

УДК 535.3

К ВОПРОСУ ФОКУСИРОВКИ ДИАФРАГМИРОВАННЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ С ГАУССОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ИНТЕНСИВНОСТИ

В. Г. Митяков и В. Б. Федоров

Для световых пучков с гауссовым распределением интенсивности по сечению и плоским волновым фронтом анализируется взаимосвязь вносимых апертурной диафрагмой световых потерь с размером дифракционного пятна, формируемого в фокальной плоскости идеального объектива. Получены условия формирования световых пятен минимального размера в случае круговой и квадратной апертурной диафрагмы.

При создании оптоэлектронных запоминающих устройств с локальной («побитовой») или голограммической формой записи информации, дефлекторов светового луча и ряда других устройств, использующих в качестве источника когерентного излучения оптические квантовые генераторы, возникает задача формирования с помощью оптической системы светового пучка минимального размера при заданных потерях светового излучения на ограничивающих пучок апертурах. В своей постановке задача имеет много общего с радиотехнической задачей передачи импульсного сигнала через фильтр с ограниченной полосой пропускания [1].

Вопросы фокусировки оптическими системами световых пучков, излучаемых лазерами, и оптимизации их формы с целью получения в фокальной плоскости оптической системы пучка наименьшего размера, например, путем аподизации с использованием в плоскости апертурной диафрагмы амплитудно-фазовых фильтров, изучались во многих работах [2-6]. Однако во всех этих работах ограничения апертурой объектива пучка и потери в световой энергии либо вообще не учитывались, либо этому не уделялось должного внимания.

В данной работе анализируется взаимосвязь вносимых апертурной диафрагмой световых потерь с размером дифракционного пятна, формируемого в фокальной плоскости идеального объекта (т. е. хорошо корректированной оптической системы линз, для которой величина волновой aberrации меньше четверти длины волны излучения источника света [6]) для световых пучков с гауссовым распределением интенсивности и плоским волновым фронтом.

Такой пучок, характерный для дальнего поля излучения лазера в режиме генерации основной моды TEM_{00} [2], представляет наибольший интерес для многих практических приложений. Рассмотрены два типа апертурных диафрагм: круглой и квадратной формы.

Постановка задачи, метод расчета, принятые обозначения

Задача формулируется следующим образом. Световой пучок с осью симметрии вдоль оси z (рис. 1) с плоским волновым фронтом и гауссовым распределением интенсивности по сечению $I = I_0 \exp(-2\rho^2/\rho_0^2)$ (где ρ — расстояние, отсчитываемое от центра пучка в плоскости, перпендикулярной

оси симметрии пучка; ρ_0 — радиус пучка, определяющий расстояние, на котором интенсивность излучения I падает в e^2 раз по отношению к ее максимальному значению I_0 в центре пучка) дифрагирует на апертурной диафрагме A и фокусируется объективом O в его фокальной плоскости B . Необходимо определить размер дифракционного пятна в фокальной плоскости B , учитывая дифрагмирование пучка апертурой.

Распределение интенсивности в фокальной плоскости объектива x, y (рис. 1) соответствует дифракционной картине Фраунгофера и поэтому пропорционально квадрату модуля Фурье-образа апертурной функции $g(u, v)$ [7].

Для удобства вычислений будем пользоваться в плоскости апертурной диафрагмы безразмерными координатами p, q и безразмерной величиной

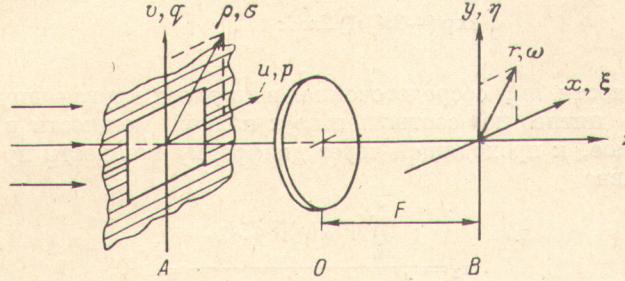


Рис. 1. Оптическая схема фокусировки дифрагмированного гауссового пучка.
A — апертурная диафрагма квадратной формы размером $L \times L$ или круглой формы диаметра D ,
O — идеальный объектив, B — фокальная плоскость объектива.

радиуса σ , в которых полуширина квадратной и радиус круговой диафрагм равны единице, т. е.

$$p = 2u/L, \quad q = 2v/L, \quad \sigma = 2\rho_0/D. \quad (1)$$

В фокальной плоскости используем безразмерные координаты ξ, η и безразмерную величину радиуса ω , связанные с длиной волны излучения λ , фокусным расстоянием объектива F , размерами апертурных диафрагм, координатами x, y и величиной радиуса r соотношениями

$$\xi = Lx/2\lambda F, \quad \eta = Ly/2\lambda F, \quad \omega = Dr/2\lambda F. \quad (2)$$

В таких безразмерных координатах апертурные функции $g(p, q)$ квадратной и $g_0(\sigma)$ круглой диафрагм при их освещении гауссовым пучком с распределением амплитуды $\exp(-\sigma^2/\sigma_0^2)$ и плоским волновым фронтом имеют вид

$$g(p, q) = \exp[-(p^2 + q^2)/\sigma_0^2] \operatorname{rect}(q/2) \operatorname{rect}(p/2), \quad (3a)$$

$$g_0(\sigma) = \exp(-\sigma^2/\sigma_0^2) \operatorname{circ}(\sigma), \quad (3b)$$

где

$$\operatorname{rect}(p/2) = \begin{cases} 1, & |p| \leq 1 \\ 0, & |p| > 1 \end{cases}, \quad \operatorname{circ}(\sigma) = \begin{cases} 1, & \sigma \leq 1 \\ 0, & \sigma > 1 \end{cases}.$$

Фурье-образы этих апертурных функций $G(\xi, \eta)$ и $G_0(\omega)$ могут быть записаны [7] с точностью до постоянного множителя соответственно как

$$G(\xi, \eta) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp[-(p^2 + q^2)/\sigma_0^2] \cos(2\pi\xi p) \cos(2\pi\eta q) dp dq, \quad (4a)$$

$$G_0(\omega) = \int_0^1 \exp(-\sigma^2/\sigma_0^2) J_0(2\pi\omega\sigma) 2\pi\sigma d\sigma, \quad (4b)$$

где J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Интегралы (4а), (4б) вычислялись численными методами на ЭВМ БЭСМ-6.

Размер сфокусированного пятна и световые потери

1. Энергетическое определение размера пятна. При освещении апертурной диафрагмы единичного радиуса гауссовым пучком с амплитудным распределением $\exp(-\sigma^2/\sigma_0^2)$ через диафрагму проходит часть его мощности m_1 , равная

$$m_1 = \frac{\int_0^{\omega_0} \exp(-2\sigma^2/\sigma_0^2) 2\pi\sigma d\sigma}{\int_0^{\infty} \exp(-2\sigma^2/\sigma_0^2) 2\pi\sigma d\sigma} = 1 - \exp(-2/\sigma_0^2). \quad (5)$$

Доля мощности m_2 , сосредоточенная в пределах круга радиуса ω_0 в сфокусированном пятне по соотношению к полной мощности в пятне, или, что то же самое, к проходящей через диафрагму мощности пучка, на основании (4б) равна

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{\int_0^{\omega_0} [G_0(\omega)]^2 d\xi d\eta}{\int_0^{\infty} \exp(-2\sigma^2/\sigma_0^2) 2\pi\sigma d\sigma} = \\ &= \frac{4}{\sigma_0^2 [1 - \exp(-2/\sigma_0^2)]} \int_0^{\omega_0} \left[\int_0^1 \exp(-\sigma^2/\sigma_0^2) J_0(2\pi\omega\sigma) \sigma d\sigma \right]^2 \omega d\omega. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогично для случая квадратной апертурной диафрагмы с полушириной, равной единице, можно получить, учитывая симметрию и используя (4а), следующие выражения для части энергии n_1 , прошедшей через диафрагму и доли энергии n_2 , сосредоточенной в пределах квадратной фигуры с полушириной ξ_0 :

$$n_1 = \frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp[-2(p^2 + q^2)/\sigma_0^2] dp dq}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-2(p^2 + q^2)/\sigma_0^2] dp dq} = \Phi^2(\sqrt{2}/\sigma_0), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{\int_{-1}^{\xi_0} \int_{-\xi_0}^{\eta_0} [G(\xi, \eta)]^2 d\xi d\eta}{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp[-2(p^2 + q^2)/\sigma_0^2] dp dq} = \\ &= \frac{128}{\pi\sigma_0^2 \Phi^2(\sqrt{2}/\sigma_0)} \left\{ \int_0^{\xi_0} \left[\int_0^1 \exp(-p^2/\sigma_0^2) \cos(2\pi\xi p) dp \right]^2 d\xi \right\}^2, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\Phi(\varphi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\varphi} \exp(-t^2) dt$ — интеграл вероятности.

Величины $m = m_1 m_2$ и $n = n_1 n_2$ характеризуют для схемы рис. 1 общий коэффициент использования излучения лазера при формировании в фокальной плоскости светового пятна заданного размера соответственно в случаях круговой и квадратной диафрагм.

Рассчитанные на основании (6) и (8) зависимости $\omega_0 = f_1(\sigma_0, m_2)$ и $\xi_0 = f_2(\sigma_0, n_2)$ для различных значений m_2 и n_2 приведены на рис. 2. Величины $m_2 = 0.838, 0.910$ и 0.950 соответствуют определению размера свето-

вого пятна по диаметру круга, ограниченного диском Эйри, вторым и третьим темными кольцами, наблюдаемыми в дифракционной картине Фраунгофера при освещении кругового отверстия однородным световым пучком. В случае квадратной диафрагмы аналогичным условиям выбора размеров светового пятна соответствуют величины $n_2=0.815$, 0.902 и 0.934 . Значение $m_2=0.865$ и $n_2=0.911$ определяют долю светового излучения гауссова пучка соответственно сосредоточенную в пределах круга, на границе которого интенсивность уменьшается в e^2 раз по отношению к интенсивности в центре пучка, и заключенную в пределах квадрата, в который вписывается этот круг.

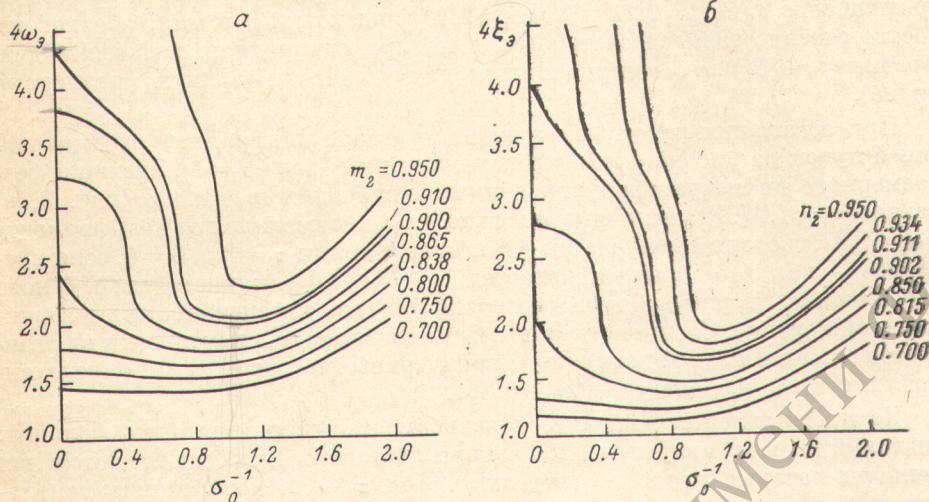


Рис. 2. Зависимости безразмерных величин диаметра $4\omega_0 = Dd/\lambda F$ (а) и стороны квадрата $4\xi_0 = Ll/\lambda F$ (б) от обратной величины безразмерного радиуса гауссова пучка σ_0^{-1} , освещдающего апертурную диафрагму единичного радиуса (а) или квадратной формы со стороной, равной 2 (б), при различных значениях доли энергии, сосредоточенной в сфокусированном пятне круглой (m_2) и квадратной (n_2) формы.

Безразмерные величины ω_0 и ξ_0 связаны простыми соотношениями с параметрами светового пучка и физическими размерами оптической схемы рис. 1. Используя (2), диаметр d (в случае круговой диафрагмы) и сторону квадрата l (в случае квадратной диафрагмы) светового пятна, сфокусированного объективом в плоскости x, y , можно записывать в виде

$$d = 4\omega_0 \lambda F / D, \quad (9a)$$

$$l = 4\xi_0 \lambda F / D. \quad (9b)$$

Величины $4\omega_0$ и $4\xi_0$ в выражениях (9а) и (9б) можно считать соответственно как безразмерные диаметр и сторона квадрата сфокусированного светового пятна.

Радиус гауссова пучка, освещдающего апертурную диафрагму в плоскости u, v на основании (1) есть

$$r_0 = \sigma_0 D / 2. \quad (9b)$$

Приведенные на рис. 2 кривые пересекаются с осью ординат в точках, определяющих диаметр или сторону квадрата сфокусированного пятна при освещении апертурной диафрагмы однородным световым пучком ($\sigma_0^{-1}=0$). Как это следует из (6) и (8), при больших значениях σ_0^{-1} асимптотами кривых являются прямые линии, исходящие из центра координат. Для рис. 2, а уравнение асимптот записывается в виде $\omega_0 = \sqrt{\ln(1 - m_2)^{-1/2} / \pi \sigma_0}$. Для графиков рис. 2, б асимптоты определяются из соотношения $n_2 = \Phi^2(\sqrt{2} \sigma_0 \xi_0)$, на основании которого в частных случаях $n_2 = 0.911$ и $n_2 = 0.95$ получаем $\xi_0 = 1/\pi \sigma_0$ и $\xi_0 = 1.13/\pi \sigma_0$.

Зависимости на рис. 2 имеют минимумы, причем их «острота» увеличивается с ростом величин m_2 и n_2 . Например, $4\omega_3$ увеличивается не более чем на 10% относительно минимального значения при относительном изменении $(\sigma_0/\sigma_{0\text{мин}})^{-1}$ в пределах от -17 до +30% для $m_2=0.95$, в то время как для $m_2=0.7$ такое же относительное увеличение $4\omega_3$ происходит при изменении $(\sigma_0/\sigma_{0\text{мин}})^{-1}$ в пределах от -100 до +100%.

Размер сфокусированного светового пятна при освещении апертурной диафрагмы гауссовым пучком может быть существенно меньше, чем при ее освещении однородным пучком. Так, при определении размера пятна по второму дифракционному минимуму, т. е. при $m_2=0.910$ и $n_2=0.902$, соотношение $d_0/d_{\text{мин}}=2.21$ и $l_0/l_{\text{мин}}=2.45$ (индексами 0 и мин. обозначены соответственно размеры светового пятна при однородном освещении диафрагмы ($\rho_0 \rightarrow \infty$) и с минимальными для заданных m_2 и n_2 размерами пятна).

При освещении гауссовым пучком круговой диафрагмы, ограничивающей пучок на уровне спада интенсивности в e^2 раз ($\sigma_0=1$), значение безразмерного диаметра сфокусированного пятна для $m_2=0.865$ (рис. 2, a) равно $4\omega_{31}=1.83$. Эта величина довольно сильно отличается от коэффициента $4\omega_3=1.27$, который получается в формуле (9а) при $\sigma_0=2\rho_0/D=1$, если пренебречь, как это обычно делается [2-4, 8, 9], влиянием апертурного ограничения гауссового пучка на распределение интенсивности в дифракционной картине. Следует отметить, что величина $4\omega_{31}$ практически не отличается от минимальной величины безразмерного диаметра $4\omega_{3\text{мин}}$, определенной для того же значения $m_2=0.865$.

Из представленных на рис. 2 зависимостей видно, что для больших значений m_2 и n_2 минимальные размеры светового пятна достигаются при меньших потерях светового излучения. При $\sigma_0 \rightarrow \infty$ коэффициент использования излучения лазера стремится к нулю.

Сравнительные данные по фокусировке световых пучков для ряда конкретных случаев приведены в таблице. При вычислении величин пяти последних строк предполагалось, что в оптической системе рис. 1 фокусное расстояние объектива F и длины волны излучения λ неизменны. В нижней

m_2, n_2	$4\omega_{3\text{мин}}$	$4\omega_{31\text{мин}}$	m	n	$d_0/d_{\text{мин}}$	$D/2\rho_0\text{мин}$	$l_0/l_{\text{мин}}$	$L/2\rho_0\text{мин}$	$\sqrt{2}l_{\text{мин}}/d_{\text{мин}}$
0.700	1.404	1.133	0.473	0.492	1.03	0.75	1.05	0.70	1.14
0.800	1.629	1.326	0.642	0.634	1.10	0.90	1.20	0.80	1.15
0.815		1.362		0.660			1.47	0.82	
0.838	1.737		0.700		1.40	0.95			
0.865	1.825		0.748		1.78	1.00			
0.900	1.966	1.623	0.800	0.800	1.93	1.05	2.24	0.96	1.17
0.902		1.633		0.810			2.45	0.97	
0.910	2.014		0.829		2.21	1.10			
0.911		1.670		0.830			2.83	1.0	
0.950	2.270	1.895	0.897	0.898	3.48	1.20	4.09	1.10	1.18

строке таблицы приведены отношения минимальных размеров световых пятен при соотношении размеров апертурных диафрагм $D=\sqrt{2}L$, для всех других строк $L=D$.

Из приведенных в таблице данных, в частности, следует, что отношения $d_0/d_{\text{мин}}$ и $l_0/l_{\text{мин}}$ значительно превышают единицу при значениях относительной доли энергии в сфокусированном пятне $m_2=n_2=0.95$. Отношение $\sqrt{2}l_{\text{мин}}/d_{\text{мин}}$ мало отличается от единицы при всех приведенных значениях m_2 и n_2 ; иными словами, замена диафрагмы с круговым отверстием радиуса $D/2$ на диафрагму с отверстием в форме квадрата, вписывающуюся в это круговое отверстие, ведет к незначительному увеличению размера оптимально сфокусированного пятна.

Как показывают численные расчеты, при $m_2 \leq 0.85$ с достаточно хорошей точностью выполняются приближенные равенства

$$4\omega_{\text{мин.}} \approx 1.82/\sigma_{\text{мин.}}, \quad m_{1\text{мин.}} \approx m_{2\text{мин.}}. \quad (10)$$

Используя (1), (2), (5), с помощью (10) можно установить простые аналитические соотношения, связывающие световые потери с минимальными размерами сфокусированного пятна

$$\sqrt{m} \approx 1 - \exp(-9.66\omega_{\text{мин.}}^2), \quad (11\text{a})$$

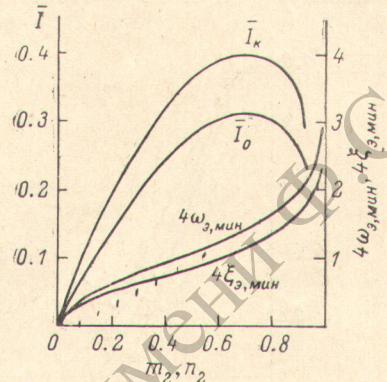
$$d_{\text{мин.}} \approx \frac{1.287\lambda F}{D} \sqrt{\ln(1 - \sqrt{m})^{-1}}. \quad (11\text{b})$$

Для значений $m \leq 0.85$ ошибка вычислений по формуле (11б) не превышает 0.3%; при $m < 0.9$ рассчитанное значение $d_{\text{мин.}}$ оказывается заниженным не более, чем на 2.3%.

В случае квадратной диафрагмы при условии $n_2 \leq 0.85$ справедливы соотношения

$$4\xi_{\text{мин.}} \approx 1.6/\sigma_{\text{мин.}}, \quad n_{2\text{мин.}} \approx n_{1\text{мин.}} \approx \sigma_0^{-1}, \quad (12)$$

Рис. 3. Зависимости средней интенсивности $I_0 = m/4\pi\omega_{\text{мин.}}^2$ и $I_k = n/16\xi_{\text{мин.}}^2$ в сфокусированном пятне соответственно круглой и квадратной формы и безразмерной величины его диаметра $4\omega_{\text{мин.}}$ и стороны квадрата $4\xi_{\text{мин.}}$ от доли энергии, сосредоточенной в пятне, при круглой (m_2) и квадратной (n_2) апертурной диафрагме.



на основании которых с использованием (1), (2), (7) можно получить

$$\sqrt{n} \approx \Phi^2(0.9Ll_{\text{мин.}}/\lambda F). \quad (13)$$

Погрешность расчетов по формуле (13) значительно больше, чем по формулам (11а), (11б).

На рис. 3 приведены графики, отображающие изменение в зависимости от m_2 или n_2 средней интенсивности в сфокусированном пятне минимального размера (при мощности лазера, равной единице) для круговой $I_0 = m/4\pi\omega_{\text{мин.}}^2$ и квадратной $I_k = n/16\xi_{\text{мин.}}^2$ апертурных диафрагм, а также безразмерных величин $4\omega_{\text{мин.}}$ и $4\xi_{\text{мин.}}$. Зависимости $4\omega_{\text{мин.}}$ и I_0 как функции от m_2 в области значений $m_2 \leq 0.95$ хорошо аппроксимируются выражениями

$$4\omega_{\text{мин.}} = 1.287\sqrt{\ln(1 - m_2)^{-1}}, \quad (14)$$

$$I_0 = 0.769m_2^2/\ln(1 - m_2)^{-1}. \quad (15)$$

Погрешность аппроксимации по формуле (14) не превышает 0.7% для $m_2 \leq 0.9$; при $m_2 = 0.95$ ошибка меньше 2%.

Как следует из графиков рис. 3, максимальное значение средней интенсивности достигается, когда в пятне сосредоточено 70% энергии.

2. Определение размера пятна по спаду интенсивности. При рассмотрении этого вопроса ограничимся случаем круговой диафрагмы. На рис. 4 приведены вычисленные на основании (4б) амплитудные распределения $A(\omega)$ в пятне (в фокальной плоскости объектива ξ, η) при фокусировке гауссовых пучков с $\sigma_0^{-1} = 0$ (однородное освещение диафрагмы), $\sigma_0^{-1} = 1$ и $\sigma_0^{-1} = 1.5$. Для сравнения штриховой линией показано амплитудное распределение, вычисленное для $\sigma_0^{-1} = 1$ при условии, что влиянием апертурного ограничения гауссова пучка пренебрегается. Максимумы всех распределений нормированы на единицу.

Из зависимостей рис. 4 следует, что при заданных фокусном расстоянии объектива F и диаметре апертурной диафрагмы D размер пятна, определен-

ный по любому практически приемлемому уровню, минимален в случае фокусировки пучка с равномерным распределением интенсивности по сечению. Гауссовый пучок фокусируется в пятно большого размера.

Изменение безразмерной величины диаметра пятна $4\omega_e$ (при условии определения его размера по спаду интенсивности в e^2 раз от максимального значения в центре) показано на рис. 5 в зависимости от обратной величины безразмерного радиуса, освещавшего диафрагму гауссова пучка $\sigma_0^{-1}=D/\rho_0$. Из приведенного графика, в частности, можно получить, что диаметр пятна при $\sigma_0^{-1}=1$ в $1.84/1.66=1.11$ раз превышает диаметр пятна при однородном освещении диафрагмы ($\sigma_0^{-1}=0$).

На рис. 5 приведены также графики, отображающие изменение в зависимости от σ_0^{-1} средней интенсивности в пятне $\bar{I}_e=0.865 m_1/4\pi\omega_e^2$ при мощности лазера, равной единице. Из графика видно, что \bar{I}_e достигает максимума при $\sigma_0^{-1}=1.00$.

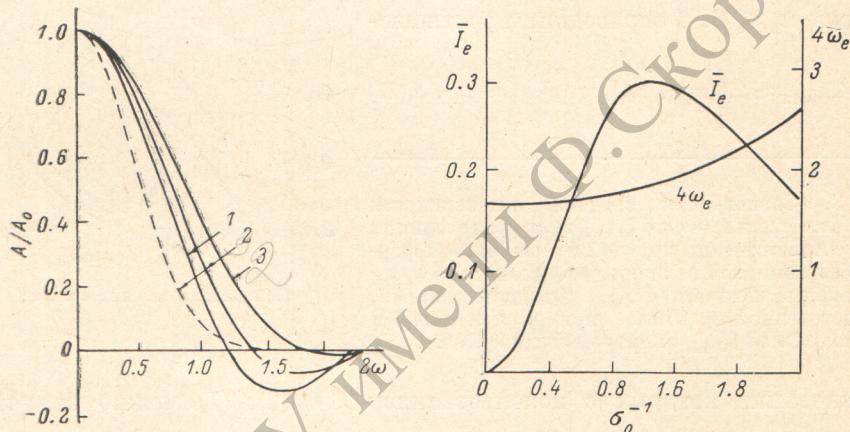


Рис. 4. Амплитудное распределение излучения в фокальной плоскости идеального объектива при его освещении через круглую диафрагму единичного радиуса гауссовым пучком с различными σ_0^{-1} .

1 — 0, 2 — 1, 3 — 1.5. Штриховой линией обозначено амплитудное распределение при фокусировании гауссова пучка с σ_0^{-1} при условии пренебрежения апертурными ограничениями.

Рис. 5. Зависимости безразмерной величины диаметра сфокусированного пятна $4\omega_e$ и средней интенсивности в пятне $I_e=0.865 m_1/4\pi\omega_e^2$ для случая круглой диафрагмы от величины σ_0^{-1} .

Вывод о лучшей фокусировке пучка с равномерным распределением интенсивности по сечению по сравнению с фокусировкой гауссова пучка, ограниченного апертурной диафрагмой, был подтвержден экспериментально. Радиус сфокусированного пятна определялся по спаду интенсивности в e^2 раз.

В эксперименте использовался гелий-неоновый лазер с длиной волны излучения 0.633 мкм. Измерение распределения интенсивности осуществлялось с использованием стекловолокна диаметром 20 мкм, один конец которого мог перемещаться с помощью двухкоординатного стола, а второй, неподвижный торец, был соединен с фотоприемником. Ошибка измерений не превышала нескольких процентов; в таких же пределах различались распределение интенсивности светового пучка на выходе лазера вблизи плоского зеркала резонатора и гауссово распределение с радиусом 0.40 мм.

Экспериментально определялось распределение интенсивности излучения лазера на расстоянии $S=1100$ мм при наличии установленной вблизи плоского зеркала резонатора лазера диафрагмы диаметром 0.80 мм в двух случаях: когда диафрагма непосредственно освещалась излучением лазера и когда между диафрагмой и лазером было установлена телескопическая система с увеличением 15×, так что освещение диафрагмы можно было считать равномерным.

Отношение радиусов пучков, измеренных для этих случаев, оказалось равным $0.87 \text{ мм}/0.77 \text{ мм} = 1.13$, что близко к значению 1.11, полученному из графиков рис. 4. Небольшое различие величин можно объяснить тем, что условие дальнего поля $D^2/\lambda \gg S$ [2] в эксперименте не выполнялось достаточно строго.

Полученные в работе результаты позволяют сделать следующие выводы.

Апертурные ограничения гауссового пучка могут приводить к значительному увеличению размера дифракционно-ограниченного сфокусированного пятна, причем влияние апертурных ограничений проявляется в большей степени при фокусировке в пятна минимального размера.

Важным обстоятельством является выбор критерия определения размера сфокусированного пятна, поскольку в зависимости от критерия условия получения дифракционно-ограниченных сфокусированных пучков минимальных размеров при учете влияния апертурных ограничений могут оказаться различными.

Авторы выражают благодарность Н. Ю. Григорьевой за выполнение численных расчетов на ЭВМ.

Литература

- [1] А. А. Харкевич. Спектры и анализ. «Физматгиз», М., 1962.
- [2] M. Kogelnik, T. Lee. Appl. Optics, 5, 1550, 1966.
- [3] J. D. Zook, T. S. Lee. Appl. Optics, 11, 2104, 1972.
- [4] R. L. Agard. Appl. Optics, 13, 1633, 1974.
- [5] А. И. Акаев, Л. В. Ковалевский, С. А. Майоров, Л. И. Мальцев, И. В. Мескин. Опт. и спектр., 40, 364, 1976.
- [6] Д. С. Волосов. Фотографическая оптика. «Искусство», М., 1971.
- [7] Дж. Гудмен. Введение в Фурье-оптику. «Мир», М., 1970.
- [8] Appl. Optics, 15, A17, 1976.
- [9] Appl. Optics, 15, A91, 1976.

Поступило в Редакцию 7 мая 1980 г.