Тема 22
Переменный ток.
Закон Ома.

Перечень вопросов рассматриваемых на лекции:

1.Явление самоиндукции.

2.Энергия магнитного поля.

3.Полная цепь переменного тока. Закон Ома для цепи переменного тока.

1. Явление самоиндукции.

Если в цепи течет ток, изменяющийся во времени, то он создает магнитное поле, тоже изменяющееся во времени , а значит изменяется и магнитный поток через контур

$$\Phi = LI \qquad (22.1)$$

где – сила тока в некотором контуре; Φ – магнитный поток сквозь этот же контур, – индуктивность контура.

[L] = 1 Гн. (Генри).

Индуктивность определяется геометрией контура (формой и размерами), и не зависит от материала проводника.

ЭДС самоиндукции возникает в контуре, как результат изменения силы тока в этом же контуре.

$$\varepsilon_{c.\text{инд}} = -L\frac{dI}{dt} \qquad (22.2)$$

Согласно правилу Ленца, ЭДС самоиндукции препятствует изменению тока в цепи, обладающей индуктивностью, поэтому в такой цепи изменение тока не может происходить мгновенно.

2. Энергия магнитного поля.

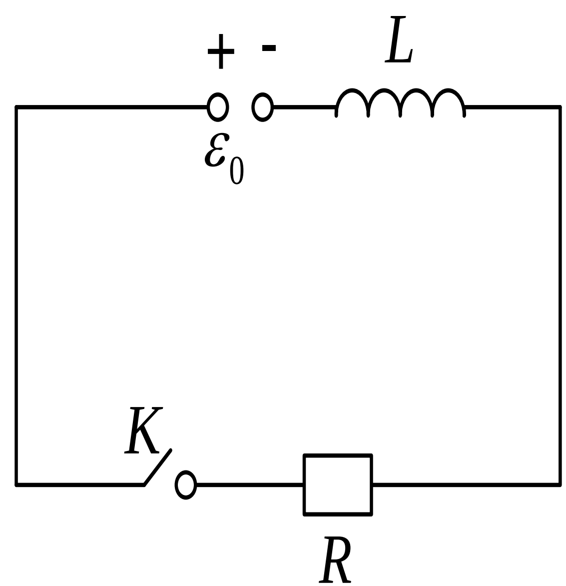

Рисунок 1 –принципиальная схема электрической цепи постоянного тока, содержащей резистор и катушку

При $t = 0$ $I(0) = 0$

По второму закону Кирхгофа:

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_{\text{с.инд}} = IR$$

$$\varepsilon_0 - L\frac{dI}{dt} = IR$$

dA – работа, совершаемая сторонними силами источника при перемещении заряда dq по цепи:

$$dA = \varepsilon_0 dq = \varepsilon_0 Idt$$

Тогда:

$$A = \int \varepsilon_0 dq = \int_0^{t_1} (L\frac{dI}{dt} + IR) \cdot Idt$$

$$A = \int_0^{t_1} L\frac{dI}{dt} Idt + \int_0^{t_1} I^2(t) \cdot R\,dt = \int_0^{t_1} L\,Id\,I + \int_0^{t_1} I^2(t) R\,dt$$

$$A = \frac{LI_1^2}{2} + \int_0^{t_1} I^2(t) R dt$$

Второе слагаемое описывает тепло (количество теплоты), которое выделилось за промежуток времени от 0 до t_1.

По закону сохранения энергии первое слагаемое в правой части характеризует энергию, которая образовалось (также имеет размерность энергии) за счет работы сторонних сил, т. е. энергию магнитного поля тока:

$$W_{\text{м}} = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (22.3)$$

Переменный ток изменяется по закону:

$$I = I_0 \sin wt, \qquad (22.4)$$

Где I_0 – амплитуда тока, w – циклическая частота тока:

$$w = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \qquad (3.18)$$

T – период изменения тока, ν – частота (обычная)

3.Полная цепь переменного тока. Закон Ома для цепи переменного тока.

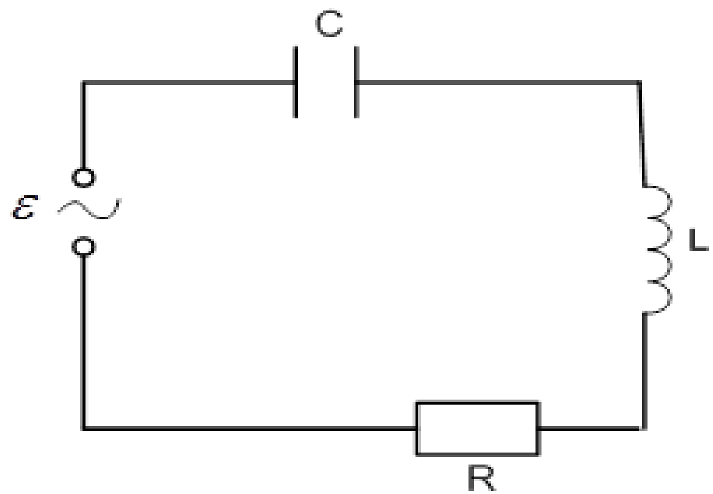

Рисунок 2 – Электрическая цепь переменного тока с сосредоточенными параметрами

$$I = I_0 \sin \omega t \quad (22.5),$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ — циклическая частота переменного тока.

$\dot{I}_0$ – амплитуда тока.

Ток в такой цепи можно представить в виде (22.5).

$$\varepsilon = U = U_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (22.6)$$

где U – полное напряжение в цепи; U_0 - амплитуда полного напряжения в цепи; φ - сдвиг фаз между током и напряжением.

Для удобства решения ДУ силу тока и напряжения можно представить в виде комплексных величин.

$$\dot{I} = I_0 e^{i\omega t}; \qquad (22.7)$$

$$\varepsilon = U = U_0 e^{i(\omega t + \varphi)}, \qquad (22.8)$$

где $i = \sqrt{-1}$.

После решения ДУ у полученного решения необходимо выделить мнимую часть, которая будет описывать реальный ток в цепи:

$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$; так как $U_c = \dfrac{Q}{C}$, то

$$\varepsilon + \varepsilon_{\text{с.инд}} = IR + \frac{Q}{c}$$

Возьмем производную по времени:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = L\frac{d^2 I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dQ}{dt};$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = L\frac{d^2 I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I;$$

(Производная $\dfrac{d}{dt}$ дает множитель $i\omega$).

$$i\omega\varepsilon = (i\omega)^2 LI + Ri\omega I + \frac{1}{C}I;$$

Разделим на $i\omega$:

$$\varepsilon = i\omega L\,I + R\,I - \frac{i}{\omega C} I;$$

$$\varepsilon = I\left(R + i\omega L - \frac{i}{\omega C}\right).$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}; \quad (22.9)$$

(22.9) – закон Ома для цепи переменного тока в комплексной форме.

Полное сопротивление цепи

$$Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right); \quad (22.10)$$

Z – комплексный *импеданс* цепи.

Z зависит от сопротивления R, индуктивности L, емкости C цепи и от частоты тока ω.

Если (3.29) сократить на $e^{i\omega t}$, то получим модули комплексных амплитуд тока и ЭДС. Этот метод называется методом комплексных амплитуд.

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{|Z|}.$$

Учитывая (3.21):

$\left| I \right| = I_0$ - амплитуда тока.

$\left| \varepsilon \right| = U_0$ - амплитуда напряжения.

$$\left| Z \right| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (22.11)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \qquad (22.12)$$

(22.12) - соотношение между амплитудами тока и напряжения в цепи.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{I}R + \dot{I}\left(i\omega L - \frac{i}{\omega C} \right);$$

$U_0 = IR$ (22.13) – напряжение на резисторе в цепи (активное напряжение).

$U_L = i\omega L\dot{I}$ (22.13) – напряжение на катушке в цепи (индуктивное).

$U_C = -\frac{i}{\omega C}\dot{I}$ (22.14) – напряжение на конденсаторе (емкостное).

Напряжение в цепи можно представить в виде векторной диаграммы:

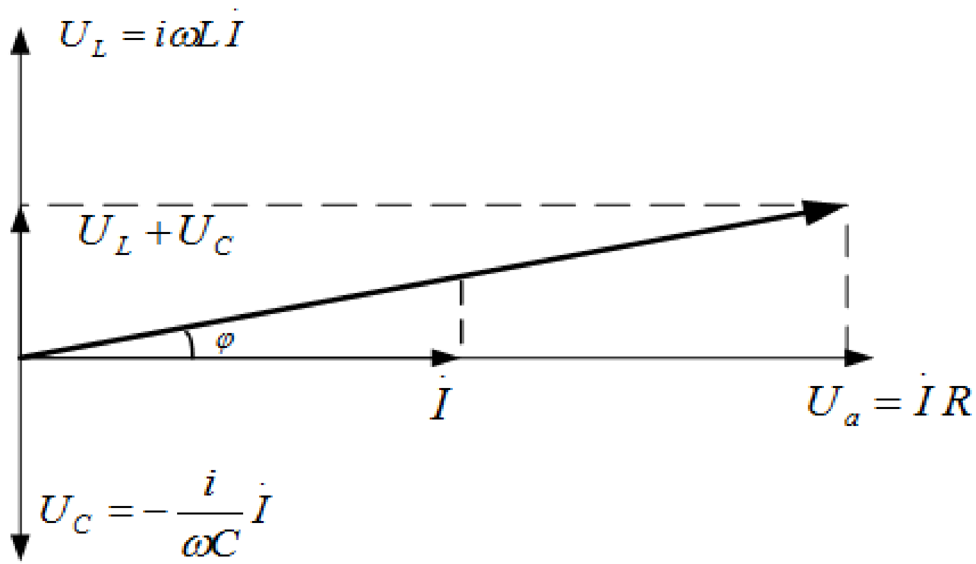

Рисунок 3– Векторная диаграмма напряжений в цепи переменного тока

$U = \varepsilon$ - полное напряжение.

φ - сдвиг фаз между током и напряжением в цепи, может быть как положительным, так и отрицательным.

Из векторной диаграммы следует

$$tg\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Из формул (22.9) и (22.10) можно построить зависимость от частоты амплитуды тока.

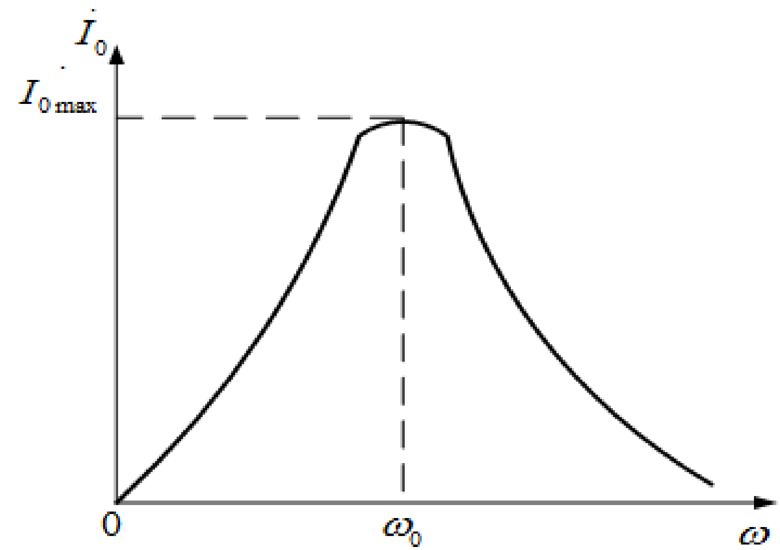

Рисунок 3.6 – Зависимость амплитуды переменного тока от частоты

Очевидно, что ω_0 можно определить из условия резонанса в цепи переменного тока: $\omega_0 L - \dfrac{1}{\omega_0 C} = 0$

Формула Томсона для собственной частоты колебательного контура:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (22.17)$$