Phys. Acta. – 1939. – Bd. 12. – S. 297–300; Fierz, M. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagnetic field / M. Fierz, W. Pauli // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1939. – Vol. 173. – P. 211–232.

2. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск: Беларуская навука, 2015. – 328 с.

3. Elementary Particles with Internal Structure in External Fields. Vol I. General Theory / V. V. Kisel, E. M. Ovsiyuk, O. V. Veko, Y. A. Voynova, V. Balan, V. M. Red'kov. – New York: Nova Science Publishers Inc., 2018. – 404 p.

А. В. Ивашкевич
(Институт физики НАН Беларуси, Минск)
Науч. рук. **В. М. Редьков**, д-р физ.-мат. наук

СТРУКТУРА ПЛОСКИХ ВОЛН ДЛЯ МАССИВНОЙ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 3/2

Для описания частицы со спином 3/2 [1–3] требуется 16 компонентная волновая функция с трансформационными свойствами вектор-биспинора относительно группы Лоренца. В работе исследуется вопрос о числе независимых степеней свободы для этого поля на основе построения в явном виде решений типа плоских волн.

Исходим из уравнения для массивной частицы, записанного в матричной форме в базисе Рариты–Швингера [2]:

$$\left[\partial_a (\Gamma^a)_k^{\ l} + \mu\beta_k^{\ l}\right]\Psi_l = 0, \tag{1a}$$

$$(\Gamma^a)_k^{\ l} = \gamma^a\,\delta_k^l - \frac{1}{3}\gamma^l\delta_k^a - \frac{1}{3}\gamma_k g^{al} + \frac{1}{3}\gamma_k\gamma^a\gamma^l, \quad \beta_k^{\ l} = \delta_k^{\ l} - \frac{1}{3}\gamma_k\gamma^l\,; \tag{1b}$$

μ – некоторый массовый параметр. Учитывая формулу для произведения трех матриц Дирака, уравнение можно записать так:

$$\left[\partial_a\left(\frac{2}{3}\gamma^a\,\delta_k^l - \frac{i}{3}\gamma^5\varepsilon_k^{\ aln}\gamma_n\right) + \mu\left(\delta_k^{\ l} - \frac{1}{3}\gamma_k\gamma^l\right)\right]\Psi_l = 0. \tag{1c}$$

В матричной форме оно принимает вид

$$\varepsilon_m{}^{nak} = (\mu^{[na]})_m{}^k, \quad \mu^{[na]} = -\mu^{[an]};$$

$$\left[\left(2\partial_a\gamma^a \otimes I - i\gamma^5\partial_a\gamma_n \otimes \mu^{[an]}\right)\Psi\right]_k + 3\mu\left(\Psi_k - \frac{1}{3}\gamma_k\gamma^l\Psi_l\right) = 0. \qquad (2)$$

После простых вычислений получаем

$$3\mu\left(\delta_k{}^l - \frac{1}{3}\gamma_k\gamma^l\right)\Phi_l = \mu\times$$

$$\times\begin{vmatrix} 2f_0 - g_1 + ig_2 - f_3 & -g_0+2f_1-if_2+g_3 & ig_0+if_1+2f_2-ig_3 & -f_0-g_1+ig_2+2f_3 \\ 2g_0 - f_1 - if_2 + g_3 & -f_0+2g_1+ig_2-f_3 & -if_0-ig_1+2g_2-if_3 & g_0+f_1+if_2+2g_3 \\ 2h_0 + d_1 - id_2 + h_3 & d_0+2h_1-ih_2+d_3 & -id_0+ih_1+2h_2-id_3 & h_0-d_1+id_2+2h_3 \\ 2d_0 + h_1 + ih_2 - d_3 & h_0+2d_1+id_2-h_3 & ih_0-id_1+2d_2-ih_3 & -d_0+h_1+ih_2+2d_3 \end{vmatrix}. \qquad (3)$$

Решения уравнения (2) ищем в виде плоских волн вдоль оси x_3:

$$[\overline{\Psi}_{\alpha n}] = e^{-i\varepsilon t}e^{ikz}\overline{\Phi}, \quad \overline{\Phi}_{\alpha n} = \begin{vmatrix} \overline{f}_0 & \overline{f}_1 & \overline{f}_2 & \overline{f}_3 \\ \overline{g}_0 & \overline{g}_1 & \overline{g}_2 & \overline{g}_3 \\ \overline{h}_0 & \overline{h}_1 & \overline{h}_2 & \overline{h}_3 \\ \overline{d}_0 & \overline{d}_1 & \overline{d}_2 & \overline{d}_3 \end{vmatrix}. \qquad (4)$$

Предполагаем $\varepsilon > 0$. Это означает, что исследуем случай частиц. Положительность энергии возможна в двух случаях: $k > 0, \varepsilon = k$ и $k < 0, \varepsilon = -k$; следим за вариантом $k > 0$. После разделения переменных находим 16 уравнений.

Приводим матрицу системы уравнений для $(d_1, d_2, h_0, h_3, g_1, g_2, f_0, f_3)$:

$$\begin{vmatrix} -2i(\varepsilon-k) & (\varepsilon-k) & ik & i\varepsilon & 2\mu & i\mu & -\mu & -\mu \\ -(\varepsilon-k) & -2i(\varepsilon-k) & -k & -\varepsilon & -i\mu & 2\mu & -i\mu & -i\mu \\ -ik & -k & -2i(\varepsilon+k) & 0 & -\mu & i\mu & 2\mu & -\mu \\ i\varepsilon & \varepsilon & 0 & -2i(\varepsilon+k) & -\mu & i\mu & -\mu & 2\mu \\ 2\mu & i\mu & \mu & -\mu & -2i(\varepsilon+k) & (\varepsilon+k) & ik & i\varepsilon \\ -i\mu & 2\mu & i\mu & -i\mu & -(\varepsilon+k) & -2i(\varepsilon+k) & -k & -\varepsilon \\ \mu & -i\mu & 2\mu & \mu & -ik & -k & -2i(\varepsilon-k) & 0 \\ -\mu & i\mu & \mu & 2\mu & i\varepsilon & \varepsilon & 0 & -2i(\varepsilon-k) \end{vmatrix} \qquad (5)$$

и матрицу системы уравнений для $(h_1, h_2, d_0, d_3, f_1, f_2, g_0, g_3)$:

$$\begin{vmatrix} -2i(\varepsilon+k) & -(\varepsilon+k) & -ik & -i\varepsilon & 2\mu & -i\mu & -\mu & \mu \\ (\varepsilon+k) & -2i(\varepsilon+k) & -k & -\varepsilon & i\mu & 2\mu & i\mu & -i\mu \\ ik & -k & -2i(\varepsilon-k) & 0 & -\mu & -i\mu & 2\mu & \mu \\ -i\varepsilon & \varepsilon & 0 & -2i(\varepsilon-k) & \mu & i\mu & \mu & 2\mu \\ 2\mu & -i\mu & \mu & \mu & -2i(\varepsilon-k) & -(\varepsilon-k) & -ik & -i\varepsilon \\ i\mu & 2\mu & -i\mu & -i\mu & (\varepsilon-k) & -2i(\varepsilon-k) & -k & -\varepsilon \\ \mu & i\mu & 2\mu & -\mu & ik & -k & -2i(\varepsilon+k) & 0 \\ \mu & i\mu & -\mu & 2\mu & -i\varepsilon & \varepsilon & 0 & -2i(\varepsilon+k) \end{vmatrix}; \qquad (6)$$

Определители этих матриц оказываются одинаковыми, их следует приравнять к нулю:

$$729m^4(\varepsilon^2 - m^2 - k^2)^2 = 0 \;\Rightarrow\; \varepsilon^2 = m^2 + k^2. \qquad (7)$$

В уравнении (5) можно увидеть блочную структуру:

$$A\,X = -B\,Y, \quad A'\,Y = -B'\,X, \quad \begin{vmatrix} A & B \\ B' & A' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = 0, \qquad (8a)$$

где A, B, A', B' – четырехмерные матрицы. Из (8a) следуют уравнения

$$\left\{(B')^{-1}A' \cdot B^{-1}A - I\right\}X = 0, \quad \left\{(B)^{-1}A \cdot (B')^{-1}A' - I\right\}Y = 0. \qquad (8b)$$

Решаем уравнение для 4-мерной переменной X; $Y = -B^{-1}A\,X$:

$$\begin{vmatrix} \frac{2(k-\varepsilon)(k+\varepsilon)}{3\mu^2} - 1 & \frac{i(k-\varepsilon)(k+\varepsilon)}{3\mu^2} & \frac{k(k+\varepsilon)}{3\mu^2} & \frac{\varepsilon(k+\varepsilon)}{3\mu^2} \\ -\frac{i(k-\varepsilon)(k+\varepsilon)}{3\mu^2} & \frac{2(k-\varepsilon)(k+\varepsilon)}{3\mu^2} - 1 & \frac{ik(k+\varepsilon)}{3\mu^2} & \frac{i\varepsilon(k+\varepsilon)}{3\mu^2} \\ \frac{k(k-\varepsilon)}{3\mu^2} & -\frac{ik(k-\varepsilon)}{3\mu^2} & \frac{2k^2}{3\mu^2} - 1 & \frac{2k\varepsilon}{3\mu^2} \\ \frac{\varepsilon(\varepsilon-k)}{3\mu^2} & \frac{i(k-\varepsilon)\varepsilon}{3\mu^2} & -\frac{2k\varepsilon}{3\mu^2} & -\frac{2\varepsilon^2}{3\mu^2} - 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \\ h_0 \\ h_3 \end{vmatrix} = 0. \qquad (9)$$

Рассматриваем две ситуации: $\mu = \pm im, \varepsilon = +\sqrt{m^2 + k^2} > 0$; в обоих случаях получаем одну и ту же систему с двумя независимыми уравнениями, решение которых имеет вид

$$d_2 = -id_1 - i(\frac{k}{\varepsilon}+1)h_3, \quad h_0 = -\frac{k}{\varepsilon}h_3, \quad d_1, h_3 - \text{любые.}$$

Таким образом, приходим к общему решению для 8-мерного столбца:

$$X = \begin{vmatrix} d_1 \\ -id_1 - i(\frac{k}{\varepsilon}+1)h_3 \\ -\frac{k}{\varepsilon}h_3 \\ h_3 \end{vmatrix}, \quad Y = \begin{vmatrix} g_1 \\ g_2 \\ f_0 \\ f_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{(\varepsilon - k)}{m} d_1 \\ \frac{i\left(-m^2 h_3 - \left(k^2 - \varepsilon k + m^2\right) d_1\right)}{m\varepsilon} \\ -\frac{k\left(\frac{k}{\varepsilon}+1\right)}{m} h_3 \\ \frac{(k+\varepsilon)}{m} h_3 \end{vmatrix}. \qquad (10)$$

Аналогично исследуется система (6), приводим только ее решение:

$$\begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \\ d_0 \\ d_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_1 \\ ih_1 - \frac{im^2}{k(\varepsilon+k)+m^2} d_3 \\ -\frac{k}{\varepsilon} d_3 \\ d_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} f_1 \\ f_2 \\ g_0 \\ g_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\left(k + \sqrt{k^2+m^2}\right)}{m} h_1 \\ \frac{i\left(2k(\varepsilon+k)+m^2\right)}{m(\varepsilon+k)} h_1 - \frac{im\left(k(\varepsilon+k)+m^2\right)}{\varepsilon^2(\varepsilon+k)} d_3 \\ -\frac{km}{m^2+k(k+\varepsilon)} d_3 \\ \frac{(\varepsilon-k)}{m} d_3 \end{vmatrix} \qquad (11)$$

Следовательно, в явном виде построены 4 линейно независимых решения системы уравнений, описывающей массивную частицу со спином 3/2.

Литература

1. Pauli, W. Ьber relativistische Feldleichungen von Teilchen mit beliebigem Spin im elektromagnetishen Feld / W. Pauli, M. Fierz // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Bd. 12. – S. 297–300; Fierz, M. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagnetic field / M. Fierz, W. Pauli // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1939. – Vol. 173. – P. 211–232.

2. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск: Беларуская навука, 2015. – 328 с.

3. Elementary Particles with Internal Structure in External Fields. Vol I. General Theory / V. V. Kisel, E. M. Ovsiyuk, O. V. Veko, Y. A. Voynova, V. Balan, V. M. Red'kov. – New York: Nova Science Publishers Inc., 2018. – 404 p.

Е. В. Каленчак
(БГУИР, Минск)
Науч. рук. **А. В. Чураков**, канд. мед. наук, доцент

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ АДРЕСНОЙ ДОСТАВКИ В ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЯХ

Дыхательные пути являются наиболее уязвимой тканью организма. Они страдают от таких заболеваний, как бронхиальная астма, хроническая обструктивная болезнь легких (ХОБЛ), пневмония и д.р. Кроме того в настоящий момент добавились многочисленные случаи заболеваемости COVID-19, с последствиями в виде обширных повреждений легких. Поэтому многообещающей и эффективной кажется реализация способа адресной доставки в дыхательные пути и легкие. Она позволяет усиливать местный лечащий эффект при одновременном ослаблении побочных воздействий.

Прямая легочная доставка (например, аэрозоль, ингаляторы и т. д.) представляет собой более избирательный способ доставки лекарства, являющийся неинвазивной альтернативой подкожной или внутривенной инъекциям. Вдыхание аэрозолей с лекарственными средствами уже используется для лечения многих заболеваний легких, таких как астма, инфекции и рак легких. Доступность состава с контролируемым высвобождением, который может поддерживать минимальную эффективную концентрацию конкретного лекарственного вещества, может в значительной степени снизить побочные эффекты, а также может минимизировать нагрузку на печень. Для дальнейшего улучшения эффекта препарата в легких, может быть полезно контролировать осаждение аэрозолей и целевые аэрозоли с помощью магнитного градиента поля для направления намагничивающихся аэрозольных капель, содержащих суперпарамагнитные наночастицы оксида желе-