

## ТЕОРИЯ МНОГОЛУЧЕВЫХ СЕЛЕКТИВНЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ

Н. П. Козлов, Ю. Г. Козлов и О. А. Масленников

Изучены оптические характеристики многолучевого селективного интерферометра. Показаны широкие возможности таких интерферометров в спектроскопии высокого разрешения.

Селективные интерферометры, и в частности СИСАМы, в силу того, что принцип их действия основан на явлении интерференции, обладают одним важным свойством: имея свою собственную высокую разрешающую способность, они могут быть идеальными предварительными селекторами для интерферометра Фабри—Перо. Это свойство было замечено довольно давно [1] и суть его заключается в том, что геометрические факторы селективного интерферометра (СИ) и эталона Фабри—Перо (ЭФП) могут быть идеально согласованы, в то время как щелевые приборы, используемые в качестве предварительных монохроматоров, не позволяют полностью реализовать высокую светосилу ЭФП.

Недавно была предпринята попытка создать прибор, имеющий одновременно признаки селективного интерферометра и многолучевого спектрального прибора [2], который мы будем называть многолучевым селективным интерферометром (МСИ).

По физической сущности комбинация СИ+ЭФП отличается от МСИ тем, что в первой из них обе части прибора интерференционно развязаны, и поэтому для вывода аппаратной функции и спектральной характеристики прибора мы вправе взять функции пропускания каждого из них и рассматривать произведение этих функций. На самом деле такая операция не совсем корректна: добиться хорошей интерференционной развязки очень трудно и, следовательно, надо учитывать амплитудное взаимодействие СИ и ЭФП. Многолучевые селективные интерферометры же суть единые системы, где происходит только амплитудное взаимодействие элементов.

Поэтому перед нами встала задача получить оптические характеристики МСИ. Как мы увидим в дальнейшем, МСИ в принципе являются фильтрами очень высокого разрешения, поэтому нас в основном будет интересовать спектральная характеристика его, т. е. отклик на сплошной спектр.

Учитывая, что для определенной длины волны МСИ можно заменить эквивалентной схемой ЭФП, в которой одно из зеркал составляет с другим угол  $\alpha$ , зависящий от величины отстройки прибора от положения точной автоколлимации, для расчетов выбрана следующая модель.

Пусть на апертуру размером  $L$ , находящуюся в плоскости  $Ox$  (рис. 1), падает набор бесконечных плоских фронтов. Расстояние между соседними фрон-

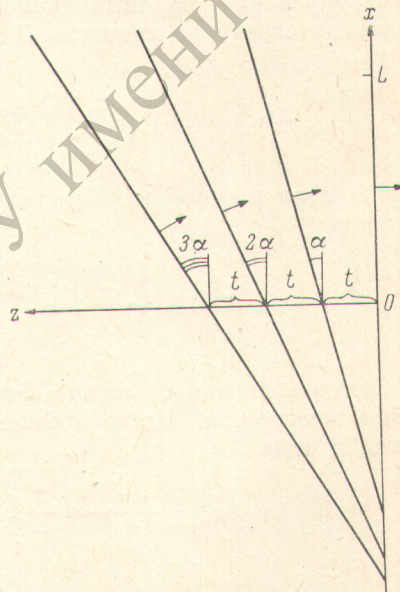


Рис. 1.



тами вдоль оси  $Oz$  равно  $t$ . Угол между направлениями распространения соседних фронтов равен  $\alpha$ . Параметр  $\alpha$  в наших рассуждениях соответствует величине отстройки от положения автоколлимации. Амплитуда каждого последующего фронта уменьшается в  $r$  раз по сравнению с амплитудой предыдущего. Коэффициент  $r$  представляет собой аналог квадрата коэффициента амплитудного отражения зеркал эквивалентного ЭФП.

Амплитуда  $n$ -го фронта в плоскости  $Ox$  может быть представлена в виде

$$A(x) = A_0 \tau r^n e^{i k n \Delta(x)}, \quad (1)$$

где  $x$  — координата вдоль оси  $Ox$ ,  $A_0$  — амплитуда нулевого фронта,  $\tau$  — коэффициент пропускания,  $k$  — модуль волнового вектора  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\Delta(x)$  — удвоенная толщина эквивалентного ЭФП в точке  $x$ . В нашем случае  $\Delta(x)$  в приближении малых углов равна

$$\Delta(x) = \alpha x + t. \quad (2)$$

Распределение суммарной амплитуды светового потока в плоскости  $Ox$  можно представить как

$$S(x) = \sum_{n=0}^N A_0 \tau r^n e^{i k n \Delta(x)}, \quad (3)$$

где  $N$  — количество интерферирующих фронтов.

Пропускание по интенсивности прибора, описываемого данной моделью, равно интегралу по апертуре  $L$  от квадрата модуля суммарной амплитуды

$$I = \int_0^L S(x) S^*(x) dx = A_0^2 \tau^2 \int_0^L \left( \sum_{n=0}^N r^n e^{i k n \Delta(x)} \right) \left( \sum_{m=0}^N r^m e^{-i k m \Delta(x)} \right) dx. \quad (4)$$

Выделяя в формуле (4) ту часть интенсивности, которая не зависит от  $\Delta(x)$ , получим

$$I = A_0^2 \tau^2 \left( \sum_{n=0}^N r^{2n} \right) \int_0^L dx + A_0^2 \tau^2 \int_0^L \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^N r^{n+m} e^{i k (n-m) \Delta(x)} \right) dx. \quad (5)$$

Сумма в первом слагаемом формулы (5) представляет собой сумму геометрической прогрессии. После соответствующих преобразований формула (5) запишется в виде

$$I = I_0 \tau^2 \left[ \frac{1 - r^{2N}}{1 - r^2} + \frac{2}{L} \int_0^L \left( \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=0 \\ m < n}}^N r^{n+m} \cos [k (n-m) \Delta(x)] \right) dx \right], \quad (6)$$

где  $I_0 = A_0^2 L$  — величина падающего светового потока.

Обозначим

$$I_i = I_0 \tau^2 \frac{2}{L} \int_0^L \left( \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=0 \\ m < n}}^N r^{n+m} \cos [k (n-m) \Delta(x)] \right) dx, \quad (7)$$

что соответствует интерференционному члену в формуле (6) в отличие от первого слагаемого, которое представляет собой пропускание неинтерферирующих друг с другом фронтов.

Производя интегрирование в формуле (7), получим выражение для  $I_i$

$$I_i = 2I_0 \tau^2 \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=0 \\ m < n}}^N r^{n+m} \frac{1}{k(n-m)\alpha L} \{ \sin [k(n-m)\Delta(L)] - \sin [k(n-m)\Delta(0)] \}, \quad (8)$$



которое с учетом (2) преобразуется к виду

$$I_{\pm} = 2I_0\tau^2 \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m < n \\ m=0}}^N r^{n+m} \frac{\sin \left[ k(n-m) \frac{\alpha L}{2} \right]}{k(n-m) \frac{\alpha L}{2}} \cos \left[ k(n-m) \left( \frac{\alpha L}{2} + t \right) \right]. \quad (9)$$

Преобразуем двойную сумму в выражении (9) в сумму по одному индексу, просуммировав члены, для которых  $n - m = \text{const}$ . В результате получим

$$I_{\pm} = 2I_0\tau^2 \sum_{n=1}^N \frac{r^n (1 - r^{2N-n})}{1 - r^2} \frac{\sin \left( kn \frac{\alpha L}{2} \right)}{kn \frac{\alpha L}{2}} \cos \left[ kn \left( \frac{\alpha L}{2} + t \right) \right]. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (6), получаем

$$I = I_0 \frac{\tau^2 (1 - r^{2N})}{1 - r^2} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^N \frac{r^n - r^{2N}}{1 - r^{2N}} \frac{\sin \left( kn \frac{\alpha L}{2} \right)}{kn \frac{\alpha L}{2}} \cos \left[ kn \left( \frac{\alpha L}{2} + t \right) \right] \right]. \quad (11)$$

Эта формула является функцией интенсивностного пропускания МСИ для конечного числа фронтов и произвольной длины волны  $\lambda$ .

Полученная формула (11) согласуется с хорошо известной формулой для аппаратной функции двухлучевого СИСАМа [3] (случай  $n=1$  соответствует двум интерферирующим фронтам) и при условии равенства амплитуд этих фронтов ( $r=1$ ).

Формулу (11) легко обобщить на случай бесконечного числа интерферирующих фронтов  $N \rightarrow \infty$ , тогда

$$I = I_0 \frac{\tau^2}{1 - r^2} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin \left( kn \frac{\alpha L}{2} \right)}{kn \frac{\alpha L}{2}} \cos \left[ kn \left( \frac{\alpha L}{2} + t \right) \right] \right\}. \quad (12)$$

Производя суммирование в формуле (12), получим

$$I = I_0 \frac{\tau^2}{1 - r^2} \left\{ 1 + \frac{1}{k \frac{\alpha L}{2}} \text{arc tg} \left[ U(r, \alpha, t, L) \sin \left( k \frac{\alpha L}{2} \right) \right] \right\}, \quad (13)$$

где

$$U(r, \alpha, t, L) = \frac{r \cos \left[ k \left( \frac{\alpha L}{2} + t \right) \right] - r^2 \cos \left( k \frac{\alpha L}{2} \right)}{\left[ 1 - r \cos \left( k \frac{\alpha L}{2} \right) \right]^2 + 2r \cos \left( k \frac{\alpha L}{2} \right) \left( 1 - \cos \left[ k \left( \frac{\alpha L}{2} + t \right) \right] \right) - r^2 \sin^2 \left( k \frac{\alpha L}{2} \right)}. \quad (14)$$

Полученная формула (13) переходит в случае  $\alpha \rightarrow 0$  в формулу пропускания для ЭФП

$$I = \frac{I_0 \tau^2}{(1 - r)^2 + 4r \sin^2 \left( k \frac{t}{2} \right)}. \quad (15)$$

В случае неселективной интерференции ( $\alpha = \text{const}$  для всех длин волн) формула (13) описывает пропускание расстроенного на угол  $\alpha$  ЭФП.

Формула (13) была получена в приближении малых углов  $\alpha$ , т. е. когда разность хода между первым из интерферирующих фронтов и последующими растет линейно в зависимости от номера фронта. Более точные оценки показали, что формула (13) правильно описывает спектральную функцию МСИ для конечного числа интерферирующих фронтов. Очевидно, что искажениями, вносимыми нелинейностью зависимости разности хода от номера фронта, можно пренебречь при условии

$$\frac{\Delta_{\text{лин.}} - \Delta_{\text{нелин.}}}{\lambda} \ll 1, \quad (16)$$



где  $\Delta_{\text{линейн}}$  — разность хода между первым и  $n$ -м фронтом, зависящая от номера фронта линейно,  $\Delta_{\text{нелинейн}}$  — разность хода между первым и  $n$ -м фронтом, зависящая от номера фронта нелинейно.

Максимальное количество фронтов в этом случае (например, для  $\lambda=500$  нм) оценивается как

$$n \ll 10^{-2} \frac{1}{\beta}, \quad (17)$$

где  $\beta$  — угловая ширина дифракционного изображения, даваемого диспергирующим элементом. Для дифракционной решетки (при  $\lambda=500$  нм)  $\beta \sim 10^{-5}$ ,

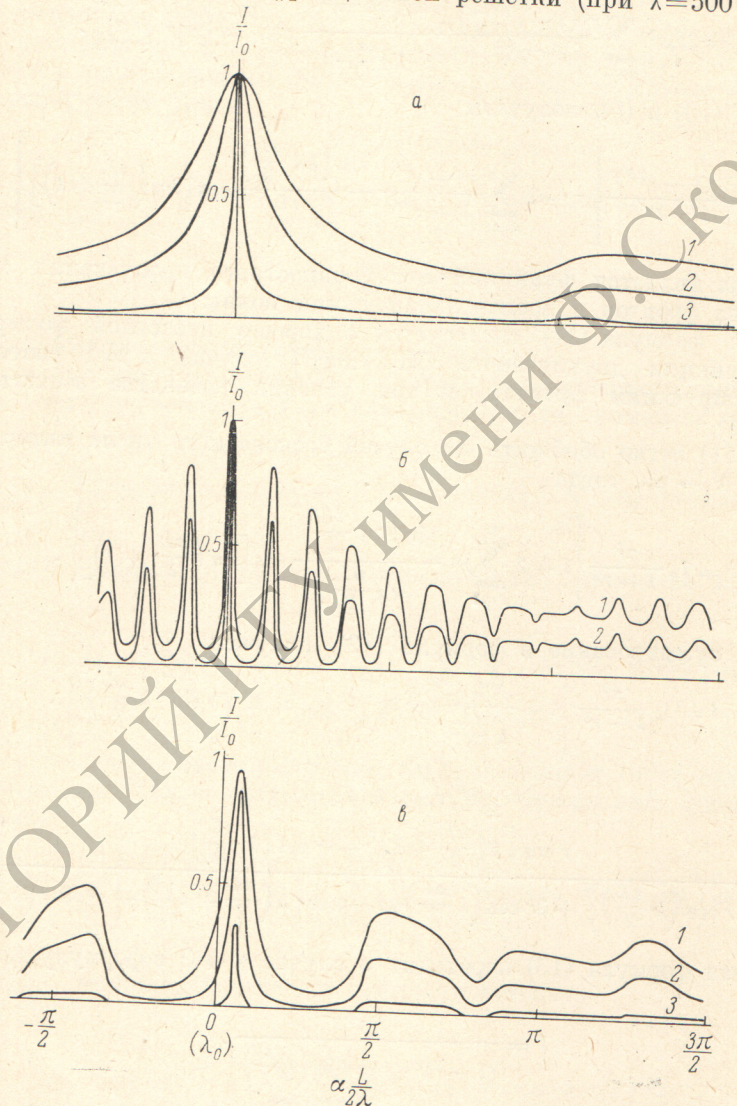


Рис. 2. Спектральная функция МСИ.

$a - t=0$ : 1 —  $r=0.60$ , 2 —  $r=0.78$ , 3 —  $r=0.96$ ;  $б - t/2L=15$ : 1 —  $r=0.60$ , 2 —  $r=0.78$ ;  $в - t/2L=3$  и дробная часть от  $t/\lambda_0$  равна  $\pi/4$ : 1 —  $r=0.60$ , 2 —  $r=0.78$ , 3 —  $r=0.96$ .

следовательно,  $n \ll 10^3$ , откуда ясно видно, что формула (13) описывает спектральную функцию МСИ с точностью, по крайней мере, до второго порядка малости во всех практически интересных схемах МСИ.

Наиболее интересен случай селективной интерференции ( $\alpha = \alpha(\lambda)$ ). Если в качестве диспергирующего элемента использовать дифракционную решетку, то зависимость  $\alpha$  от длины волны  $\lambda$  есть

$$\alpha = D_{\varphi} \Delta\lambda, \quad (18)$$



где  $D\phi$  — угловая дисперсия дифракционной решетки,  $\Delta\lambda$  — отстройка по длине волны от положения автоколлимации. В этом случае формула (13) представляет собой спектральную функцию МСИ. С практической точки зрения интересны схемы МСИ, которых  $t = \text{const}$  для всех длин волн исследуемого спектрального диапазона. На основании формулы (13) были произведены расчеты на ЭВМ спектральных характеристик некоторых МСИ. Результаты этих расчетов представлены на рис. 2.

Напомним, что аппаратная функция системы СИ+ЭФП при наличии модуляции в общем случае есть произведение функций

$$A\Phi = \frac{\sin x}{x} \frac{I_0 \tau^2}{(1-r)^2 + 4r \sin^2\left(k \frac{t}{2}\right)}. \quad (19)$$

В зависимости от соотношения периодов функций, т. е. толщины ЭФП и ширины поля интерференции СИ под огибающей  $\sin x/x$  может находиться разное число максимумов функции Эйри, причем максимумы этих функций расположены произвольно относительно друг друга. Случай  $t/2 < x$  не представляет особого интереса, так как он практически не дает выигрыша в разрешающей способности. Если  $t/2 > x$ , то под огибающей  $\sin x/x$  окажется число Эйри-максимумов, равное  $t/2x$ . При удалении от главного максимума  $\sin x/x$  амплитуда эйри-максимума будет медленно спадать. Это означает, что разрешающая способность, хоть и будет высокой, но интервал свободной дисперсии останется небольшим (как у ЭФП). Наиболее интересен случай, когда частоты функций одинаковы, один из эйри-максимумов совпадает с максимумом  $\sin x/x$  и коэффициент отражения зеркал велик. При этом разрешающая способность равна разрешению ЭФП с большим числом эффективных пучков; наблюдается всего один эйри-максимум, остальные попадают в нули функции  $\sin x/x$ , и, следовательно, интервал свободной дисперсии бесконечен. Следует подчеркнуть, что свет от всех эйри-максимумов проходит через систему, но только главный из них дает модулированный сигнал.

Некоторое сходство с данной ситуацией имеется и в случае МСИ. На рис. 2 представлены полученные на ЭВМ спектральные характеристики МСИ, т. е. зависимость  $I = I(\alpha)$ . В зависимости от соотношения  $t/2$  и  $L$  наблюдается различное число максимумов, уменьшающихся по амплитуде относительно некоторого главного, который возникает при выполнении условия  $t/\lambda_0 = m$ . Будем считать эту настройку идеальной. Количество узких максимумов зависит от соотношения  $2t/L$ . На рис. 2, а  $t/2L=1$ , б —  $t/2L=15$ , в —  $t/2L=3$ . Из рис. 2, а видно, что пропадание всех максимумов, кроме главного, можно наблюдать и в МСИ. Следовательно, область свободной дисперсии может быть бесконечной. Однако отстройка от положения совпадения главных максимумов сразу вызывает появление «духов» вблизи нулей функции, представляющей собой огибающую.

Одно из отличий МСИ от СИ+ЭФП заключается в том, что первый обладает не селективными свойствами, а фильтрующими (в оптическом канале), т. е. он пропускает свет только в небольшом интервале частот — вблизи длины волны  $\lambda_0$ , для которой настройка автоколлимационна. Правда при этом пропускание вдали от  $\lambda_0$  все же будет довольно велико и равно  $(1-r)/(1+r)$ . Следовательно, как и в ЭФП, необходимо стремиться к высоким коэффициентам отражения, однако добиться этого в МСИ много труднее, так как аналогом коэффициента отражения  $r$  может явиться, например, величина блеска дифракционной решетки в направлении автоколлимации.

Как можно увидеть из рисунков, увеличение коэффициента  $r$ , кроме уменьшения фона, ведет еще к одному интересному явлению. В случае наличия нескольких эйри-максимумов под огибающей их амплитуда спадает относительно главного много быстрее, чем по закону  $\sin x/x$ , и тем быстрее, чем больше  $r$ .

Таким образом, увеличение коэффициента отражения приводит к сужению эйри-максимумов, т. е. к повышению разрешающей способности, и к уменьшению фона соседних с  $\lambda_0$  длин волн. Кроме этого, при несогласовании оптических элементов МСИ, т. е.  $t \neq 0$  (что может быть неустрашимым дефектом ка-



кой-либо схемы МСИ), с увеличением  $g$  сильно уменьшаются все максимумы пропускания, кроме главного.

Система СИ+ЭФП лучше всего согласуется при применении аподизации [4], когда аппаратная функция СИ становится  $\sin^2 x/x^2$ . То же самое можно сказать и о МСИ. Аподизация должна еще более уменьшить побочные максимумы, особенно вблизи положения согласования ( $t=0$ ).

Итак, результатом данной работы явилось следующее.

1. Выведена формула аппаратной функции и спектральной характеристики многолучевого селективного интерферометра.

2. Формула (11) дает наиболее общий случай вида аппаратной функции независимо от количества интерферирующих лучей, конструктивных особенностей и т. д.

3. Анализ показал, что возможности МСИ могут быть весьма большими в силу простоты схем, что является обнадеживающим результатом для спектроскопии высокой разрешающей способности.

4. В частности, интервал свободной дисперсии при согласовании элементов может быть бесконечно большим.

5. Отличие от СИСАМов МСИ обладает фильтрующими свойствами, т. е. не требует применения интерференционной модуляции.

6. Увеличение эффективного коэффициента отражения может привести к созданию уникального фильтра с чрезвычайно узкой полосой пропускания, малым фоном и при выполнении условия  $t=0$  отсутствием побочных максимумов.

7. Еще более высокие качества МСИ могут приобрести при использовании аподизации.

#### Литература

[1] G. Graner. Appl. Opt., 4, 1620, 1965.

[2] В. В. Берцев, Ю. Г. Козлов, А. И. Лопатин. Опт. и спектр., 51, 173, 1981.

[3] Ю. Г. Козлов, А. И. Лопатин. Тр. XIII съезда по спектроскопии, Горький, 1977.

[4] Дж. Миберн. Обнаружение и спектроскопия слабых источников света. «Мир», М., 1979.

Поступило в Редакцию 14 июля 1980 г.