ТОМ 51, ВЫП. 4 · ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ · 1981 год

УДК 539.184.01

О ВЛИЯНИИ ПЛЕНЕНИЯ РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА РЕЛАКСАЦИЮ ЗЕЕМАНОВСКОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ ДОППЛЕРОВСКОЙ И ЕСТЕСТВЕННОЙ ШИРИНАМИ

Л. М. Хаютин

Решена задача о релаксации зеемановской когерентности, т. е. недиагональных по индексам зеемановских подуровней элементов матрицы плотности возбужденных атомов из-за пленения резонансного излучения в среде. Показано, что при полном пленении, когда рассеяние каждого фотона в среде происходит многократно, релаксация когерентности, а следовательно, и деполяризация рассеянного света в экспериментах по эффекту Ханле и им подобных не зависит ни от характера уширения линии, ни от вида распределения возбужденных атомов по импульсам и определяется теми же характеристиками атомного перехода, что и угловое распределение излучения при резонансном рассеянии.

Многократное поглощение и последующее переизлучение резонансных фотонов при их прохождении через среду, получившее название пленения излучения, оказывает значительное влияние на свойства выходящего из среды излучения, особенно в том случае, когда характерные линейные размеры среды L превышают длину l свободного пробега фотона в центре линии поглощения газа. Как известно, это весьма обычная ситуация [1, 2]. В частности, пленение излучения сказывается на поляризационных характеристиках света, рассеянного или спонтанно излученного системой при переходе атомов в основное состояние [3]. Его необходимо принимать во внимание, например, в экспериментах по определению естественной ширины уровней на основе эффекта Ханле или метода пересечения уровней [4]. Поляризация света, излучаемого системой атомов на некотором переходе, тесно связана с зеемановской или иначе герцевской когерентностью верхнего уровня этого перехода, т. е. с недиагональными по магнитным квантовым числам элементами одночастичной матрицы плотности возбужденных атомов [3].

Строгая квантовая теория пленения излучения в газах для случая, когда допплеровская ширина линии $\Delta\omega_D$ много больше естественной γ, была развита в работе Дьяконова и Переля [3]. В частности, они показали, что при полном пленении ($L \gg l$) имеется два времени релаксации зеемановской когерентности $\gamma_{1\infty}^{-1}$ и $\gamma_{2\infty}^{-1}$, отличных от естественного времени жизни возбужденного уровня атома γ^{-1}, причем отношение $\gamma_{\varkappa\infty}/\gamma$ зависит только от полных моментов J_1 и J_0 верхнего и нижнего уровней атома.

В настоящей работе будет показано, что конкретный вид распределений как возбужденных, так и нормальных атомов по импульсам и связанные с ними формы линий поглощения и излучения не влияют на процесс релаксации зеемановской когерентности возбужденных атомов при полном ($L \gg l$) пленении. Следовательно, описание процесса релаксации в безграничной среде, данное Дьяконовым и Перелем в [3] для широкой допплеровской линии ($\Delta\omega_D \gg \gamma$), на самом деле справедливо при произвольном соотношении между $\Delta\omega_D$ и γ.

Для того чтобы понять, почему так происходит, рассмотрим физику процесса релаксации. Предположим для определенности, что внешним источником возбуждения атомов является направленный пучок поляризованного света, как например, в эффекте Ханле. Возбужденные атомы затем излучают, возвращаясь в нормальное состояние, т. е. происходит резонансное рассеяние падающего света, и пленение излучения — это не что иное, как процесс многократного рассеяния. При полном пленении каждый излученный фотон обязательно поглотится снова, и полное число возбужденных атомов не меняется, зеемановская когерентность, однако, релаксирует, и причина этого в следующем. Всякий фотон, излученный каким-либо из атомов системы, может иметь направление распространения, отличное от направления распространения возбуждающего света, а следовательно, и иную поляризацию по отношению к выбранной оси квантования. Поглотивший этот фотон атом уже не приобретет ту зеемановскую когерентность, которую имел атом, испустивший ранее этот фотон, и т. д. Релаксация зеемановской когерентности вследствие пленения связана, таким образом, с перераспределением рассеянного излучения по направлениям. Вследствие этого естественно ожидать, что релаксация когерентности полностью определяется теми же физическими характеристиками атомного перехода, что и угловая зависимость рассеяния, и поскольку последняя, как известно, не связана с характером уширения перехода, то и релаксация не должна зависеть от соотношения между $\Delta\omega$, и γ.

Кинетическое уравнение для возбужденных атомов при наличии пленения излучения

Постановка задачи в общем аналогична постановке задачи в работе [3]. Считается, что справедливо приближение двухуровневых атомов, причем нижний уровень — основной и его можно характеризовать полным моментом J_0, а возбужденный — полным моментом J_1. Предполагается, кроме того, что расстояние между атомами заметно больше длины волны излучаемого света, так что коллективные явления, а также атомные столкновения с резонансным обменом возбуждением несущественны. Квантовая система атомы+квантованное электромагнитное поле описывается, как и в [3], в формализме вторичного квантования. Используется система единиц с $\hbar=c=1$.

Гамильтониан системы

$$H=H_a+H_n+H_\phi+V_1+V_2,$$

где H_a, H_n и H_ϕ — гамильтонианы возбужденных и нормальных атомов и фотонного поля соответственно

$$H_a=\sum_{\mathbf{p}m}(\varepsilon_\mathbf{p}+\omega_0)\,a^+_{\mathbf{p}m}a_{\mathbf{p}m},\quad H_n=\sum_{\mathbf{p}\mu}\varepsilon_\mathbf{p}a^+_{\mathbf{p}\mu}a_{\mathbf{p}\mu},\quad H_\phi=\sum_{\mathbf{k}\alpha}kb^+_{\mathbf{k}\alpha}b_{\mathbf{k}\alpha},$$

$\varepsilon_\mathbf{p}=p^2/2M$ — кинетическая энергия атома с импульсом $\mathbf{p}$, ω_0 — частота перехода. Значки m нумеруют зеемановские подуровни возбужденного состояния, μ — основного, α — поляризацию фотона; $\mathbf{k}$ — волновой вектор фотона, $a_{\mathbf{p}m}$ — оператор уничтожения возбужденного атома в состоянии с импульсом $\mathbf{p}$ на зеемановском подуровне m, V_1 и V_2 — гамильтонианы взаимодействия атомов с фотонами и с внешним возбуждающим полем соответственно. Способ возбуждения атомов внешним источником, т. е. накачка V_2, не конкретизируется.

Если к системе приложено внешнее магнитное поле, как, например, в случае эффекта Ханле, то мы полагаем, что его влиянием на процесс пленения излучения можно пренебречь. Для этого необходимо, чтобы ширина спектра света, излучаемого системой на рассматриваемом переходе, превышала зеемановское расщепление уровней. В этом случае можно проводить рассмотрение для случая $\mathrm{H}=0$ и учесть влияние поля (зеемановское расщепление) в окончательных выражениях.

Кинетическое уравнение, описывающее поведение возбужденных атомов при пленении, можно получить методом, аналогичным использованному в [3], но при произвольном соотношении между γ и $\Delta\omega_D$ оно имеет более сложную, чем в [3], структуру [5, 6]. Дело в том, что только при $\Delta\omega_D \gg \gamma$ можно записать кинетическое уравнение для атомной матрицы плотности в грубой временной шкале, в которой процессы поглощения и излучения света атомами рассматриваются как мгновенные, и можно не учитывать различие во временах испускания фотона одним атомом и поглощения его другим, благодаря чему, в частности, ядро кинетического уравнения в [3] оказалось не зависящим от времени.

В нашем случае оказывается удобным описывать систему атомов функцией более общего вида, чем атомная матрица плотности — это двухвременная атомная матрица плотности, которая вводилась уже в [7], или двухвременная атомная функция Грина [5]. Двухвременная матрица плотности возбужденных атомов $f_{mm'}(t_1, t_2)$ может быть введена как естественное обобщение обычной одновременной

$$f_{mm'}(\mathbf{p}, \varkappa, t_1, t_2) = \mathrm{Sp}\,\rho_0 T_C a^+_{p-\frac{\varkappa}{2},\, m'}(t_2)\, a_{p+\frac{\varkappa}{2},\, m}(t_1) \exp\left\{-i \int\limits_C V(t')\, dt'\right\}, \tag{1}$$

и при $t_1=t_2$ переходит в последнюю.[1] Здесь ρ_0 — начальная матрица плотности системы атомы+квантованное электромагнитное поле, T_C — оператор упорядочивания во времени вдоль контура Константинова—Переля C [3], $a_{\mathbf{p},m}(t)$ и $V(t)=V_1(t)+V_2(t)$ — оператор уничтожения возбужденных атомов и гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия.

Переходя в (1) к новым переменным $t={}^1/_2(t_1+t_2)$ и $\tilde{t}=t_1-t_2$, и совершая преобразования Фурье по $\tilde{t}$ и по $\varkappa$, получим величину

$$f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{i\omega\tilde{t}+i\varkappa\mathbf{r}} f_{mm'}(\mathbf{p}, \varkappa, t, \tilde{t})\, d\tilde{t}\, d^3\varkappa, \tag{2}$$

которую можно назвать спектральной матрицей плотности возбужденных атомов в координатно-импульсном представлении.[2] Обычная матрица плотности получается из (2) интегрированием по частотам [3]

$$f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \int f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t, \omega)\, d\omega. \tag{3}$$

Функция $f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t, \omega)$ не имеет такого ясного физического смысла, как $f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, \mathrm{t})$; не претендуя на физическую строгость, можно сказать, что зависимость ее от ω характеризует вероятность того, что атом возбужден в состояние с энергией $\hbar\omega$. Можно показать, что спектральная матрица плотности $F_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t, \omega)$ является острой функцией ω типа лоренцевской с шириной порядка γ и максимумом при $\omega \approx \omega_0+\varepsilon_{\mathbf{p}}$, поэтому в соответствии с соотношением неопределенности между энергией и временем характерный масштаб изменения времени t должен быть не меньше γ^{-1}, т. е. время t должно быть достаточно «медленным». Другими словами, время t в $f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t, \omega)$ описывает кинетику процесса релаксации, а ω — «энергетический спектр» возбужденного состояния.

---

[1] Вывод выражения, эквивалентного (1) для одновременной матрицы плотности, см. в работе [3] (формула (6)).

[2] Спектральная матрица плотности связана с атомной функцией Грина g из [5] соотношением $f_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t, \omega) = g_{mm'}(\mathbf{p}; \omega+\varepsilon_0; \mathbf{r}; t)$ и преобразованием Фурье по $\tilde{\omega}$ с $f_{mm'}(\mathbf{p}, \varkappa, \omega, \tilde{\omega})$, введенной в [6].

[3] Все матрицы плотности возбужденных атомов — двухвременную, спектральную и обычную одновременную — мы обозначаем одним и тем же символом $f_{mm'}$, различая их по аргументам, от которых они зависят.

Спектральная матрица плотности возбужденных атомов удовлетворяет при $\mathbf{H}=0$ следующему кинетическому уравнению:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\mathbf{p}}{M}\nabla\right)f_{mm'}(\mathbf{p},\ \mathbf{r},\ t,\ \omega)=-\gamma\Big[f_{mm'}(\mathbf{p},\ \mathbf{r},\ t,\ \omega)-\int d^3\mathbf{r}'d^3\mathbf{p}'d\omega'\,K_{mm'}^{m_1m_1'}\times$$

$$\times(\mathbf{p},\ \mathbf{p}',\ \mathbf{r}-\mathbf{r}',\ \omega,\ \omega')\,f_{m_1m_1'}(\mathbf{p}',\ \mathbf{r}',\ t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,\ \omega')\Big]+R_{mm'}(\mathbf{p},\ \mathbf{r},\ t,\ \omega). \tag{4}$$

По всем повторяющимся индексам здесь и везде далее подразумевается суммирование.

В (4) функция $R_{mm'}(\mathbf{p},\ \mathbf{r},\ t,\ \omega)$ описывает возбуждение атомов за счет внешнего источника (накачку), ее явный вид зависит от конкретных условий задачи. Ядро

$$K_{mm'}^{m_1m_1'}(\mathbf{p},\ \mathbf{p}',\ \mathbf{r},\ \omega,\ \omega')=\frac{\omega_0^4 J_{mm'}^{m_1m_1'}(\mathbf{n})}{(2j_0+1)|\mathbf{r}|^2}\,\frac{n_0\varphi_0(\mathbf{p})}{(\omega-\omega_0-\varepsilon_{\mathbf{p}})^2+\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}\times$$

$$\times\int dk\,\delta(\omega-k-\varepsilon_{\mathbf{p}-\omega_0\mathbf{n}})\,\delta(\omega'-k-\varepsilon_{\mathbf{p}'-\omega_0\mathbf{n}})\exp\{-\mathscr{T}(k)|\mathbf{r}|\}, \tag{5}$$

$$J_{mm'}^{m_1m'}(\mathbf{n})=(\mathbf{e}_{\mathbf{n}\alpha}\mathbf{d}_{m\mu})(\mathbf{e}_{\mathbf{n}\alpha'}\mathbf{d}_{m'\mu})^*(\mathbf{e}_{\mathbf{n}\alpha}\mathbf{d}_{m_1\mu'})^*(\mathbf{e}_{\mathbf{n}\alpha'}\mathbf{d}_{m_1'\mu'})$$

характеризует угловое распределение рассеянного излучения, $\mathbf{e}_{\mathbf{n}\alpha}$ — единичный вектор поляризации фотона с волновым вектором $\mathbf{k}=k\mathbf{n}$; направление вектора $\mathbf{r}$ в (5) совпадает с направлением единичного вектора $\mathbf{n}$, $\mathbf{d}_{m\mu}$ — матричный элемент оператора дипольного момента резонансного перехода, n_0 — концентрация атомов в основном состоянии, $\varphi_0(\mathbf{p})$ — распределение нормальных атомов по импульсам (обычно максвелловское).

Коэффициент поглощения излучения частоты k

$$\mathscr{T}(k)=\frac{1}{l_D\sqrt{\pi}}\,\mathrm{Im}\,Y\left(\frac{i\frac{\gamma}{2}+k-\omega_0}{\omega_0 u}\right), \tag{6}$$

где $l_D=\dfrac{2j_0+1}{2j_1+1}\,\dfrac{h^3u}{\pi^{3/2}n_0\gamma}$ — длина свободного пробега фотона в центре широкой допплеровской линии [1], u — средняя тепловая скорость атома $(\Delta\omega_D=2\sqrt{\ln 2}\,\omega_0 u)$. Функция Y определяется соотношением

$$\int d^3\mathbf{p}\,\frac{\varphi_0(\mathbf{p})}{i\frac{\gamma}{2}+k-\omega_0+\omega_0\frac{\mathbf{n}\mathbf{p}}{M}}=-\frac{1}{\omega_0 u}\,Y\left(\frac{i\frac{\gamma}{2}+k-\omega_0}{\omega_0 u}\right), \tag{7}$$

и, когда $\varphi_0(\mathbf{p})$ — максвелловское распределение, переходит в плазменную функцию

$$Z\left(\frac{i\frac{\gamma}{2}+k-\omega_0}{\omega_0 u}\right),$$

табулированную в [8]. С точностью до численных множителей уравнение (4) совпадает с уравнением (23) работы [5], если в последнем заменить, используя резонансное приближение, $\mathbf{k}$ на $\omega_0\mathbf{n}$ и включить накачку; оно также согласуется с уравнением (12) работы [6].

При $\Delta\omega_D \gg \gamma$ уравнение (4) после интегрирования по ω можно свести к замкнутому уравнению для обычной матрицы плотности $f_{mm'}(\mathbf{p},\ \mathbf{r},\ t)$, которое в пренебрежении запаздыванием совпадает с уравнением (17) из работы [3].

Уравнение для зеемановской когерентности возбужденных атомов в пространственно-однородном случае

Проинтегрируем уравнение (4) сначала по ω, а затем по $\mathbf{p}$. Тогда, обозначив интегральный член в правой части (4) через $\mathrm{St}\, f$, получим следующее выражение:

$$\int d^3\mathbf{p}\,d\omega\,\mathrm{St}\,f = \frac{2\omega_0^3 n_0 l_D \sqrt{\pi}}{(2j_0+1)\,u} \int d^3\mathbf{p}'\,d^3\mathbf{r}'\,d\omega'\,dk\,J^{m_1 m_1'}_{mm'}(\mathbf{n})\,\delta(\omega' - k - \varepsilon_{\mathbf{p}'-\omega_0\mathbf{n}}) \times$$

$$\times\,\mathscr{T}(k)\,\frac{\exp\{\mathscr{T}(k)\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}\, f_{mm'}(\mathbf{p}',\ \mathbf{r}',\ t - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,\ \omega'). \tag{8}$$

Здесь мы учли, что, согласно (6)—(7),

$$\int \frac{\varphi_0(\mathbf{p})\,d^3\mathbf{p}}{\left(k - \omega_0 + \omega_0\dfrac{\mathbf{n}\mathbf{p}}{M}\right)^2 + \left(\dfrac{\gamma}{2}\right)^2} = \frac{2 l_D \sqrt{\pi}}{\omega_0 u \gamma}\,\mathscr{T}(k).$$

Рассмотрим пространственно-однородный случай, когда накачка $R_{mm'}$ не зависит от $\mathbf{r}$, а среда безгранична (фактически достаточно, чтобы линейные размеры системы L были много больше длины свободного пробега фотона l, тогда граничными явлениями можно пренебречь). При этих условиях и в пренебрежении запаздыванием не будет зависеть от $\mathbf{r}$ спектральная матрица плотности $f_{mm'}(\mathbf{p},\ t,\ \omega)$. Делая в (8) замену переменных $\mathbf{r}-\mathbf{r}' = \rho\mathbf{n}$ и выполняя интегрирования сначала по ρ, а затем с учетом δ-функции по k, получим

$$\int d^3\mathbf{p}\,d\omega\,\mathrm{St}\,f = \frac{2\omega_0^3 n_0 l_D \sqrt{\pi}}{(2j_0+1)\,u} \int d\Omega\,d^3\mathbf{p}'\,J^{m_1 m_1'}_{mm'}(\mathbf{n}) \int\limits_{\varepsilon_{\mathbf{p}'-\omega_0\mathbf{n}}}^{\infty} d\omega'\,f_{m_1 m_1'}(\mathbf{p}',\ t,\ \omega'), \tag{9}$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла вокруг направления $\mathbf{n}$. Поскольку, как уже говорилось выше, $f_{m_1 m_1'}(\mathbf{p}',\ t,\ \omega')$ — острая функция ω' с максимумом около $\omega_0 + \varepsilon_{\mathbf{p}'}$, то интеграл по ω' в (9) даст $f_{m_1 m_1'}(\mathbf{p}',\ t)$. Вводя обозначение

$$f_{mm'}(t) = \int d^3\mathbf{p}'\,f_{mm'}(\mathbf{p}',\ t),$$

получим после несложных преобразований уравнение, описывающее релаксацию зеемановской когерентности возбужденных атомов $f_{mm'}(t)$ при пленении в пространственно-однородном случае

$$\frac{d}{dt} f_{mm'}(t) = -\gamma f_{mm'}(t) + \gamma g^{m_1 m_1'}_{mm'} f_{m_1 m_1'}(t) + R_{mm'}(t). \tag{10}$$

Здесь

$$g^{m_1 m_1'}_{mm'} = \frac{3\omega_0^3}{2\pi\gamma\,|d|^2} \int d\Omega\,J^{m_1 m_1'}_{mm'}(\mathbf{n}),$$

$|d|$ — приведенный матричный элемент оператора дипольного момента атома,

$$R_{mm'}(t) = \int d^3\mathbf{p}\,d\omega\,R_{mm'}(\mathbf{p},\ t,\ \omega).$$

Уравнение (10) совпадает с уравнением (22)—(23) работы [3]. Уместно, однако, напомнить, что здесь оно получено для значительно более общего случая, чем тот, который рассматривался в [3], а именно не делалось никаких предположений ни о соотношении между $\Delta\omega_D$ и γ, ни о зависимости накачки $R_{mm'}$ от $\mathbf{p}$, ни о виде функции распределения возбужденных атомов по импульсам (в [3] эти функции считались максвелловскими).

Уравнение (10) решено в работе [3] с использованием разложения матрицы плотности $f_{mm'}(t)$ по неприводимым тензорным операторам. Мы не будем воспроизводить здесь детали процесса решения, а приведем лишь окончательный результат [3]: распад зеемановской когерентности происходит (при $R_{mm'}=0$) экспоненциально с двумя характерными временами $\gamma_{1\infty}^{-1}$ и $\gamma_{2\infty}^{-1}$;

$$\gamma_{\varkappa\infty} = \gamma(1 - A_\varkappa),$$

$$A_\varkappa = \frac{3}{10}(2j_1 + 1)[6 + (-1)^\varkappa] \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \varkappa \\ j_1 & j_1 & j_0 \end{Bmatrix}^2, \quad \varkappa = 1, 2.$$

Выражение в фигурных скобках — $6j$-символ Вигнера.

Таким образом, времена релаксации зеемановской когерентности возбужденных атомов при полном ($L \gg l$) пленении и однородной накачке зависят только от радиационной ширины γ зеемановского подуровня возбужденного состояния и от полных моментов j_0 и j_1.

Автор благодарен М. П. Чайке за обсуждение результатов работы и И. В. Соколову за обсуждение вопросов, связанных с выводом кинетического уравнения для спектральной матрицы плотности.

Литература

[1] T. Holstein. Phys. Rev., *72*, 1212, 1947; Phys. Rev., *83*, 1159, 1951.
[2] Л. М. Биберман. ДАН СССР, *27*, 920, 1940; ЖЭТФ, *17*, 416, 1947.
[3] М. И. Дьяконов, В. И. Перель. ЖЭТФ, *47*, 1483, 1964.
[4] М. П. Чайка. Интерференция вырожденных атомных состояний. Изд. ЛГУ, Л., 1975.
[5] Б. А. Векленко, Г. Б. Ткачук. Опт. и спектр., *38*, 1132, 1975; В. П. Афанасьев, Б. А. Векленко. Изв. вузов, физика, № 7, 108, 1975.
[6] Ю. А. Вдовин, В. М. Ермаченко. ЖЭТФ, *54*, 148, 1968.
[7] В. И. Перель. Автореф. докт. дисс. ФТИ АН СССР, Л., 1966.
[8] B. D. Fried, S. D. Conte. The Plasma Dispersion Function. Academic Press, N. Y., 1961.

Поступило в Редакцию 22 мая 1980 г.