

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОГО СВЕТОВОГО ПОЛЯ В УСЛОВИЯХ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

А. С. Тиболов и В. А. Яковлев

Рассмотрен широкий класс оптических приборов, применяемых для анализа световых полей, образующихся вследствие многократного рассеяния заданного монохроматического пучка при прохождении слоя случайно-неоднородной среды. Выведены ограничения на параметры эксперимента, в рамках которых возможно восстановление пространственных статистических характеристик исследуемых световых полей по временной корреляционной функции сигнала фотоприемника на выходе оптической системы. Обсуждены пути получения объективной информации о случайно-неоднородной среде в условиях многократного рассеяния. Исследована возможность синтеза оптических приборов, удобных для решения подобных обратных задач.

При исследовании турбулентности оптическими методами статистические характеристики светового поля, распространяющегося в среде, используются в качестве источника информации о статистике случайно-неоднородной среды. В работах [1-3] для широкого класса оптических устройств, применяемых для анализа случайных световых полей, получена связь статистических характеристик сигнала фотоприемника на выходе оптической системы со статистическими моментами поля диэлектрической проницаемости при выполнении гипотезы «замороженности» турбулентности [4]. Существенным условием применимости результатов работ [1-3] является предположение об однократности рассеяния при распространении света в исследуемой среде. Однако значительную часть задач необходимо решать с учетом многократного рассеяния [4]. При этом в общем случае невозможно определение объективных, т. е. не зависящих от типа оптического прибора и параметров исходного светового поля, характеристик диэлектрической проницаемости. Более того без дополнительных предположений оказывается невозможным восстановление не зависящих от типа прибора характеристик светового поля, прошедшего слой исследуемой среды и попавшего на вход оптической системы. Итак, при исследовании турбулентности сканирующими оптическими приборами с фотоэлектрической регистрацией в условиях многократного рассеяния появляются два сорта обратных задач:

- 1) восстановление пространственных характеристик светового поля, прошедшего слой случайно-неоднородной среды, при заданном исходном световом поле (задача минимум);
- 2) определение объективных статистических характеристик исследуемой среды (задача максимум).

Необходимость решения второй задачи не нуждается в комментариях. Что касается задачи минимум, то важность ее решения обусловлена по крайней мере двумя причинами. Во-первых, подробный анализ первой задачи позволит выяснить необходимые условия существования решения задачи максимум и произвести оптимизацию параметров эксперимента с целью ее последующего решения. Во-вторых, такие исследования пред-

ставляют интерес в случаях, когда случайно-неоднородная среда является не объектом измерения, а помехой.

В настоящей работе обсуждаются проблемы решения задачи минимум в рамках относительно простого класса экспериментов, широко используемых в оптике случайных сред: исследуется возможность восстановления пространственных характеристик светового поля, прошедшего слой случайно-неоднородной среды, по временной корреляционной функции сигнала фотоприемника на выходе сканирующей оптической системы общего вида в условиях многократного рассеяния.

Общая схема рассматриваемых оптических устройств изображена на рис. 1. Когерентный монохроматический пучок от осветителя *1* проходит слой случайно-неоднородной среды толщиной *L*, расположенной между плоскостями *2* и *3*, и попадает на вход оптической системы *4*. Преобразованное системой световое поле поступает на фотоприемник *6* через его апертуру, расположенную в плоскости *5*. В дальнейшем под сигналом прибора будет пониматься интенсивность света, попадающего на фотоприемник.

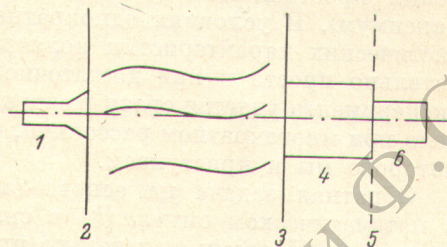


Рис. 1.

Введем декартовы координаты $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ так, чтобы ось *x* была направлена вдоль оси распространения света, плоскости *2* соответствует $x=0$, плоскости *3* — $x=L$. Обсуждаемый класс оптических систем *4* включает такие устройства, для которых связь оптического поля $U(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x} = \{x_1, x_2\}$ на выходной плоскости *5* с полем $U(\rho, t)$, $\rho = \{y, z\}$, на входной плоскости *3* для любого момента времени *t* имеет вид

$$U(\mathbf{x}, t) = \int A(\rho, \mathbf{x}) U(\rho, t) d\rho, \quad (1)$$

где $A(\rho, \mathbf{x})$ — передаточная функция системы *4*. Таким образом, здесь не рассматриваются системы, передаточные функции которых зависят от времени, и системы с нелинейными элементами. Кроме того, в указанный класс не входят системы интерферометрического поля с опорными пучками, для которых поле на выходе неоднородно по входному полю. Обобщение полученных ниже соотношений на класс интерферометрических приборов осуществляется достаточно просто, и с целью упрощения выкладок мы его не проводим.

В силу (1) интегральная интенсивность света, прошедшего слой случайно-неоднородной среды и попавшего на фотоприемник в момент времени *t*, определяется выражением

$$I(L, t) = \int \sum(\mathbf{x}) \left\{ \iint A(\rho_1, \mathbf{x}) A^*(\rho_2, \mathbf{x}) U(L, \rho_1, t) U^*(L, \rho_2, t) d\rho_1 d\rho_2 \right\} d\mathbf{x}, \quad (2)$$

где $U(L, \rho, t)$, $\rho = \{y, z\}$ — поле на плоскости *3* в момент времени *t*, $\Sigma(\mathbf{x})$ — функция пропускания по интенсивности апертуры фотоприемника. Корреляционная функция флуктуаций интенсивности

$$B(L; t_1, t_2) \equiv \langle [I(L, t_1) - \langle I(L, t_1) \rangle] [I(L, t_2) - \langle I(L, t_2) \rangle] \rangle, \quad (3)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций случайной среды, выражается с помощью (2) через статистические моменты светового поля на плоскости $x=L$:

$$B(L; t_1, t_2) = \int d\mathbf{x}_1 \sum(\mathbf{x}_1) \int d\mathbf{x}_2 \sum(\mathbf{x}_2) \iiint d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 d\rho_4 A(\rho_1, \mathbf{x}_1) \times \\ \times A^*(\rho_2, \mathbf{x}_1) A(\rho_3, \mathbf{x}_2) A^*(\rho_4, \mathbf{x}_2) \Gamma_4(L; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t_1, t_2), \quad (4)$$

где

$$\Gamma_4(L; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t_1, t_2) \equiv \langle U(L, \rho_1, t_1) U^*(L, \rho_2, t_1) U(L, \rho_3, t_2) U^*(L, \rho_4, t_2) \rangle - \langle U(L, \rho_1, t_1) U^*(L, \rho_2, t_1) \rangle \langle U(L, \rho_3, t_2) U^*(L, \rho_4, t_2) \rangle. \quad (5)$$

Заметим, что соотношение (4) может быть легко обобщено на случай частично-когерентного поля (поля в плоскости 2). Для этого достаточно произвести дополнительное усреднение по ансамблю реализаций светового поля в плоскости $x=0$. В силу статистической независимости поля $U(0, \rho, t)$ и характеристик среды данное обобщение тривиально, и мы на нем не останавливаемся.

Выражение (4) предполагается использовать либо для определения пространственных статистических характеристик случайного светового поля на входной плоскости $x=L$ (задача минимум), либо для восстановления пространственных статистических характеристик среды (задача максимум). В условиях однократного рассеяния зависимость Γ_4 от статистических характеристик поля диэлектрической проницаемости относительно проста и при достаточно мягких ограничениях на параметры эксперимента удается сразу решить задачу максимум [1-3]. Иначе обстоит дело при многократном рассеянии, к анализу соотношения (4) в условиях которого мы и приступаем.

Обратная задача на основе выражения (4) является некорректной в математическом смысле [5] в силу стохастичности обсуждаемого эксперимента. Поэтому желательно привести (4) к виду связи, для которой развиты методы решения некорректных обратных задач, существенно опирающиеся на математическую статистику и теорию информации [5]. Типичная и чаще всего встречающаяся в математической физике обратная задача — это решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода

$$\int_a^b K(x, y) \varphi(x) dx = f(y), \quad c \leq y \leq d, \quad (6)$$

где $K(x, y)$ — ядро уравнения — определяет оператор прямой задачи, переводящий неизвестную функцию $\varphi(x)$, описывающую состояние объекта измерения, в некоторую функцию $f(y)$, доступную регистрации. Оказывается, что при некоторых ограничениях на параметры прибора и свойства среды можно выражение (4) преобразовать к виду (6), не используя приближенные методы решения задачи рассеяния.

Предположим, что поле диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ является статистически стационарным и однородным и движется относительно прибора со скоростью \mathbf{v} , перпендикулярной оси распространения света (оси x). Причем величина скорости v такова, что выполняется условие «замороженности» поля $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ [4]. Запишем поле $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ в виде

$$\varepsilon(\mathbf{r}, t) = \langle \varepsilon \rangle [1 + \varepsilon'(\mathbf{r}, t)],$$

где $\langle \varepsilon \rangle$ — среднее значение диэлектрической проницаемости — не зависит от координат и времени. Пусть размер наименьших неоднородностей в среде l (внутренний масштаб турбулентности) много больше длины волны света λ . Распространение света в такой среде можно описывать скалярным волновым уравнением [4]. Для поля $U(\mathbf{r}, t)$ получим интегральное уравнение

$$U(\mathbf{r}, t) = U_0(\mathbf{r}) - k^2 \int g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varepsilon(\mathbf{r}', t) U(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}', \quad (7)$$

где $k^2 \equiv (2\pi/\lambda)^2 \langle \varepsilon \rangle$, $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — функция Грина однородной среды, а $U_0(\mathbf{r})$ — первичное поле, которое распространялось бы в среде без флуктуаций ($\varepsilon = \langle \varepsilon \rangle$).

Решая (7) итерациями, получим ряд

$$U(\mathbf{R}, t) = U_0(\mathbf{R}) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{2n} \underbrace{\int \dots \int}_n g(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1) \dots g(\mathbf{r}_{n-1}, \mathbf{r}_n) \times \\ \times \varepsilon'(\mathbf{r}_1, t) \dots \varepsilon'(\mathbf{r}_n, t) U_0(\mathbf{r}_n) d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_n \equiv \sum_{n=0}^{\infty} G_n(\mathbf{R}, t), \quad (8)$$

где $G_0(\mathbf{R}, t) \equiv U_0(\mathbf{R})$, а n -й член ряда описывает n -кратное рассеяние. Подстановка (8) в выражение (5) для Γ_4 дает

$$\Gamma_4 = \sum_{l, m, n, p=0}^{\infty} [G_{lmnp}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4; t_1, t_2) - G_{lm}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2; t_1) G_{np}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4; t_2)], \quad (9)$$

где

$$G_{lmnp} \equiv \langle G_l(\mathbf{R}_1, t_1) G_m^*(\mathbf{R}_2, t_1) G_n(\mathbf{R}_3, t_2) G_p^*(\mathbf{R}_4, t_2) \rangle, \\ G_{lm}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j; t_k) \equiv \langle G_l(\mathbf{R}_i, t_k) G_m^*(\mathbf{R}_j, t_k) \rangle, \\ \mathbf{R}_j \equiv \{\mathbf{L}, \rho_j\}.$$

В силу выполнения условия «замороженности» турбулентности, стационарности и однородности поля $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$

$$G_{lm}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j; t_k) = G_{lm}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j).$$

Перейдем теперь к исследованию функций G_{lmnp} . При сделанных выше предположениях можно установить, что уравнение (4) превращается в уравнение типа (6), если выполнено условие

$$U_0(\mathbf{r}) \equiv U_0(x, \rho) \equiv U_0(x, \rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = U_0(x, \rho_{\perp}),$$

где ρ_{\parallel} и ρ_{\perp} — компоненты вектора ρ , параллельная и перпендикулярная вектору скорости \mathbf{v} соответственно, т. е. «невозмущенная» волна должна быть плоской в направлении сканирования. Заметим, что в случае частично-когерентного поля требование «плоскостности» в направлении сканирования эквивалентно требованию статистической однородности поля $U_0(\mathbf{r})$ по ρ_{\parallel} .

Проиллюстрируем сказанное на простейшем примере. Рассмотрим случай, когда на среду падает плоская волна, т. е. $U_0(\mathbf{r}) = U_0(x)$, и введем новые переменные

$$\mathbf{r}_+ = \frac{1}{4}(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4), \\ \mathbf{r}_1 = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) - \frac{1}{2}(\rho_3 + \rho_4), \\ \mathbf{r}_2 = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_4) - \frac{1}{2}(\rho_2 + \rho_3), \\ \mathbf{r} = \rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4.$$

Тогда

$$G_{lmnp}(L; \mathbf{r}_+, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}; t_1, t_2) = G_{lmnp}\left(L; \mathbf{r}_+ + \frac{v\tau}{2}, \mathbf{r}_1 + v\tau, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}\right), \quad \tau \equiv t_2 - t_1.$$

Так как мы рассматриваем статистически однородные флуктуации ε' , ясно, что Γ_4 не может зависеть от \mathbf{r}_+ , поскольку совместный сдвиг всех четырех точек наблюдения на одну и ту же величину приводит к тождественной ситуации. Таким образом,

$$\Gamma_4(L; \mathbf{r}_+, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}; t_1, t_2) = \Gamma_4(L; \mathbf{r}_1 + v\tau, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}).$$

Введем двумерную спектральную плотность

$$\Phi_4(L; \mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \boldsymbol{\kappa}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^2} \int \Gamma_4(L; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}) e^{-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_1} d\mathbf{r}_1.$$

Откуда

$$B(L, \tau) = \int e^{ixv\tau} M(L, \mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (10)$$

где

$$M(L, \mathbf{x}) = \int dx_1 \Sigma(\mathbf{x}_1) \int dx_2 \Sigma(\mathbf{x}_2) \iiint d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 d\rho_4 A(\rho_1, \mathbf{x}_1) A^*(\rho_2, \mathbf{x}_2) A(\rho_3, \mathbf{x}_2) \times \\ \times A^*(\rho_4, \mathbf{x}_2) \exp \left\{ i\mathbf{x} \frac{\rho_1 + \rho_3 - \rho_2 - \rho_4}{2} \right\} \times \\ \times \Phi_4 \left(L; \frac{\rho_1 + \rho_4 - \rho_2 - \rho_3}{2}, \rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4; \mathbf{x} \right). \quad (11)$$

Для частотного спектра $S(L, \nu)$ сигнала прибора

$$S(L, \nu) \equiv \frac{1}{2\pi} \int B(L, \tau) \exp \{i\nu\tau\} d\tau$$

после подстановки (10) и изменения порядка интегрирования, получаем

$$S(L, \nu) = \int M(L, \mathbf{x}) \delta(\nu + \mathbf{x}\nu) d\mathbf{x}, \quad (12)$$

где $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака. Переходя к полярным координатам \mathbf{x}, φ , где $\mathbf{x} \equiv |\mathbf{x}|$, а угол φ отсчитывается от направления вектора ν , и интегрируя по углу, имеем

$$S(L, \nu) = \frac{1}{\nu} \int_{\frac{|\nu|}{\nu}}^{\infty} \frac{M \left[L; \mathbf{x}, \arccos \left(-\frac{\nu}{\mathbf{x}\nu} \right) \right] + M \left[L; \mathbf{x}, -\arccos \left(-\frac{\nu}{\mathbf{x}\nu} \right) \right]}{\sqrt{\mathbf{x}^2 - \frac{\nu^2}{\nu^2}}} \mathbf{x} d\mathbf{x}, \quad (13)$$

где $M(L, \mathbf{x}) = M(L, \mathbf{x}, \varphi)$. Уравнение (10) (или (12)) отличается от уравнений типа (6) тем, что при наличии одного независимого параметра τ (или ν) интегрирование в правой части производится не по одномерной, а по двумерной области. Поэтому, как нетрудно видеть из анализа (13), возможность решения (10) (или (12)) в общем случае проблематична. Желательно произвести дальнейшие упрощения, чрезмерно не ограничивая при этом класс обсуждаемых экспериментов. Предположим статистическую изотропность поля $\varepsilon'(\mathbf{r}, t)$ и осесимметричность оптической системы в плоскости, перпендикулярной оси распространения света. Тогда

$$M(L, \mathbf{x}) = M(L, x),$$

и формулы (10) и (13) преобразуются к виду интегральных уравнений Ханкеля нулевого порядка и Абеля соответственно

$$B(L, \tau) = 2\pi \int_0^{\infty} M(L, x) J_0(x\nu\tau) x dx, \quad (14)$$

$$S(L, \nu) = \frac{2}{\nu} \int_{\frac{|\nu|}{\nu}}^{\infty} M(L, x) \frac{x}{\sqrt{x^2 - \frac{\nu^2}{\nu^2}}} dx, \quad (15)$$

где $J_0(z)$ — функция Бесселя нулевого порядка, формулы обращения для которых хорошо известны.

Предполагая уравнение (14) (или (15)) решенным, мы получим новое интегральное уравнение (11) для нахождения $\Phi_4(L; \mathbf{r}_2, \mathbf{r}, \mathbf{x})$ — функцио-

нала от пространственных статистических характеристик светового поля в плоскости $x=L$. При этом достаточными условиями сведения уравнения (4) к уравнению (11) являются: изотропность и «замороженность» поля $\varepsilon'(\mathbf{r}, t)$, осесимметричность оптического прибора, «плоскостность» падающей волны $U_0(x, \rho)$ в направлении сканирования.

Ниже эти условия предполагаются выполненными.

Решение уравнения (11) есть по сути разделение характеристик оптического прибора (функции $A(\rho, \mathbf{x})$ и $\Sigma(\mathbf{x})$) и случайного светового поля на входе прибора (функция $\Phi_4(L; \mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \mathbf{x})$). Для осуществления подобного разделения можно указать два подхода:

1) использование таких асимптотических методов решения задачи рассеяния, в рамках которых происходит указанное разделение для того или иного класса приборов;

2) синтез оптических устройств, при использовании которых происходит точное или приближенное разделение.

В качестве примера использования первого подхода приведем вид функционала $M(L, \mathbf{x})$, полученного в борновском приближении [1-3]

$$M(L, \mathbf{x}) = P_B(L, \mathbf{x}) \Phi_\varepsilon(\mathbf{x}), \quad (16)$$

где $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x})$ — пространственный спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости, $P_B(L, \mathbf{x})$ — «борновская» аппаратная функция, известным образом зависящая от параметров прибора (вид передаточной функции, длина трассы и т. д.) и исходного светового поля $U_0(0, \rho)$. Заметим, что выбор в качестве теории распространения приближения однократного рассеяния позволяет сразу же решить задачу максимум, т. е. восстановить объективную характеристику среды $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x})$.

Примером использования второго подхода к решению уравнения (11) может служить синтез оптического прибора с

$$\left. \begin{aligned} A(\rho, \mathbf{x}) &= \delta(\rho - \mathbf{x}), \\ \Sigma(\mathbf{x}) &= \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(«точечный» приемник), где $\delta(\rho)$ — двумерная дельта-функция Дирака. Оптические приборы типа (17) широко используются в атмосферной физике [4]. При этом

$$M(L, \mathbf{x}) = \Phi_4(L; 0, 0; \mathbf{x}), \quad (18)$$

т. е. использование прибора вида (17) позволяет решить задачу минимум, так как $\Phi_4(L; 0, 0; \mathbf{x})$ известным образом выражается через статистические моменты флуктуаций уровня $\chi(\mathbf{r})$ волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде. Для решения задачи восстановления параметров среды с помощью «точечного» прибора необходимо найти связь между характеристиками среды и случайной функцией $\chi(\mathbf{r})$. Таким образом, при заданной теории распространения света в случайно-неоднородной среде приборы типа (17) могут быть использованы и для решения задачи максимум.

Недостатком «точечного» оптического прибора является тот факт, что он реагирует лишь на амплитудные флуктуации световой волны, прошедшей слой случайно-неоднородной среды. Поэтому для получения заметного сигнала необходимо, чтобы длина трассы была достаточно велика

$$L \gg \frac{l^2}{\lambda}, \quad (19)$$

где l — внутренний масштаб турбулентности. Ограничение (19) затрудняет использование «точечного» прибора в качестве измерителя характеристик турбулентности для широкого круга задач гидрооптики и оптики атмосферы с аэрозолем. Для этого класса задач необходим синтез оптических устройств, реагирующих на фазовые флуктуации светового поля, которые принимают существенные значения при меньших базах L . Ниже

мы приближенно решим уравнение (11), синтезируя указанное оптическое устройство.

Запишем $\Phi_4(L; r_2, r; \kappa)$ в виде

$$\begin{aligned} \Phi_4(L; r_2, r; \kappa) &= \Phi_4(L; 0, 0; \kappa) + r \frac{\partial \Phi_4(L; r_2, r, \kappa)}{\partial r} \Big|_{r=r_2=0} + \\ &+ r_2 \frac{\partial \Phi_4(L, r_2, r; \kappa)}{\partial r_2} \Big|_{r=r_2=0} + \dots = \exp \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} + r_2 \frac{\partial}{\partial r_2} \right\} \Phi_4(L; r_2, r; \kappa), \end{aligned} \quad (20)$$

где знак \sim напоминает, что производные от Φ_4 берутся при $r=r_2=0$. Предположим, что выполняется неравенство

$$\gamma \equiv \frac{\max \{a, a_2\}}{\min \{l, l_2\}} \ll 1, \quad (21)$$

где a и a_2 — характерные масштабы изменения ядра интегрального преобразования (11), а l и l_2 — характерные масштабы изменения Φ_4 по

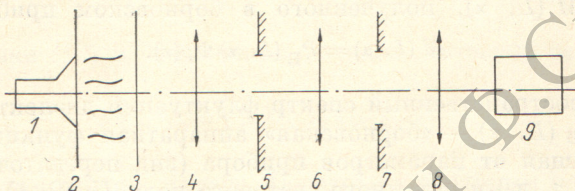


Рис. 2.

r и r_2 соответственно. Подставляя (20) в (11), мы получаем для $M(L, \kappa)$ ряд теории возмущений по малому параметру γ . При достаточной гладкости Φ_4 можно ограничиться в (20) несколькими первыми членами. Количество оставленных членов зависит при заданном волновом поле в плоскости $x=L$ от величины регулируемых параметров a и a_2 . Например, при $a=a_2=0$ мы возвращаемся к формуле (18) для «точечного» прибора. Примером оптического прибора, позволяющего осуществить указанное разложение, может служить оптическое устройство, изображенное на рис. 2. Когерентный монохроматический световой пучок от осветителя 1 проходит слой среды толщиной L , расположенный между плоскостями 2 и 3. Плоскость 3 является передней фокальной плоскостью линзы 4, в ее задней фокальной плоскости 5 расположена диафрагма в виде круглого отверстия, плоскость 5 является передней фокальной плоскостью линзы 6, в ее задней фокальной плоскости 7 расположена диафрагма в виде круглого отверстия. Прошедший последнюю диафрагму свет собирается линзой 8 на фотоэлектронный умножитель 9. Для аналитических расчетов удобно использовать не круглые, а гауссовские диафрагмы. В этом случае свойства оптического прибора могут быть заданы в виде

$$\begin{aligned} A(\rho, \kappa) &= \frac{1}{4\pi a^2} \exp \left\{ -\frac{(\rho - \kappa)^2}{4a^2} \right\}, \\ \Sigma(\kappa) &= \frac{1}{4\pi b^2} \exp \left\{ -\frac{(\kappa - \kappa_0)^2}{4b^2} \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что при $a, b \rightarrow 0$ формула (22) переходит в формулу (17) для «точечного» прибора. Поэтому естественно назвать приборы типа (22), обобщенными «точечными» приборами.

В заключение отметим, что решенная нами задача минимум для идеальной плоской исходной световой волны $U_0(0, \rho)$ эквивалентна задаче максимум для большинства применяемых приближенных методов теории многократного рассеяния (метод геометрической оптики, метод плавных возмущений и т. д. [4]), так как параметры светового поля и среды в этом

случае обычно легко разделяются. На практике всегда имеют дело с конечными пучками, что приводит к дополнительным ограничениям на параметры оптического прибора (разрешение, чувствительность и т. д.) и свойства среды (размер неоднородностей, величина флуктуаций ϵ' и т. д.). Поэтому данную работу можно рассматривать как первый шаг к решению проблемы синтеза оптических устройств и выбора теории многократного рассеяния, в рамках которых возможно восстановление объективных характеристик среды.

Литература

- [1] Ю. И. Копилевич, Г. Б. Сочилин. *Опт. и спектр.*, 41, 136, 1976.
- [2] Ю. И. Копилевич, Г. Б. Сочилин. *Опт. и спектр.*, 43, 1138, 1977.
- [3] Ю. И. Копилевич, А. С. Тибилев, В. А. Яковлев. *Опт. и спектр.*, 44, 366, 1978.
- [4] В. И. Татарский. *Распространение волн в турбулентной атмосфере*. «Наука», М., 1967.
- [5] В. Ф. Турчин, В. П. Козлов, М. С. Малкевич. *Усп. физ. наук*, 102, 345, 1970.

Поступило в Редакцию 27 марта 1980 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. СКОРИНЫ