящих в Стандартную Модель.

Информация из предыдущих лекций

Лагранжиан взаимодействия фермионов с заряженными W^\pm -бозонами имеет вид:

$$\mathcal{L}_I^W(x) = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\mu^{CC}(x) W^\mu(x), \quad (13.3)$$

где присутствует так называемый заряженный слабый ток вида

$$\begin{aligned} j_\mu^{CC}(x) = & 2 \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu \omega_{-1} \psi_\ell(x) + \\ & + 2 \sum_{\ell_1=u,c,t} \sum_{\ell_2=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell_1}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu V_{\ell_1 \ell_2} \omega_{-1} \psi_{\ell_2}(x). \end{aligned} \quad (13.4)$$

Лагранжиан взаимодействия фермионов с нейтральным массивным векторным Z^0 -бозоном запишется в аналогичной форме

$$\mathcal{L}_I^Z(x) = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\mu^{NC}(x) Z^\mu(x), \quad (13.5)$$

Информация из предыдущих лекций

Лагранжиан взаимодействия фермионов с заряженными W^\pm -бозонами имеет вид:

$$\mathcal{L}_I^W(x) = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\mu^{CC}(x) W^\mu(x), \quad (13.3)$$

где присутствует так называемый заряженный слабый ток вида

$$\begin{aligned} j_\mu^{CC}(x) = & 2 \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu \omega_{-1} \psi_\ell(x) + \\ & + 2 \sum_{\ell_1=u,c,t} \sum_{\ell_2=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell_1}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu V_{\ell_1 \ell_2} \omega_{-1} \psi_{\ell_2}(x). \end{aligned} \quad (13.4)$$

Лагранжиан взаимодействия фермионов с нейтральным массивным векторным Z^0 -бозоном запишется в аналогичной форме

$$\mathcal{L}_I^Z(x) = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\mu^{NC}(x) Z^\mu(x), \quad (13.5)$$

Информация из предыдущих лекций

Лагранжиан взаимодействия фермионов с заряженными W^\pm -бозонами имеет вид:

$$\mathcal{L}_I^W(x) = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\mu^{CC}(x) W^\mu(x), \quad (13.3)$$

где присутствует так называемый заряженный слабый ток вида

$$\begin{aligned} j_\mu^{CC}(x) = & 2 \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu \omega_{-1} \psi_\ell(x) + \\ & + 2 \sum_{\ell_1=u,c,t} \sum_{\ell_2=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell_1}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu V_{\ell_1 \ell_2} \omega_{-1} \psi_{\ell_2}(x). \end{aligned} \quad (13.4)$$

Лагранжиан взаимодействия фермионов с нейтральным массивным векторным Z^0 -бозоном запишется в аналогичной форме

$$\mathcal{L}_I^Z(x) = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\mu^{NC}(x) Z^\mu(x), \quad (13.5)$$

Информация из предыдущих лекций

Лагранжиан взаимодействия фермионов с заряженными W^\pm -бозонами имеет вид:

$$\mathcal{L}_I^W(x) = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\mu^{CC}(x) W^\mu(x), \quad (13.3)$$

где присутствует так называемый заряженный слабый ток вида

$$\begin{aligned} j_\mu^{CC}(x) = & 2 \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu \omega_{-1} \psi_\ell(x) + \\ & + 2 \sum_{\ell_1=u,c,t} \sum_{\ell_2=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell_1}(x) \omega_{+1} \gamma_\mu V_{\ell_1 \ell_2} \omega_{-1} \psi_{\ell_2}(x). \end{aligned} \quad (13.4)$$

Лагранжиан взаимодействия фермионов с нейтральным массивным векторным Z^0 -бозоном запишется в аналогичной форме

$$\mathcal{L}_I^Z(x) = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\mu^{NC}(x) Z^\mu(x), \quad (13.5)$$

Информация из предыдущих лекций

где нейтральный ток

$$\begin{aligned}
 j_{\mu}^{NC}(x) = & \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\nu\ell}(x) - \\
 & - \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) + \sum_{\ell=u,c,t} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) - \\
 & - \sum_{\ell=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) - 2 \sin^2 \theta_W j_{\mu}^{em}(x) .
 \end{aligned} \tag{13.6}$$

Электромагнитный ток $j_{\mu}^{em}(x)$ задается соотношением (13.2).

Информация из предыдущих лекций

где нейтральный ток

$$\begin{aligned}
 j_{\mu}^{NC}(x) = & \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_{\ell}}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\nu_{\ell}}(x) - \\
 & - \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) + \sum_{\ell=u,c,t} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) - \\
 & - \sum_{\ell=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) - 2 \sin^2 \theta_W j_{\mu}^{em}(x) .
 \end{aligned} \tag{13.6}$$

Электромагнитный ток $j_{\mu}^{em}(x)$ задается соотношением (13.2).

Информация из предыдущих лекций

где нейтральный ток

$$\begin{aligned}
 j_{\mu}^{NC}(x) = & \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_{\ell}}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\nu_{\ell}}(x) - \\
 & - \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) + \sum_{\ell=u,c,t} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) - \\
 & - \sum_{\ell=d,s,b} \bar{\psi}_{\ell}(x) \omega_{+1} \gamma_{\mu} \omega_{-1} \psi_{\ell}(x) - 2 \sin^2 \theta_W j_{\mu}^{em}(x) .
 \end{aligned} \tag{13.6}$$

Электромагнитный ток $j_{\mu}^{em}(x)$ задается соотношением (13.2).

Информация из предыдущих лекций

Несколько слов о некоторых параметрах и объектах, входящих в лагранжианы взаимодействия Стандартной Модели. Прежде всего это физические характеристики частиц, входящих в СМ, так и констант их взаимодействий между собой.

- Константа электромагнитного взаимодействия $\alpha = e^2/(4\pi)$ ($\alpha \approx 1/137.03599911$), константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ ($\alpha_s(M_Z) \approx 0.1176$), константа $g = e/\sin\theta_W$, где θ_W - угол Вайнберга; ($\sin^2\theta_W \approx 0.23122$).
- Массы частиц: массы кварков, лептонов и переносчиков взаимодействия, а также масса бозона Хиггса M_H .
- Зарядовые характеристики частиц.
- Унитарная (недиагональная) матрица $V_{\ell_1 \ell_2}$ носит название матрицы смешивания кварков (матрица Кабиббо-Кобаяши—Маскава). Она характеризуется тремя углами и одной фазой и в настоящее время получена весьма детальная информация об численных значениях этих параметров.
- К этим параметрам можно добавить элементы матрицы смешивания поколений нейтрино, необходимые для описания осцилляций нейтрино.

Информация из предыдущих лекций

Несколько слов о некоторых параметрах и объектах, входящих в лагранжианы взаимодействия Стандартной Модели. Прежде всего это физические характеристики частиц, входящих в СМ, так и констант их взаимодействий между собой.

- Константа электромагнитного взаимодействия $\alpha = e^2/(4\pi)$ ($\alpha \approx 1/137.03599911$), константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ ($\alpha_s(M_Z) \approx 0.1176$), константа $g = e/\sin\theta_W$, где θ_W - угол Вайнберга; ($\sin^2\theta_W \approx 0.23122$).
- Массы частиц: массы кварков, лептонов и переносчиков взаимодействия, а также масса бозона Хиггса M_H .
- Зарядовые характеристики частиц.
- Унитарная (недиагональная) матрица $V_{\ell_1 \ell_2}$ носит название матрицы смешивания кварков (матрица Кабиббо-Кобаяши—Маскава). Она характеризуется тремя углами и одной фазой и в настоящее время получена весьма детальная информация об численных значениях этих параметров.
- К этим параметрам можно добавить элементы матрицы смешивания поколений нейтрино, необходимые для описания осцилляций нейтрино.

Информация из предыдущих лекций

Несколько слов о некоторых параметрах и объектах, входящих в лагранжианы взаимодействия Стандартной Модели. Прежде всего это физические характеристики частиц, входящих в СМ, так и констант их взаимодействий между собой.

- Константа электромагнитного взаимодействия $\alpha = e^2/(4\pi)$ ($\alpha \approx 1/137.03599911$), константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ ($\alpha_s(M_Z) \approx 0.1176$), константа $g = e/\sin\theta_W$, где θ_W - угол Вайнберга; ($\sin^2\theta_W \approx 0.23122$).
- Массы частиц: массы кварков, лептонов и переносчиков взаимодействия, а также масса бозона Хиггса M_H .
- Зарядовые характеристики частиц.
- Унитарная (недиагональная) матрица $V_{\ell_1 \ell_2}$ носит название матрицы смешивания кварков (матрица Кабиббо-Кобаяши—Маскава). Она характеризуется тремя углами и одной фазой и в настоящее время получена весьма детальная информация об численных значениях этих параметров.
- К этим параметрам можно добавить элементы матрицы смешивания поколений нейтрино, необходимые для описания осцилляций нейтрино.

Информация из предыдущих лекций

Несколько слов о некоторых параметрах и объектах, входящих в лагранжианы взаимодействия Стандартной Модели. Прежде всего это физические характеристики частиц, входящих в СМ, так и констант их взаимодействий между собой.

- Константа электромагнитного взаимодействия $\alpha = e^2/(4\pi)$ ($\alpha \approx 1/137.03599911$), константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ ($\alpha_s(M_Z) \approx 0.1176$), константа $g = e/\sin\theta_W$, где θ_W - угол Вайнберга; ($\sin^2\theta_W \approx 0.23122$).
- Массы частиц: массы кварков, лептонов и переносчиков взаимодействия, а также масса бозона Хиггса M_H .
- Зарядовые характеристики частиц.
- Унитарная (недиагональная) матрица $V_{\ell_1 \ell_2}$ носит название матрицы смешивания кварков (матрица Кабиббо-Кобаяши—Маскава). Она характеризуется тремя углами и одной фазой и в настоящее время получена весьма детальная информация об численных значениях этих параметров.
- К этим параметрам можно добавить элементы матрицы смешивания поколений нейтрино, необходимые для описания осцилляций нейтрино.

Информация из предыдущих лекций

Несколько слов о некоторых параметрах и объектах, входящих в лагранжианы взаимодействия Стандартной Модели. Прежде всего это физические характеристики частиц, входящих в СМ, так и констант их взаимодействий между собой.

- Константа электромагнитного взаимодействия $\alpha = e^2/(4\pi)$ ($\alpha \approx 1/137.03599911$), константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ ($\alpha_s(M_Z) \approx 0.1176$), константа $g = e/\sin\theta_W$, где θ_W - угол Вайнберга; ($\sin^2\theta_W \approx 0.23122$).
- Массы частиц: массы кварков, лептонов и переносчиков взаимодействия, а также масса бозона Хиггса M_H .
- Зарядовые характеристики частиц.
- Унитарная (недиагональная) матрица $V_{\ell_1 \ell_2}$ носит название матрицы смешивания кварков (матрица Кабиббо-Кобаяши—Маскава). Она характеризуется тремя углами и одной фазой и в настоящее время получена весьма детальная информация об численных значениях этих параметров.
- К этим параметрам можно добавить элементы матрицы смешивания поколений нейтрино, необходимые для описания осцилляций нейтрино.

Информация из предыдущих лекций

Несколько слов о некоторых параметрах и объектах, входящих в лагранжианы взаимодействия Стандартной Модели. Прежде всего это физические характеристики частиц, входящих в СМ, так и констант их взаимодействий между собой.

- Константа электромагнитного взаимодействия $\alpha = e^2/(4\pi)$ ($\alpha \approx 1/137.03599911$), константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ ($\alpha_s(M_Z) \approx 0.1176$), константа $g = e/\sin\theta_W$, где θ_W - угол Вайнберга; ($\sin^2\theta_W \approx 0.23122$).
- Массы частиц: массы кварков, лептонов и переносчиков взаимодействия, а также масса бозона Хиггса M_H .
- Зарядовые характеристики частиц.
- Унитарная (недиагональная) матрица $V_{\ell_1 \ell_2}$ носит название матрицы смешивания кварков (матрица Кабиббо-Кобаяши—Маскава). Она характеризуется тремя углами и одной фазой и в настоящее время получена весьма детальная информация об численных значениях этих параметров.
- К этим параметрам можно добавить элементы матрицы смешивания поколений нейтрино, необходимые для описания осцилляций нейтрино.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\chi(p, s_p)$ и $v_\chi(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\chi^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Математическими элементами лагранжиана, которые должны будут входить амплитуду рассеяния M_{fi} для процессов взаимодействия являются:

- ♣ Биспиноры $u_\lambda(p, s_p)$ и $v_\lambda(p, s_p)$;
- ♣ вектора поляризации фотона $\varepsilon_\lambda^\mu(k)$, массивных W^\pm, Z^0 - бозонов и глюонов g ;
- ♣ γ -матрицы и связанная с ними матрица γ^5 ;
- ♣ λ -матрицы Гелл-Манна;
- ♣ в качестве скалярных функций присутствуют параметры СМ: элементы матрицы смешивания, заряды и массы частиц, угол смешивания Вайнберга и другие.

Обратим, внимание на наличие фермионных токов в лагранжиане, имеющих структуру вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) , \quad (13.7)$$

которая является с одной стороны лоренц-вектором из-за наличия γ^μ , с другой стороны представляет собой произведение типа “строка \times матрица \times столбец”, которое возникает вследствие спинорной структуры фермионных полей.

Диаграммы и правила Фейнмана

Для реакции $A + B \rightarrow 1' + 2' + \dots + n'$ в случае коллинеарного столкновения частиц A и B имеем выражение для дифференциального сечения

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A + p_B - P_f)}{4\sqrt{(p_A p_B)^2 - m_A^2 m_B^2}} |\mathcal{M}_{fi}|^2 dQ, \quad (14.1)$$

где

$$dQ = \prod_{f=1}^n \frac{d^3 k_f}{(2\pi)^3 (2E_f)}. \quad (14.2)$$

Для того чтобы найти аналитическое выражение амплитуды рассеяния \mathcal{M}_{fi} , которая связана с вероятностью перехода взаимодействия элементарных частиц существует удобный графический метод, разработанный Р.Фейнманом для описания процессов в квантовой электродинамике.

“Происхождение” диаграмм и правил Фейнмана тесно связано с процессом получения амплитуды \mathcal{M}_{fi} на основе представления S -матрицы

$$S = T \left\{ \exp \left(i \int \mathcal{L}_I(x) dx \right) \right\}, \quad (14.3)$$

в виде ряда (ряд Дайсона)

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S^{(n)}, \quad (14.4)$$

$$S^{(n)} = \frac{1}{n!} \int T \{ \mathcal{H}_I(x_1) \mathcal{H}_I(x_2) \dots \mathcal{H}_I(x_n) \} dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (14.5)$$

Тогда вычисление \mathcal{M}_{fi} для заданной реакции взаимодействия (комpton-эффект на электроне $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$, упругое рассеяние двух кварков и т.д.) в рамках определенной модели (КЭД, КХД, СМ) на основе (14.4) и (14.5) приводит появлению характерных множителей, которым можно сопоставить графический образ (внешняя линия, внутренняя линия вершина). Этот факт и приводит к диаграммам и правилам Фейнмана. Исходя из этого, для каждой модели соответственно необходимо определять свой набор таких правил.

“Происхождение” диаграмм и правил Фейнмана тесно связано с процессом получения амплитуды \mathcal{M}_{fi} на основе представления S -матрицы

$$S = T \left\{ \exp \left(i \int \mathcal{L}_I(x) dx \right) \right\}, \quad (14.3)$$

в виде ряда (ряд Дайсона)

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S^{(n)}, \quad (14.4)$$

$$S^{(n)} = \frac{1}{n!} \int T \{ \mathcal{H}_I(x_1) \mathcal{H}_I(x_2) \dots \mathcal{H}_I(x_n) \} dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (14.5)$$

Тогда вычисление \mathcal{M}_{fi} для заданной реакции взаимодействия (комpton-эффект на электроне $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$, упругое рассеяние двух кварков и т.д.) в рамках определенной модели (КЭД, КХД, СМ) на основе (14.4) и (14.5) приводит появлению характерных множителей, которым можно сопоставить графический образ (внешняя линия, внутренняя линия вершина). Этот факт и приводит к диаграммам и правилам Фейнмана. Исходя из этого, для каждой модели соответственно необходимо определять свой набор таких правил.

“Происхождение” диаграмм и правил Фейнмана тесно связано с процессом получения амплитуды \mathcal{M}_{fi} на основе представления S -матрицы

$$S = T \left\{ \exp \left(i \int \mathcal{L}_I(x) dx \right) \right\}, \quad (14.3)$$

в виде ряда (ряд Дайсона)

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S^{(n)}, \quad (14.4)$$

$$S^{(n)} = \frac{1}{n!} \int T \{ \mathcal{H}_I(x_1) \mathcal{H}_I(x_2) \dots \mathcal{H}_I(x_n) \} dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (14.5)$$

Тогда вычисление \mathcal{M}_{fi} для заданной реакции взаимодействия (комpton-эффект на электроны $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$, упругое рассеяние двух кварков и т.д.) в рамках определенной модели (КЭД, КХД, СМ) на основе (14.4) и (14.5) приводит появлению характерных множителей, которым можно сопоставить графический образ (внешняя линия, внутренняя линия вершина). Этот факт и приводит к диаграммам и правилам Фейнмана. Исходя из этого, для каждой модели соответственно необходимо определять свой набор таких правил.

“Происхождение” диаграмм и правил Фейнмана тесно связано с процессом получения амплитуды \mathcal{M}_{fi} на основе представления S -матрицы

$$S = T \left\{ \exp \left(i \int \mathcal{L}_I(x) dx \right) \right\}, \quad (14.3)$$

в виде ряда (ряд Дайсона)

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S^{(n)}, \quad (14.4)$$

$$S^{(n)} = \frac{1}{n!} \int T \{ \mathcal{H}_I(x_1) \mathcal{H}_I(x_2) \dots \mathcal{H}_I(x_n) \} dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (14.5)$$

Тогда вычисление \mathcal{M}_{fi} для заданной реакции взаимодействия (комpton-эффект на электроне $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$, упругое рассеяние двух кварков и т.д.) в рамках определенной модели (КЭД, КХД, СМ) на основе (14.4) и (14.5) приводит появлению характерных множителей, которым можно сопоставить графический образ (внешняя линия, внутренняя линия вершина). Этот факт и приводит к диаграммам и правилам Фейнмана. Исходя из этого, для каждой модели соответственно необходимо определять свой набор таких правил.

“Происхождение” диаграмм и правил Фейнмана тесно связано с процессом получения амплитуды \mathcal{M}_{fi} на основе представления S -матрицы

$$S = T \left\{ \exp \left(i \int \mathcal{L}_I(x) dx \right) \right\}, \quad (14.3)$$

в виде ряда (ряд Дайсона)

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S^{(n)}, \quad (14.4)$$

$$S^{(n)} = \frac{1}{n!} \int T \{ \mathcal{H}_I(x_1) \mathcal{H}_I(x_2) \dots \mathcal{H}_I(x_n) \} dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (14.5)$$

Тогда вычисление \mathcal{M}_{fi} для заданной реакции взаимодействия (комpton-эффект на электроне $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$, упругое рассеяние двух кварков и т.д.) в рамках определенной модели (КЭД, КХД, СМ) на основе (14.4) и (14.5) приводит появлению характерных множителей, которым можно сопоставить графический образ (внешняя линия, внутренняя линия вершина). Этот факт и приводит к диаграммам и правилам Фейнмана. Исходя из этого, для каждой модели соответственно необходимо определять свой набор таких правил.

Процедура, приводящая к диаграммной технике прекрасно изложена в книге С.М.Биленького “Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия” и любителям основательного изучения рекомендуем обратиться к ней. В данных лекциях мы опускаем эту часть изложения и переходим непосредственно к формулировке правил Фейнмана в импульсном представлении, позволяющих получить аналитические выражения для амплитуды вероятности.

Элементы диаграмм Фейнмана

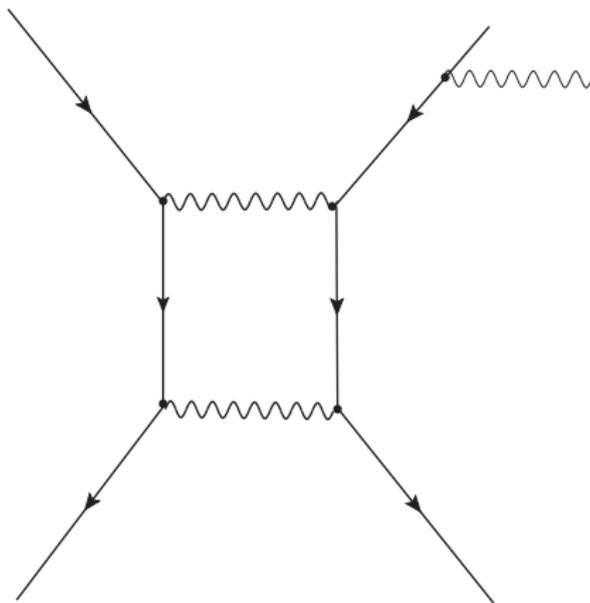


Рисунок 1: Диаграмма Фейнмана

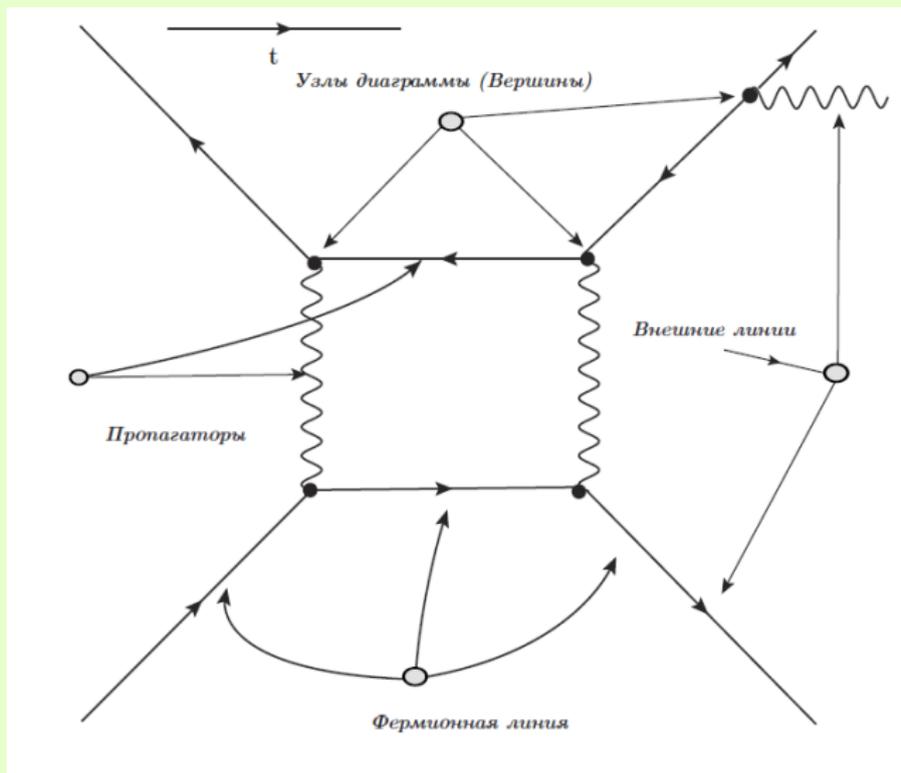


Рисунок 2: Элементы диаграмм Фейнмана

Элементы диаграмм Фейнмана

Диаграммы Фейнмана состоят из:

- ★ внешних линий, отвечающих свободным частицам в начальном и конечном состоянии;
Свободный левый конец означает, что частица существует в начальном состоянии, а свободный правый конец означает, что частица существует в конечном состоянии.
- ★ внутренних линий, которые начинаются и заканчиваются в вершинах (узлах) и описывают распространение частиц;
- ★ узлов (вершин);

Определение. Линии не имеющие ни одного свободного конца называются внутренними и соответствуют виртуальным частицам ($p^2 \neq m^2$). Для таких линий также используется термин **пропагатор**.

Определение. Узел это точка с входящими и выходящими линиями (3 – 4 линии). Узел также называют **вершиной** диаграммы. Вид вершин определяется типом взаимодействия.

Элементы диаграмм Фейнмана

Диаграммы Фейнмана состоят из:

- ★ внешних линий, отвечающих свободным частицам в начальном и конечном состоянии;
Свободный левый конец означает, что частица существует в начальном состоянии, а свободный правый конец означает, что частица существует в конечном состоянии.
- ★ внутренних линий, которые начинаются и заканчиваются в вершинах (узлах) и описывают распространение частиц;
- ★ узлов (вершин);

Определение. Линии не имеющие ни одного свободного конца называются внутренними и соответствуют виртуальным частицам ($p^2 \neq m^2$). Для таких линий также используется термин **пропегатор**.

Определение. Узел это точка с входящими и выходящими линиями (3 – 4 линии). Узел также называют **вершиной** диаграммы. Вид вершин определяется типом взаимодействия.

Элементы диаграмм Фейнмана

Диаграммы Фейнмана состоят из:

- ★ внешних линий, отвечающих свободным частицам в начальном и конечном состоянии;
Свободный левый конец означает, что частица существует в начальном состоянии, а свободный правый конец означает, что частица существует в конечном состоянии.
- ★ внутренних линий, которые начинаются и заканчиваются в вершинах (узлах) и описывают распространение частиц;
- ★ узлов (вершин);

Определение. Линии не имеющие ни одного свободного конца называются внутренними и соответствуют виртуальным частицам ($p^2 \neq m^2$). Для таких линий также используется термин **пропагатор**.

Определение. Узел это точка с входящими и выходящими линиями (3 – 4 линии). Узел также называют **вершиной** диаграммы. Вид вершин определяется типом взаимодействия.

Элементы диаграмм Фейнмана

Диаграммы Фейнмана состоят из:

- ★ внешних линий, отвечающих свободным частицам в начальном и конечном состоянии;
Свободный левый конец означает, что частица существует в начальном состоянии, а свободный правый конец означает, что частица существует в конечном состоянии.
- ★ внутренних линий, которые начинаются и заканчиваются в вершинах (узлах) и описывают распространение частиц;
- ★ узлов (вершин);

Определение. Линии не имеющие ни одного свободного конца называются внутренними и соответствуют виртуальным частицам ($p^2 \neq m^2$). Для таких линий также используется термин **пропагатор**.

Определение. Узел это точка с входящими и выходящими линиями (3 – 4 линии). Узел также называют **вершиной** диаграммы. Вид вершин определяется типом взаимодействия.

Элементы диаграмм Фейнмана

Диаграммы Фейнмана состоят из:

- ★ внешних линий, отвечающих свободным частицам в начальном и конечном состоянии;
Свободный левый конец означает, что частица существует в начальном состоянии, а свободный правый конец означает, что частица существует в конечном состоянии.
- ★ внутренних линий, которые начинаются и заканчиваются в вершинах (узлах) и описывают распространение частиц;
- ★ узлов (вершин);

Определение. Линии не имеющие ни одного свободного конца называются внутренними и соответствуют виртуальным частицам ($p^2 \neq m^2$). Для таких линий также используется термин **пропагатор**.

Определение. Узел это точка с входящими и выходящими линиями (3 – 4 линии). Узел также называют **вершиной** диаграммы. Вид вершин определяется типом взаимодействия.

Элементы диаграмм Фейнмана

Диаграммы Фейнмана состоят из:

- ★ внешних линий, отвечающих свободным частицам в начальном и конечном состоянии;
Свободный левый конец означает, что частица существует в начальном состоянии, а свободный правый конец означает, что частица существует в конечном состоянии.
- ★ внутренних линий, которые начинаются и заканчиваются в вершинах (узлах) и описывают распространение частиц;
- ★ узлов (вершин);

Определение. Линии не имеющие ни одного свободного конца называются внутренними и соответствуют виртуальным частицам ($p^2 \neq m^2$). Для таких линий также используется термин **пропагатор**.

Определение. **Узел** это точка с входящими и выходящими линиями (3 – 4 линии). Узел также называют **вершиной диаграммы**. Вид вершин определяется типом взаимодействия.

Элементы диаграмм Фейнмана

Фермионные внешние и внутренние линии имеют направление, отвечающее движению заряда вдоль линии. Поэтому они являются непрерывными и либо начинаются и заканчиваются внешними концами, либо замыкаются сами на себя внутри диаграммы. Чтобы легче было отличать частицы друг от друга, разные частицы изображают разными линиями. Для определенности около линии ставится символ частицы.

В каждой вершине соблюдаются все законы сохранения зарядов (а также странности, четности и изоспина, если взаимодействие сильное). Сохраняются энергия, импульс и момент количества движения, но для внутренних линий уже, как правило имеет место нарушение связи между энергией, импульсом и массой.

Элементы диаграмм Фейнмана

Фермионные внешние и внутренние линии имеют направление, отвечающее движению заряда вдоль линии. Поэтому они являются непрерывными и либо начинаются и заканчиваются внешними концами, либо замыкаются сами на себя внутри диаграммы. Чтобы легче было отличать частицы друг от друга, разные частицы изображают разными линиями. Для определенности около линии ставится символ частицы.

В каждой вершине соблюдаются все законы сохранения зарядов (а также странности, четности и изоспина, если взаимодействие сильное). Сохраняются энергия, импульс и момент количества движения, но для внутренних линий уже, как правило имеет место нарушение связи между энергией, импульсом и массой.

Элементы диаграмм Фейнмана

Фермионные внешние и внутренние линии имеют направление, отвечающее движению заряда вдоль линии. Поэтому они являются непрерывными и либо начинаются и заканчиваются внешними концами, либо замыкаются сами на себя внутри диаграммы. Чтобы легче было отличать частицы друг от друга, разные частицы изображают разными линиями. Для определенности около линии ставится символ частицы.

В каждой вершине соблюдаются все законы сохранения зарядов (а также странности, четности и изоспина, если взаимодействие сильное). Сохраняются энергия, импульс и момент количества движения, но для внутренних линий уже, как правило имеет место нарушение связи между энергией, импульсом и массой.

Правила Фейнмана

Для нахождения аналитического выражения инвариантной амплитуды взаимодействия M_{fi} необходимо изобразить все топологически различные диаграммы (за исключением диаграмм в виде изолированных вакуумных петель и диаграмм, состоящих из частей, не связанных друг с другом).

Далее, следует по правилам сформулированным ниже, сопоставить каждому элементу диаграммы фактор в матричном элементе. Затем следует сложить вклады, соответствующие всем диаграммам данного порядка теории возмущений.

Правила Фейнмана

Для нахождения аналитического выражения инвариантной амплитуды взаимодействия M_{fi} необходимо изобразить все топологически различные диаграммы (за исключением диаграмм в виде изолированных вакуумных петель и диаграмм, состоящих из частей, не связанных друг с другом).

Далее, следует по правилам сформулированным ниже, сопоставить каждому элементу диаграммы фактор в матричном элементе. Затем следует сложить вклады, соответствующие всем диаграммам данного порядка теории возмущений.

Правила Фейнмана

Для нахождения аналитического выражения инвариантной амплитуды взаимодействия M_{fi} необходимо изобразить все топологически различные диаграммы (за исключением диаграмм в виде изолированных вакуумных петель и диаграмм, состоящих из частей, не связанных друг с другом).

Далее, следует по правилам сформулированным ниже, сопоставить каждому элементу диаграммы фактор в матричном элементе. Затем следует сложить вклады, соответствующие всем диаграммам данного порядка теории возмущений.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Список правил записи аналитического выражения iM_{fi}

1. Определить ось времени (обычно, по умолчанию, направление оси времени выбирают так же, как и на рисунке 2 и на диаграммах его не указывают).
2. Для удобства : а) расставить все импульсы на линиях; б) расставить поляризационные индексы на всех внешних линиях (бозонных и фермионных линиях); в) расставить индексы (лоренцевские) в вершинах с бозонными линиями.
3. Двигаясь вдоль фермионной линии в направлении, противоположном движению фермиона (другими словами начав с выходящего конца и пройдя последовательно до входящего), выписать последовательно, согласно таблице правил Фейнмана, аналитические выражения, соответствующие : свободной фермионной линии, вершинам и внутренним фермионным линиям (пропагаторам). При этом спинорные индексы выстраиваются в естественном порядке и их можно не выписывать в явном виде.
4. Выписать аналогично предыдущему пункту, получить выражения для следующих фермионных линий.
5. Выписать аналитические выражения для оставшихся элементов бозонных линий т.е. внешних линий, их пропагаторов и вершин.
6. Перемножить все выражения, полученные в пунктах 1.-5.
7. Выражение, полученное после 1.-5., следует просуммировать по всем лоренцевским индексам, а также проинтегрировать по каждому внутреннему импульсу, который не фиксирован законами сохранения в вершинах.

Правила Фейнмана

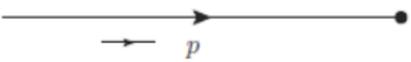
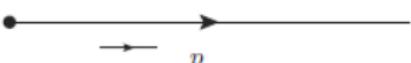
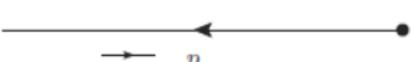
Комментарий 1. Каждой замкнутой фермионной линии (петле) отвечает дополнительный множитель (-1) .

Комментарий 2. Что касается замкнутой фермионной линии, то при суммировании по спинорным индексам автоматически возникает шпур.

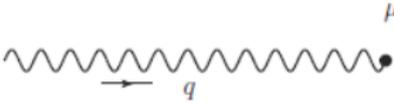
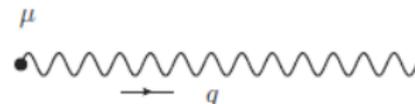
Комментарий 3. Диаграммы, которые отличаются друг от друга только перестановкой двух внешних тождественных фермионов, имеют противоположный знак.

Комментарий 4. Правила Фейнмана, приведенные в таблицах ниже, позволяют записать аналитическое выражение для $i\mathcal{M}_{fi}$. !!!

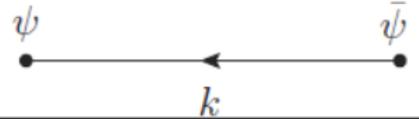
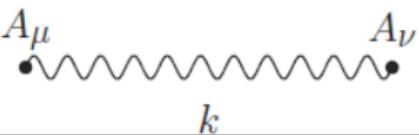
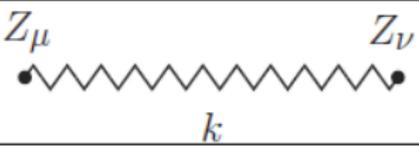
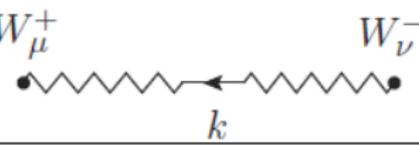
Правила Фейнмана для внешних линий в Стандартной Модели

Внешние линии:	Аналитическое выражение
<p>Фермион в начальном состоянии с 4-импульсом p, вектором поляризации s_p и проекцией спина λ_p</p> 	$u_{\lambda_p}(p, s_p)$
<p>Фермион в конечном состоянии с 4-импульсом p, вектором поляризации s_p и проекцией спина λ_p</p> 	$\bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p)$
<p>Антифермион в начальном состоянии с 4-импульсом p, вектором поляризации s_p и проекцией спина λ_p</p> 	$\bar{v}_{\lambda_p}(p, s_p)$
<p>Антифермион в конечном состоянии с 4-импульсом p, вектором поляризации s_p и проекцией спина λ_p</p> 	$v_{\lambda_p}(p, s_p)$

Правила Фейнмана для внешних линий в Стандартной Модели

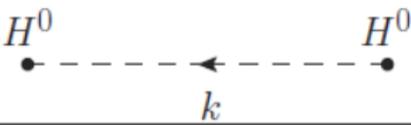
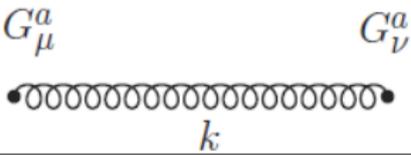
Бозон спина 1 в начальном состоянии с 4-импульсом q и проекцией спина λ_q	
	$\varepsilon_{\lambda_q}^{\mu}(q)$
Бозон спина 1 в конечном состоянии с 4-импульсом q и проекцией спина λ_q	
	$\varepsilon_{\lambda_q}^{*\mu}(q)$

Правила (Таблица 2.2- Правила Фейнмана для некоторых внутренних линий в Стандартной Модели

Внутренние линии:	Аналитическое выражение
Пропагатор фермиона с 4-импульсом k 	$i \frac{\hat{k} + m}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$
Пропагатор фотона с 4-импульсом k 	$-i \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon}$
Пропагатор Z ⁰ -бозона с 4-импульсом k 	$-i \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / m_Z^2}{k^2 - m_Z^2 + i\epsilon}$
Пропагатор W-бозона с 4-импульсом k 	$-i \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / m_W^2}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon}$

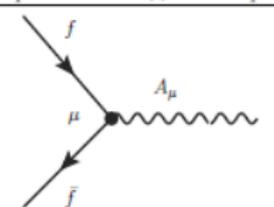
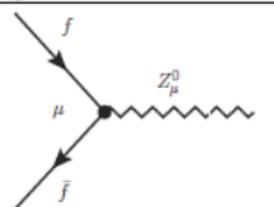
Правила Фейнмана для пропагаторов в СМ

Таблица 2.3- Правила Фейнмана для некоторых внутренних линий в Стандартной Модели

Внутренние линии:	Аналитическое выражение
Пропагатор скалярного бозона (спин 0) с 4-импульсом k	
	$i \frac{1}{k^2 + i\epsilon}$
Пропагатор глюона с 4-импульсом k и цветовыми индексами a и b	
	$-i \frac{\delta_{ab} g_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon}$

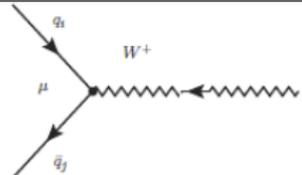
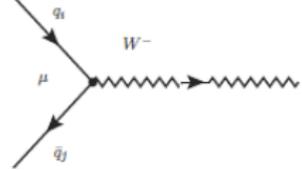
Правила Фейнмана для вершин в СМ

Таблица 2.4– Правила Фейнмана для вершин взаимодействия фермионов с векторными бозонами в Стандартной Модели

Вершины:	Аналитическое выражение
Вершина взаимодействия фотона A^μ с фермионами f 	$-ieQ_f\gamma_\mu$
Вершина взаимодействия Z^0 -бозона с фермионами f 	$-i\frac{g}{2\cos\theta_W}\gamma_\mu\left(g_V^f - g_A^f\gamma^5\right)$

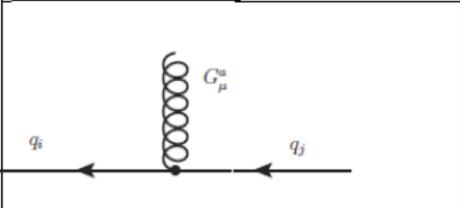
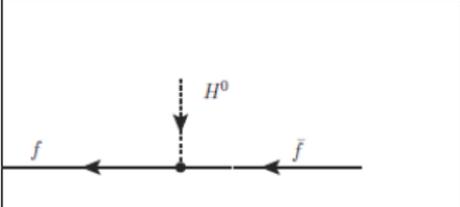
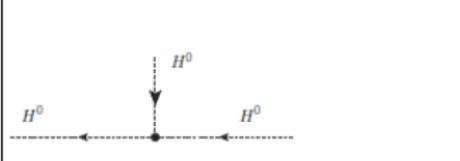
Правила Фейнмана для вершин в СМ

Таблица 2.4– Правила Фейнмана для вершин взаимодействия фермионов с векторными бозонами в Стандартной Модели

<p>Вершина взаимодействия W^+-бозона с кварком и антикварком сортов q_i и q_j</p> 	$i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) V_{q_i q_j}^\dagger$
<p>Вершина взаимодействия W^--бозона с кварком и антикварком сортов q_i и q_j</p> 	$-i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) V_{q_i q_j}$

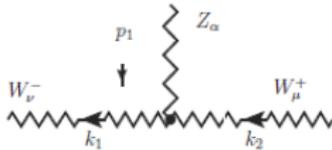
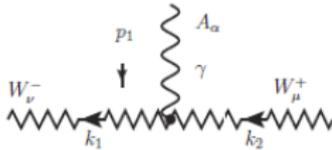
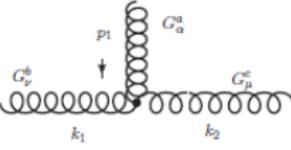
Правила Фейнмана для вершин в СМ

Таблица 2.5- Правила Фейнмана для некоторых вершин в Стандартной Модели

Вершины:	Аналитическое выражение
<p>Вершина взаимодействия глюона G^a цветовой комбинацией a с кварками q, имеющих цвета i и j</p> 	$(-i)\alpha_s \frac{\lambda_{ij}^a}{2} \gamma^\mu$
<p>Вершина взаимодействия бозона Хиггса H^0 с фермионами f</p> 	$(-i) \frac{eQ_f}{2 \sin \theta_W} \frac{m_f}{M_W}$
<p>Трехбозонная вершина взаимодействия глюонов G с цветовыми индексами a, b, c</p> 	$i \frac{3eM_H^2}{2 \sin \theta_W M_W}$

Правила Фейнмана для вершин в СМ

Таблица 2.6– Правила Фейнмана для трехбозонных вершин в Стандартной Модели

Вершины:	Аналитическое выражение
	$-ie \operatorname{tg} \theta_W [g^{\mu\nu} (k_1 - k_2)^\alpha + g^{\mu\alpha} (p_1 + k_2)^\nu - g^{\nu\alpha} (p_1 + k_1)^\mu]$
	$ie [g^{\mu\nu} (k_1 - k_2)^\alpha + g^{\mu\alpha} (p_1 + k_2)^\nu - g^{\nu\alpha} (p_1 + k_1)^\mu]$
	$(-i)\alpha_s f^{abc} [g^{\mu\nu} (k_1 - k_2)^\alpha + g^{\mu\alpha} (p_1 + k_2)^\nu - g^{\nu\alpha} (p_1 + k_1)^\mu]$

Применим правила Фейнмана, представленных в таблицах выше для построения аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$ процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в рамках квантовой электродинамики. Использование инвариантной теории возмущений дает в первом исчезающем порядке диаграмму представленную на рисунке ниже. На этом же рисунке отображены аналитические выражения, соответствующие элементам диаграмм Фейнмана.

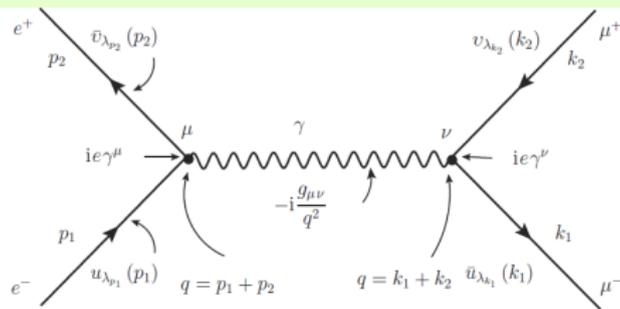


Рисунок - Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda p_2}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda p_1}(p_1)] \times [\bar{u}_{\lambda k_1}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda k_2}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\right]. \quad (15.1)$$

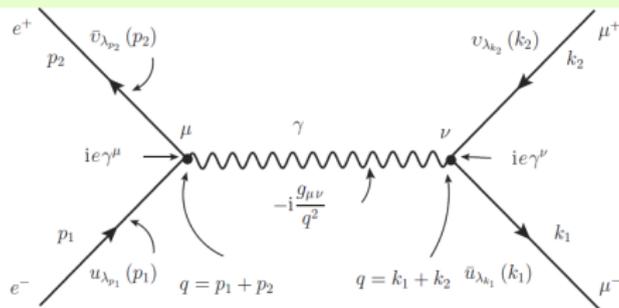


Рисунок - Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda p_2}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda p_1}(p_1)] \times [\bar{u}_{\lambda k_1}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda k_2}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\right]. \quad (15.1)$$

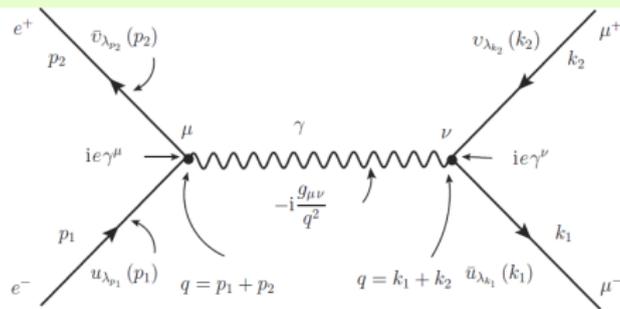


Рисунок - Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda p_2}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda p_1}(p_1)] \times [\bar{u}_{\lambda k_1}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda k_2}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\right]. \quad (15.1)$$

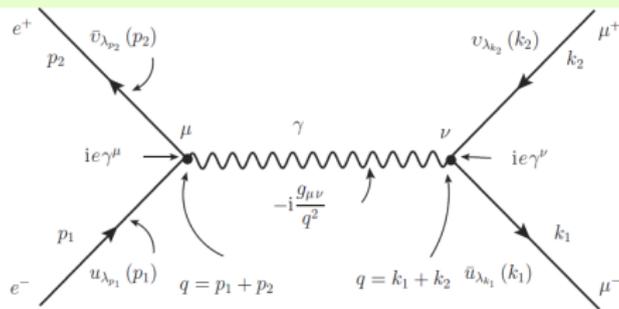


Рисунок - Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda_{p_1}}(p_1)] \times [\bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda_{k_2}}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\right]. \quad (15.1)$$

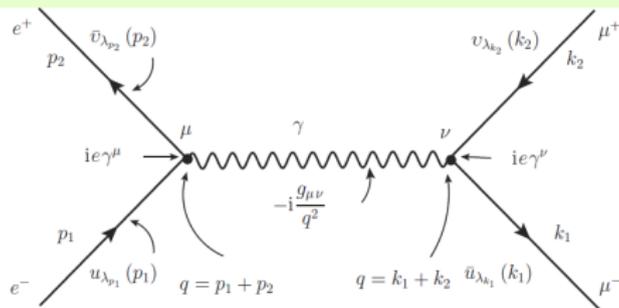


Рисунок - Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda p_2}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda p_1}(p_1)] \times [\bar{u}_{\lambda k_1}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda k_2}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\right]. \quad (15.1)$$

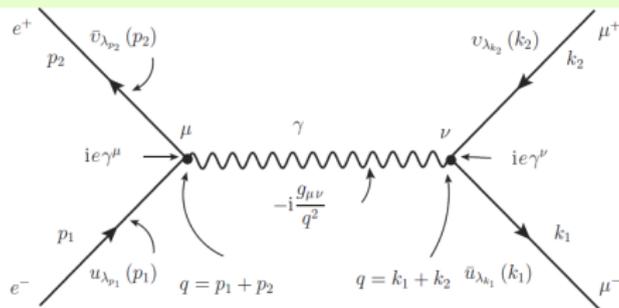


Рисунок — Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda_{p_1}}(p_1)] \times \\ [\bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda_{k_2}}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \right]. \quad (15.1)$$

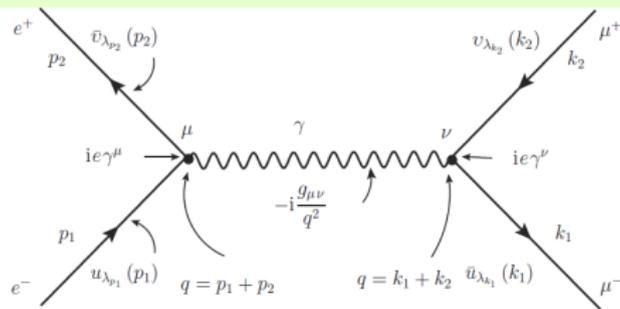


Рисунок — Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda p_2}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda p_1}(p_1)] \times [\bar{u}_{\lambda k_1}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda k_2}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\right]. \quad (15.1)$$

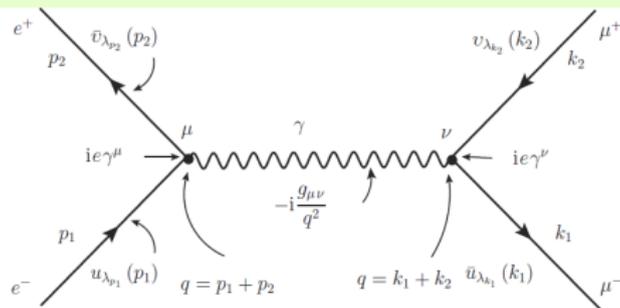


Рисунок — Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda p_2}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda p_1}(p_1)] \times \\ [\bar{u}_{\lambda k_1}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda k_2}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \right]. \quad (15.1)$$

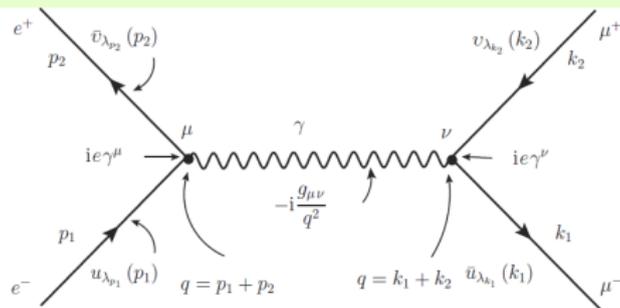


Рисунок — Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda_{p_1}}(p_1)] \times \\ [\bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda_{k_2}}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \right]. \quad (15.1)$$

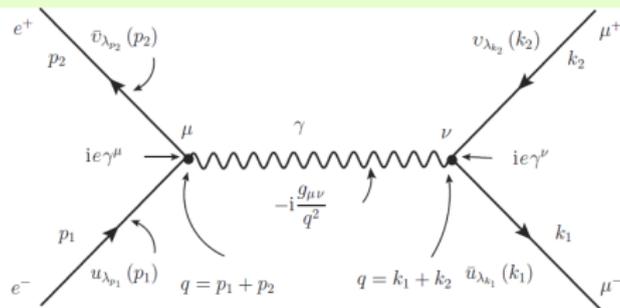


Рисунок — Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda_{p_1}}(p_1)] \times \\ [\bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda_{k_2}}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \right]. \quad (15.1)$$

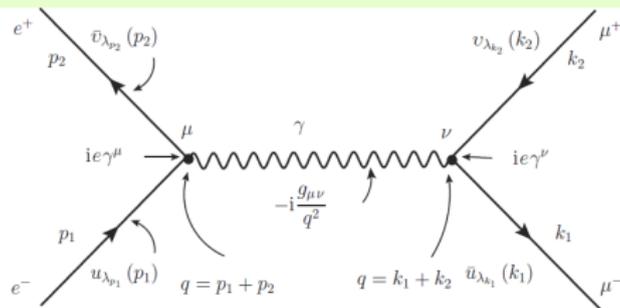


Рисунок — Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений

Используя правила записи аналитического выражения $i\mathcal{M}_{fi}$

$$i\mathcal{M}_\gamma = [\bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) (ie\gamma^\mu) u_{\lambda_{p_1}}(p_1)] \times \\ [\bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) (ie\gamma^\nu) v_{\lambda_{k_2}}(k_2)] \times \left[-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \right]. \quad (15.1)$$

Суммируя по лоренц-индексам μ и ν с учетом законов сохранения 4-импульсов в вершинах, получаем что

$$\mathcal{M}_\gamma = \frac{e^2}{(p_1 + p_2)^2} \{ \bar{u}_{\lambda_{p_2}}(p_2) \gamma^\mu u_{\lambda_{p_1}}(p_1) \} \{ \bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) \gamma_\mu v_{\lambda_{k_2}}(k_2) \} \quad (15.2)$$

В соотношении (15.2) фигурными скобками выделены выражения, генерируемые фермионными линиями в диаграмме с обменом фотоном.

Суммируя по лоренц-индексам μ и ν с учетом законов сохранения 4-импульсов в вершинах, получаем что

$$\mathcal{M}_\gamma = \frac{e^2}{(p_1 + p_2)^2} \{ \bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) \gamma^\mu u_{\lambda_{p_1}}(p_1) \} \{ \bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) \gamma_\mu v_{\lambda_{k_2}}(k_2) \} \quad (15.2)$$

В соотношении (15.2) фигурными скобками выделены выражения, генерируемые фермионными линиями в диаграмме с обменом фотоном.

Суммируя по лоренц-индексам μ и ν с учетом законов сохранения 4-импульсов в вершинах, получаем что

$$\mathcal{M}_\gamma = \frac{e^2}{(p_1 + p_2)^2} \{ \bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) \gamma^\mu u_{\lambda_{p_1}}(p_1) \} \{ \bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) \gamma_\mu v_{\lambda_{k_2}}(k_2) \} \quad (15.2)$$

В соотношении (15.2) фигурными скобками выделены выражения, генерируемые фермионными линиями в диаграмме с обменом фотоном.

Суммируя по лоренц-индексам μ и ν с учетом законов сохранения 4-импульсов в вершинах, получаем что

$$\mathcal{M}_\gamma = \frac{e^2}{(p_1 + p_2)^2} \{ \bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) \gamma^\mu u_{\lambda_{p_1}}(p_1) \} \{ \bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) \gamma_\mu v_{\lambda_{k_2}}(k_2) \} \quad (15.2)$$

В соотношении (15.2) фигурными скобками выделены выражения, генерируемые фермионными линиями в диаграмме с обменом фотоном.

Если рассмотреть процесс $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в рамках Стандартной Модели, то в дополнение к диаграмме выше появится диаграмма с обменом Z^0 -бозоном.

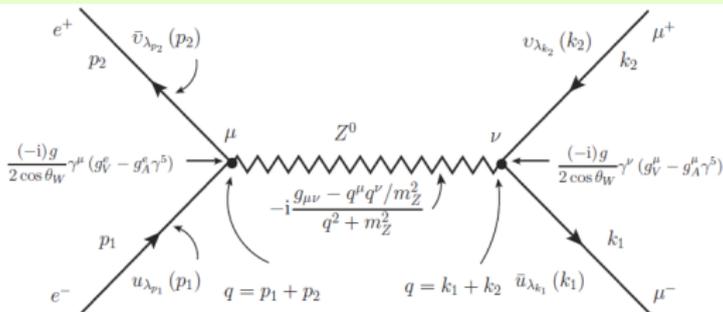


Рисунок - Диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений с обменом Z^0 -бозоном

Проделаем операции, аналогичные построению матричного элемента первой диаграммы. Тогда находим, что

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{Z^0} = & \frac{e^2}{4 \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \frac{\left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 + p_2)^\mu (p_1 + p_2)^\nu}{m_Z^2} \right)}{(p_1 + p_2)^2 - m_Z^2} \times \\
 & \times \left\{ \bar{v}_{\lambda_{p_2}}(p_2) \gamma_\mu (g_V^e - g_A^e \gamma^5) u_{\lambda_{p_1}}(p_1) \right\} \times \\
 & \times \left\{ \bar{u}_{\lambda_{k_1}}(k_1) \gamma_\nu (g_V^\mu - g_A^\mu \gamma^5) v_{\lambda_{k_2}}(k_2) \right\} .
 \end{aligned} \tag{15.3}$$

Полная амплитуда \mathcal{M} реакции $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ в первом исчезающем порядке теории возмущений в рамках Стандартной Модели будет суммой матричных элементов \mathcal{M}_γ и \mathcal{M}_{Z^0} т.е.

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z^0} . \tag{15.4}$$

Очень часто на эксперименте пучки частиц являются не поляризованными т.е. нет выделенного направления, связанного с спином частиц. Аналогичная ситуация возникает и для вторичных вновь образовавшихся частиц. Для того чтобы учесть такой вариант проводят процедуру, которая включает в себя, усреднение по начальным поляризациям частиц и суммирование по поляризациям конечных частиц.

Такая процедура, в рассмотренном нами случае $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ состоит в замене в сечении квадрата матричного элемента:

$$\begin{aligned}
 & \left| \mathcal{M}_{\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}}^{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}} \right|^2 \rightarrow \overline{|\mathcal{M}|^2} = \\
 & \quad \text{усреднение по нач. сост.} \\
 & = \frac{1}{\underbrace{(2 \times 1/2 + 1)}_{\text{число спиновых состояний}}} \sum_{\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}} \times \\
 & \times \underbrace{\sum_{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}}}_{\text{суммир. по конеч. сост.}} \left| \mathcal{M}_{\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}}^{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}} \right|^2. \tag{15.5}
 \end{aligned}$$

Множитель $1/2$ возникает в (15.5) поскольку спин электрона равен $1/2$. Для массивных векторных бозонов данный фактор равен 1, а для фотона, такой же как для электрона, вследствие наличия только двух возможных спиновых состояний (“поперечность” фотона).

Структура амплитуды

Амплитуда процесса в квантовополевых теориях представляет собой в заданном порядке теории возмущений, сумму матричных элементов M , каждой из которых соответствует некоторая диаграмма Фейнмана. Следовательно, для того чтобы получить выражение амплитуды процесса в терминах явно скалярных функций, необходимо последовательно вычислить матричные элементы.

Следовательно, для того чтобы получить выражение амплитуды процесса в терминах явно скалярных функций, необходимо последовательно вычислить матричные элементы. Для анализа возможных схем расчетов рассмотрим этапы вычисления наблюдаемых в пертурбативных квантовополевых теориях и моделях. В таких теориях и моделях стандартной стала схема, в которой можно выделить следующие этапы с использованием исходного лагранжиана:

Структура амплитуды

Амплитуда процесса в квантовополевых теориях представляет собой в заданном порядке теории возмущений, сумму матричных элементов M , каждой из которых соответствует некоторая диаграмма Фейнмана. Следовательно, для того чтобы получить выражение амплитуды процесса в терминах явно скалярных функций, необходимо последовательно вычислить матричные элементы.

Следовательно, для того чтобы получить выражение амплитуды процесса в терминах явно скалярных функций, необходимо последовательно вычислить матричные элементы. Для анализа возможных схем расчетов рассмотрим этапы вычисления наблюдаемых в пертурбативных квантовополевых теориях и моделях. В таких теориях и моделях стандартной стала схема, в которой можно выделить следующие этапы с использованием исходного лагранжиана:

Структура амплитуды

Амплитуда процесса в квантовополевых теориях представляет собой в заданном порядке теории возмущений, сумму матричных элементов M , каждой из которых соответствует некоторая диаграмма Фейнмана. Следовательно, для того чтобы получить выражение амплитуды процесса в терминах явно скалярных функций, необходимо последовательно вычислить матричные элементы.

Следовательно, для того чтобы получить выражение амплитуды процесса в терминах явно скалярных функций, необходимо последовательно вычислить матричные элементы. Для анализа возможных схем расчетов рассмотрим этапы вычисления наблюдаемых в пертурбативных квантовополевых теориях и моделях. В таких теориях и моделях стандартной стала схема, в которой можно выделить следующие этапы с использованием исходного лагранжиана:

Структура амплитуды

1. Получение математических выражений для фейнмановских амплитуд исходя из лагранжиана модели.

2. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

3. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

4. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

5. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

6. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

7. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

8. Проверка полученных амплитуд на соответствие основным принципам квантовой теории поля.

Структура амплитуды

I. Получение математических выражений для фейнмановских амплитуд, исходя из лагранжиана модели.

II. Если в реакциях участвуют фермионы спина $1/2$, то такие выражения будут представлять собой комбинацию произведений биспиноров Дирака, γ -матриц и других величин. Матричный элемент реакции с фермионами спина $1/2$ имеет вид

$$\mathcal{C} \prod_i \epsilon_{\sigma_i}^{\mu_i}(k_i) \prod_j \bar{w}_{\lambda_j}(p_j, s_j) Q_j w_{\lambda'_j}(p'_j, s'_j), \quad (16.1)$$

где функции ϵ_i являются векторами поляризации векторных бозонов с импульсом k_i и поляризацией σ_i . Операторы Q_j представляют собой комбинацию произведений матриц Дирака. Функции \bar{w} и w являются спинорами Дирака (u или v для фермионов и антифермионов соответственно). В константу \mathcal{C} включаются скалярные факторы – константы взаимодействий, петлевые интегралы, числовые множители и т.д..

Структура амплитуды

I. Получение математических выражений для фейнмановских амплитуд, исходя из лагранжиана модели.

II. Если в реакциях участвуют фермионы спина $1/2$, то такие выражения будут представлять собой комбинацию произведений биспиноров Дирака, γ -матриц и других величин. Матричный элемент реакции с фермионами спина $1/2$ имеет вид

$$\mathcal{C} \prod_i \epsilon_{\sigma_i}^{\mu_i}(k_i) \prod_j \bar{w}_{\lambda_j}(p_j, s_j) Q_j w_{\lambda'_j}(p'_j, s'_j), \quad (16.1)$$

где функции ϵ_i являются векторами поляризации векторных бозонов с импульсом k_i и поляризацией σ_i . Операторы Q_j представляют собой комбинацию произведений матриц Дирака. Функции \bar{w} и w являются спинорами Дирака (u или v для фермионов и антифермионов соответственно). В константу \mathcal{C} включаются скалярные факторы – константы взаимодействий, петлевые интегралы, числовые множители и т.д..

Структура амплитуды

I. Получение математических выражений для фейнмановских амплитуд, исходя из лагранжиана модели.

II. Если в реакциях участвуют фермионы спина 1/2, то такие выражения будут представлять собой комбинацию произведений биспиноров Дирака, γ -матриц и других величин. Матричный элемент реакции с фермионами спина 1/2 имеет вид

$$\mathcal{C} \prod_i \epsilon_{\sigma_i}^{\mu_i}(k_i) \prod_j \bar{w}_{\lambda_j}(p_j, s_j) Q_j w_{\lambda'_j}(p'_j, s'_j), \quad (16.1)$$

где функции ϵ_i являются векторами поляризации векторных бозонов с импульсом k_i и поляризацией σ_i . Операторы Q_j представляют собой комбинацию произведений матриц Дирака. Функции \bar{w} и w являются спинорами Дирака (u или v для фермионов и антифермионов соответственно). В константу \mathcal{C} включаются скалярные факторы— константы взаимодействий, петлевые интегралы, числовые множители и т.д..

Структура амплитуды

I. Получение математических выражений для фейнмановских амплитуд, исходя из лагранжиана модели.

II. Если в реакциях участвуют фермионы спина $1/2$, то такие выражения будут представлять собой комбинацию произведений биспиноров Дирака, γ -матриц и других величин. Матричный элемент реакции с фермионами спина $1/2$ имеет вид

$$\mathcal{C} \prod_i \epsilon_{\sigma_i}^{\mu_i}(k_i) \prod_j \bar{w}_{\lambda_j}(p_j, s_j) Q_j w_{\lambda'_j}(p'_j, s'_j), \quad (16.1)$$

где функции ϵ_i являются векторами поляризации векторных бозонов с импульсом k_i и поляризацией σ_i . Операторы Q_j представляют собой комбинацию произведений матриц Дирака. Функции \bar{w} и w являются спинорами Дирака (u или v для фермионов и антифермионов соответственно). В константу \mathcal{C} включаются скалярные факторы— константы взаимодействий, петлевые интегралы, числовые множители и т.д..

Структура амплитуды

I. Получение математических выражений для фейнмановских амплитуд, исходя из лагранжиана модели.

II. Если в реакциях участвуют фермионы спина $1/2$, то такие выражения будут представлять собой комбинацию произведений биспиноров Дирака, γ -матриц и других величин. Матричный элемент реакции с фермионами спина $1/2$ имеет вид

$$\mathcal{C} \prod_i \epsilon_{\sigma_i}^{\mu_i}(k_i) \prod_j \bar{w}_{\lambda_j}(p_j, s_j) Q_j w_{\lambda'_j}(p'_j, s'_j), \quad (16.1)$$

где функции ϵ_i являются векторами поляризации векторных бозонов с импульсом k_i и поляризацией σ_i . Операторы Q_j представляют собой комбинацию произведений матриц Дирака. Функции \bar{w} и w являются спинорами Дирака (u или v для фермионов и антифермионов соответственно). В константу \mathcal{C} включаются скалярные факторы— константы взаимодействий, петлевые интегралы, числовые множители и т.д..

Структура амплитуды

В этой связи возникает необходимость следующего шага: преобразование (вычисление) соответствующих каждой диаграмме математических выражений в виде скалярных функций.

III. Последним этапом является вычисление необходимых наблюдаемых величин для данного процесса.

Первый шаг данной схемы реализуется на практике получением правил Фейнмана для данной модели и генерацией соответствующих диаграммам Фейнмана математических выражений.

Во втором этапе можно выделить две основные составляющие. К первой составляющей можно отнести расчеты, связанные с преобразованием γ -матриц и дираковских спиноров в явно скалярные функции. Во вторую часть входят расчеты так называемых петлевых интегралов.

Третий этап, включающий в себя, интегрирование по фазовому пространству конечных частиц, а также вычисление петлевых интегралов.

Структура амплитуды

В этой связи возникает необходимость следующего шага: преобразование (вычисление) соответствующих каждой диаграмме математических выражений в виде скалярных функций.

III. Последним этапом является вычисление необходимых наблюдаемых величин для данного процесса.

Первый шаг данной схемы реализуется на практике получением правил Фейнмана для данной модели и генерацией соответствующих диаграммам Фейнмана математических выражений.

Во втором этапе можно выделить две основные составляющие. К первой составляющей можно отнести расчеты, связанные с преобразованием γ -матриц и дираковских спиноров в явно скалярные функции. Во вторую часть входят расчеты так называемых петлевых интегралов.

Третий этап, включающий в себя, интегрирование по фазовому пространству конечных частиц, а также вычисление петлевых интегралов.

Структура амплитуды

В этой связи возникает необходимость следующего шага: преобразование (вычисление) соответствующих каждой диаграмме математических выражений в виде скалярных функций.

III. Последним этапом является вычисление необходимых наблюдаемых величин для данного процесса.

Первый шаг данной схемы реализуется на практике получением правил Фейнмана для данной модели и генерацией соответствующих диаграммам Фейнмана математических выражений.

Во втором этапе можно выделить две основные составляющие. К первой составляющей можно отнести расчеты, связанные с преобразованием γ -матриц и дираковских спиноров в явно скалярные функции. Во вторую часть входят расчеты так называемых петлевых интегралов.

Третий этап, включающий в себя, интегрирование по фазовому пространству конечных частиц, а также вычисление петлевых интегралов.

Структура амплитуды

В этой связи возникает необходимость следующего шага: преобразование (вычисление) соответствующих каждой диаграмме математических выражений в виде скалярных функций.

III. Последним этапом является вычисление необходимых наблюдаемых величин для данного процесса.

Первый шаг данной схемы реализуется на практике получением правил Фейнмана для данной модели и генерацией соответствующих диаграммам Фейнмана математических выражений.

Во втором этапе можно выделить две основные составляющие. К первой составляющей можно отнести расчеты, связанные с преобразованием γ -матриц и дираковских спиноров в явно скалярные функции. Во вторую часть входят расчеты так называемых петлевых интегралов.

Третий этап, включающий в себя, интегрирование по фазовому пространству конечных частиц, а также вычисление петлевых интегралов.

Структура амплитуды

В этой связи возникает необходимость следующего шага: преобразование (вычисление) соответствующих каждой диаграмме математических выражений в виде скалярных функций.

III. Последним этапом является вычисление необходимых наблюдаемых величин для данного процесса.

Первый шаг данной схемы реализуется на практике получением правил Фейнмана для данной модели и генерацией соответствующих диаграммам Фейнмана математических выражений.

Во втором этапе можно выделить две основные составляющие. К первой составляющей можно отнести расчеты, связанные с преобразованием γ -матриц и дираковских спиноров в явно скалярные функции. Во вторую часть входят расчеты так называемых петлевых интегралов.

Третий этап, включающий в себя, интегрирование по фазовому пространству конечных частиц, а также вычисление петлевых интегралов.

Структура амплитуды

В этой связи возникает необходимость следующего шага: преобразование (вычисление) соответствующих каждой диаграмме математических выражений в виде скалярных функций.

III. Последним этапом является вычисление необходимых наблюдаемых величин для данного процесса.

Первый шаг данной схемы реализуется на практике получением правил Фейнмана для данной модели и генерацией соответствующих диаграммам Фейнмана математических выражений.

Во втором этапе можно выделить две основные составляющие. К первой составляющей можно отнести расчеты, связанные с преобразованием γ -матриц и дираковских спиноров в явно скалярные функции. Во вторую часть входят расчеты так называемых петлевых интегралов.

Третий этап, включающий в себя, интегрирование по фазовому пространству конечных частиц, а также вычисление петлевых интегралов.

Исходя из структуры (16.1), можно выделить следующие шаги по преобразованию ее в явно скалярную функцию:

Вычисление спинорной части матричного элемента, т.е. выражений типа

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad \text{где} \quad (16.2)$$

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) = \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (16.3)$$

Свертка выражений, содержащих лоренц-индексы между собой, если таковые имеются. Такие ситуации возникают, если оператор Q является лоренц-тензором.

В качестве основного требования к полученной скалярной функции, как правило, выдвигают ее лоренц-ковариантность.

Основной вычислительной задачей по преобразованию матричного элемента в скалярные произведения или в компоненты векторов процесса является задача по расчету выражения (16.2) соответствующего незамкнутой фермионной линии в диаграмме Фейнмана. Большинство методов расчетов амплитуд реакций связано именно с решением этой задачи.

Исходя из структуры (16.1), можно выделить следующие шаги по преобразованию ее в явно скалярную функцию:

Вычисление спинорной части матричного элемента, т.е. выражений типа

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad \text{где} \quad (16.2)$$

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) = \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (16.3)$$

Свертка выражений, содержащих лоренц-индексы между собой, если таковые имеются. Такие ситуации возникают, если оператор Q является лоренц-тензором.

В качестве основного требования к полученной скалярной функции, как правило, выдвигают ее лоренц-ковариантность.

Основной вычислительной задачей по преобразованию матричного элемента в скалярные произведения или в компоненты векторов процесса является задача по расчету выражения (16.2) соответствующего незамкнутой фермионной линии в диаграмме Фейнмана. Большинство методов расчетов амплитуд реакций связано именно с решением этой задачи.

Исходя из структуры (16.1), можно выделить следующие шаги по преобразованию ее в явно скалярную функцию:

Вычисление спинорной части матричного элемента, т.е. выражений типа

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad \text{где} \quad (16.2)$$

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) = \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (16.3)$$

Свертка выражений, содержащих лоренц-индексы между собой, если таковые имеются. Такие ситуации возникают, если оператор Q является лоренц-тензором.

В качестве основного требования к полученной скалярной функции, как правило, выдвигают ее лоренц-ковариантность.

Основной вычислительной задачей по преобразованию матричного элемента в скалярные произведения или в компоненты векторов процесса является задача по расчету выражения (16.2) соответствующего незамкнутой фермионной линии в диаграмме Фейнмана. Большинство методов расчетов амплитуд реакций связано именно с решением этой задачи.

Исходя из структуры (16.1), можно выделить следующие шаги по преобразованию ее в явно скалярную функцию:

Вычисление спинорной части матричного элемента, т.е. выражений типа

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad \text{где} \quad (16.2)$$

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) = \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (16.3)$$

Свертка выражений, содержащих лоренц-индексы между собой, если таковые имеются. Такие ситуации возникают, если оператор Q является лоренц-тензором.

В качестве основного требования к полученной скалярной функции, как правило, выдвигают ее лоренц-ковариантность.

Основной вычислительной задачей по преобразованию матричного элемента в скалярные произведения или в компоненты векторов процесса является задача по расчету выражения (16.2) соответствующего незамкнутой фермионной линии в диаграмме Фейнмана. Большинство методов расчетов амплитуд реакций связано именно с решением этой задачи.

Исходя из структуры (16.1), можно выделить следующие шаги по преобразованию ее в явно скалярную функцию:

Вычисление спинорной части матричного элемента, т.е. выражений типа

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad \text{где} \quad (16.2)$$

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) = \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (16.3)$$

Свертка выражений, содержащих лоренц-индексы между собой, если таковые имеются. Такие ситуации возникают, если оператор Q является лоренц-тензором.

В качестве основного требования к полученной скалярной функции, как правило, выдвигают ее лоренц-ковариантность.

Основной вычислительной задачей по преобразованию матричного элемента в скалярные произведения или в компоненты векторов процесса является задача по расчету выражения (16.2) соответствующего незамкнутой фермионной линии в диаграмме Фейнмана. Большинство методов расчетов амплитуд реакций связано именно с решением этой задачи.

Исходя из структуры (16.1), можно выделить следующие шаги по преобразованию ее в явно скалярную функцию:

Вычисление спинорной части матричного элемента, т.е. выражений типа

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad \text{где} \quad (16.2)$$

$$w_{\lambda}^A(p, s_p) = \begin{cases} u_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = 1, \\ v_{\lambda}(p, s_p), & \text{если } A = -1. \end{cases} \quad (16.3)$$

Свертка выражений, содержащих лоренц-индексы между собой, если таковые имеются. Такие ситуации возникают, если оператор Q является лоренц-тензором.

В качестве основного требования к полученной скалярной функции, как правило, выдвигают ее лоренц-ковариантность.

Основной вычислительной задачей по преобразованию матричного элемента в скалярные произведения или в компоненты векторов процесса является задача по расчету выражения (16.2) соответствующего незамкнутой фермионной линии в диаграмме Фейнмана. Большинство методов расчетов амплитуд реакций связано именно с решением этой задачи.

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 = \text{Tr}[\dots]$$

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} =
 \end{aligned}$$

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} =
 \end{aligned}$$

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} =
 \end{aligned}$$

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \quad \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} =
 \end{aligned}$$

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} =
 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta$$

(17.1)

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} = \\
 & = \left\{ \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\alpha \bar{Q}_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\beta \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} , \tag{17.1}
 \end{aligned}$$

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} = \\
 & = \left\{ \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\alpha \bar{Q}_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\beta \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} , \tag{17.1}
 \end{aligned}$$

Общепринятым методом вычисления сечений реакций с участием фермионов спина $1/2$ является редукция **квадрата модуля** выражения для фермионной линии (16.2) к следу от произведений γ -матриц.

Исходя из выражения (16.2), имеем для случая фермионов

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \left[\bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]^\dagger \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \\
 & = \left[\left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\alpha Q_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\beta \right]^\dagger \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} = \\
 & = \left\{ \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_\alpha \bar{Q}_{\alpha\beta} \left\{ w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_\beta \\
 & \left\{ \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right\}_{\alpha'} Q_{\alpha'\beta'} \left\{ w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right\}_{\beta'} , \quad (17.1)
 \end{aligned}$$

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \text{Tr} \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Комбинируя дираковские спиноры, перепишем выражение (17.1) в виде

$$\begin{aligned}
 & |M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = \\
 & = \bar{Q}_{\alpha\beta} \left[w_{\lambda_p}^A(p, s_p) \cdot \bar{w}_{\lambda_p}^A(p, s_p) \right]_{\beta\alpha'} \\
 & Q_{\alpha'\beta'} \left[w_{\lambda_k}^B(k, s_k) \cdot \bar{w}_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right]_{\beta'\alpha} .
 \end{aligned} \tag{17.2}$$

Наконец, используя, тот факт что выражения в квадратных скобках являются проективными операторами τ (9.4)

$$\tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} (\hat{p} + Am_p) (I + \lambda_p \gamma_5 \hat{s}_p) , \tag{17.3}$$

получим что квадрат модуля записанный в виде шпура от некоторой линейной комбинации произведений γ -матриц Дирака:

$$|M_{\lambda_p, \lambda_k}(p, s_p; k, s_k)|^2 = Tr \left(\bar{Q} \tau_{\lambda_p}^A(p, s_p) Q \tau_{\lambda_k}^B(k, s_k) \right) . \tag{17.4}$$

Таким образом, для вычисления квадрата модуля матричного элемента вида (16.2) необходимо вычислить шпур (17.4).

Метод базисных спиноров

Напомним, что основной задачей, решаемой в этой разделе, является вычисление матричного элемента вида

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}^{D, B}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^D(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad (18.1)$$

где λ_p и λ_k – проекции спина для фермионов с 4-импульсами p, k и векторами поляризации s_p, s_k . Запись $w_{\lambda_p}^D(p, s_p)$ означает $u_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = +1$) или $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = -1$).

Метод базисных спиноров обладает одной возможностью, которая увеличивает его эффективность и делает достаточно мощным средством для расчетов сложных матричных элементов. С помощью соотношения полноты амплитуда процесса может быть представлена в виде композиции функций $\Gamma_{\sigma, p}^{C, A}$ (??). Такие вставки позволяют разбить фермионную линию (18.1) на произведение фермионных линий с базисными спинорами $u_\lambda(b_A)$, например:

Метод базисных спиноров

Напомним, что основной задачей, решаемой в этой разделе, является вычисление матричного элемента вида

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}^{D, B}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^D(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad (18.1)$$

где λ_p и λ_k – проекции спина для фермионов с 4-импульсами p, k и векторами поляризации s_p, s_k . Запись $w_{\lambda_p}^D(p, s_p)$ означает $u_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = +1$) или $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = -1$).

Метод базисных спиноров обладает одной возможностью, которая увеличивает его эффективность и делает достаточно мощным средством для расчетов сложных матричных элементов. С помощью соотношения полноты амплитуда процесса может быть представлена в виде композиции функций $\Gamma_{\sigma, p}^{C, A}$ (??). Такие вставки позволяют разбить фермионную линию (18.1) на произведение фермионных линий с базисными спинорами $u_\lambda(b_A)$, например:

Метод базисных спиноров

Напомним, что основной задачей, решаемой в этой разделе, является вычисление матричного элемента вида

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}^{D, B}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^D(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad (18.1)$$

где λ_p и λ_k – проекции спина для фермионов с 4-импульсами p, k и векторами поляризации s_p, s_k . Запись $w_{\lambda_p}^D(p, s_p)$ означает $u_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = +1$) или $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = -1$).

Метод базисных спиноров обладает одной возможностью, которая увеличивает его эффективность и делает достаточно мощным средством для расчетов сложных матричных элементов. С помощью соотношения полноты амплитуда процесса может быть представлена в виде композиции функций $\Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}$ (??). Такие вставки позволяют разбить фермионную линию (18.1) на произведение фермионных линий с базисными спинорами $u_\lambda(b_A)$, например:

Метод базисных спиноров

Напомним, что основной задачей, решаемой в этой разделе, является вычисление матричного элемента вида

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}^{D, B}(p, s_p; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^D(p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B(k, s_k), \quad (18.1)$$

где λ_p и λ_k – проекции спина для фермионов с 4-импульсами p, k и векторами поляризации s_p, s_k . Запись $w_{\lambda_p}^D(p, s_p)$ означает $u_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = +1$) или $v_{\lambda_p}(p, s_p)$ ($D = -1$).

Метод базисных спиноров обладает одной возможностью, которая увеличивает его эффективность и делает достаточно мощным средством для расчетов сложных матричных элементов. С помощью соотношения полноты амплитуда процесса может быть представлена в виде композиции функций $\Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}$ (??). Такие вставки позволяют разбить фермионную линию (18.1) на произведение фермионных линий с базисными спинорами $u_\lambda(b_A)$, например:

Метод базисных спиноров

Напомним, что основной задачей, решаемой в этой разделе, является вычисление матричного элемента вида

$$M_{\lambda_p, \lambda_k}^{D, B} (p, s_p ; k, s_k) = \bar{w}_{\lambda_p}^D (p, s_p) Q w_{\lambda_k}^B (k, s_k) , \quad (18.1)$$

где λ_p и λ_k – проекции спина для фермионов с 4-импульсами p, k и векторами поляризации s_p, s_k . Запись $w_{\lambda_p}^D (p, s_p)$ означает $u_{\lambda_p} (p, s_p)$ ($D = +1$) или $v_{\lambda_p} (p, s_p)$ ($D = -1$).

Метод базисных спиноров обладает одной возможностью, которая увеличивает его эффективность и делает достаточно мощным средством для расчетов сложных матричных элементов. С помощью соотношения полноты амплитуда процесса может быть представлена в виде композиции функций $\Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}$ (??). Такие вставки позволяют разбить фермионную линию (18.1) на произведение фермионных линий с базисными спинорами $u_{\lambda} (b_A)$, например:

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Метод базисных спиноров

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda_p, \lambda_k}^{1,1}(p, s_p; k, s_k) &= \sum_{A, C, \sigma, \rho=-1}^1 \{ \bar{u}_{\lambda_p}(p, s_p) u_{-\sigma}(b_{-C}) \} \\
 &\{ \bar{u}_{\sigma}(b_C) Q u_{-\rho}(b_{-A}) \} \{ \bar{u}_{\rho}(b_A) u_{\lambda_k}(k, s_k) \} = \\
 &= \sum_{\sigma, \rho=-1}^1 \sum_{A, C=-1}^1 \bar{s}_{\sigma, \lambda_p}^{(C, 1)}(p, s_p) \Gamma_{\sigma, \rho}^{C, A}[Q] s_{\rho, \lambda_k}^{(A, 1)}(k, s_k) . \quad (18.2)
 \end{aligned}$$

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!

Спасибо за внимание !!!

Дзякуй за увагу !!!

Thanks for your attention !!!

Danke sehr !!!

Merci Beaucoup !!!