Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

В.И. БОГДАНОВИЧ

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ: КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

**Для студентов первого курса специальности
1-31 04 03 «Физическая электроника»**

**Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2015**

Лекция 7

Раздел 2 Электрическая цепь однофазного синусоидального тока
Тема 3 Резонансы в электрических цепях

Последовательный колебательный контур. Резонанс напряжений

Последовательным колебательным контуром называют такую цепь, в которой катушка и конденсатор соединены последовательно относительно входных зажимов (рисунок 24). В такой цепи можно наблюдать резонанс напряжений. При резонансе напряжений индуктивное и емкостное сопротивления взаимно компенсируются и в результате этого реактивные сопротивление и мощность цепи равны нулю.

При резонансе напряжений, возникающем в цепи с последовательным соединением индуктивных и емкостных элементов, ток и напряжение цепи совпадают по фазе. В этом случае угол сдвига фаз между током и напряжением равен нулю $(\varphi = 0)$ и полное сопротивление цепи равно ее активному сопротивлению. Если $\varphi = arctg\,\dfrac{X}{R}$, то угол $\varphi = 0$ при $X = 0$. Следовательно, при резонансе $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$ и $X_C - X_C = 0$ или $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$, откуда угловая частота при резонансе $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ и резонансная частота $f_0 = \dfrac{1}{(2\pi\sqrt{LC})}$.

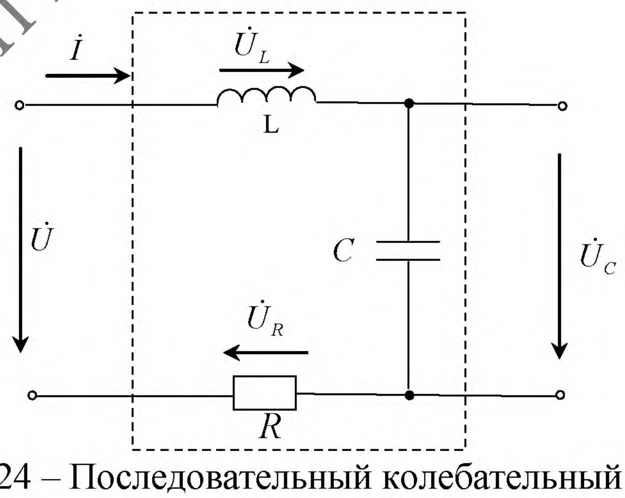

Рисунок 24 – Последовательный колебательный контур

Таким образом, условием возникновения резонанса напряжения в цепи является равенство реактивных сопротивлений $X_L = X_C$, так как в этом случае частота колебательного контура ω_0 равна частоте сети, питающей данную цепь.

Мгновенные значения энергии магнитного и электрического поля соответственно запишутся

$$W_L = \frac{Li^2}{2}; \ W_C = \frac{Cu^2}{2}.$$

Т. е. в электрической цепи происходит непрерывное перераспределение энергии магнитного и электрического полей, суммарное значение которой постоянно. Вся энергия, поступающая от источника в момент резонанса расходуется в сопротивлении R.

Отношение напряжения на индуктивности или емкости к напряжению, приложенному к цепи при резонансе, называют добротностью контура или коэффициентом резонанса.

$$Q_L = \frac{U_L}{U} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R}; Q_C = \frac{U_C}{U} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR};$$

$$Q_L = Q_C = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{\rho}{R},$$

где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ – характеристическое (волновое) сопротивление контура.

Относительной расстройкой частоты по отношению к резонансной частоте контура называют величину: $\delta = \omega - \frac{\omega_0}{\omega_0} = \frac{\omega}{\omega_0} - 1$.

Величину обратную добротности называют коэффициентом затухания контура: $d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho}$.

Полное сопротивление цепи минимально при резонансе напряжений, при этом ток в цепи достигает максимального значения.

Полосу частот вблизи резонанса (рисунок 25), на границах которой ток снижается до $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$ максимального значения I_0 принято называть полосой пропускания резонансного контура $2\Delta f = |f_1 - f_2|$,, где f_1, f_1 – нижняя и верхняя граничная частота.

Величина добротности Q характеризует остроту резонансной кривой (рисунок 26).

Внутреннее сопротивление источника ЭДС R_i влияет на добротность и полосу пропускания колебательного контура. Чем больше R_i, тем ниже добротность и шире полоса пропускания.

В условиях близких к резонансу, напряжения U_L и U_C могут быть большими.

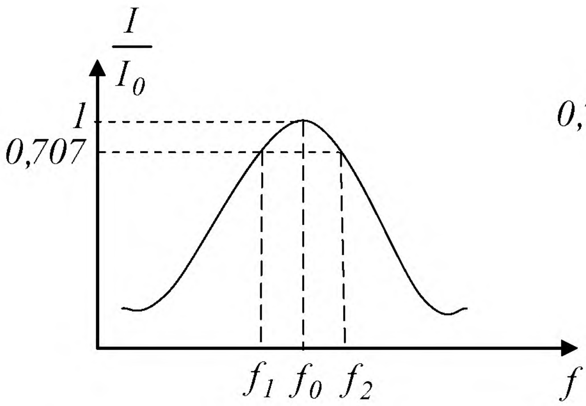

Рисунок 25 – Полоса пропускания резонансного контура

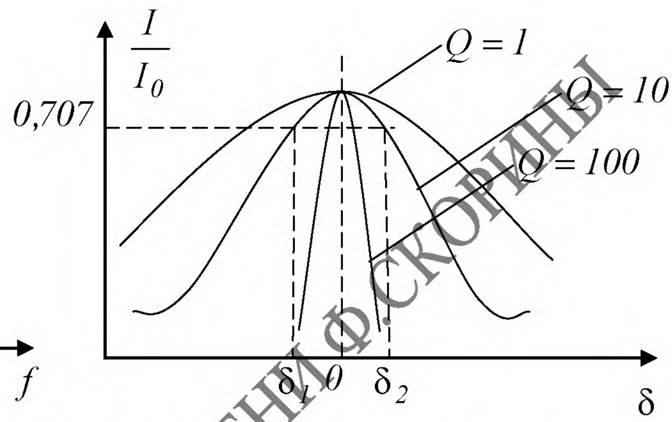

Рисунок 26 – Величина добротности

Векторная диаграмма тока и напряжения при резонансе напряжений представлена на рисунке 27.

Зависимость напряжений на емкости и индуктивности от частоты при резонансе напряжений показана на рисунке 28, где U_0 – напряжение при резонансе.

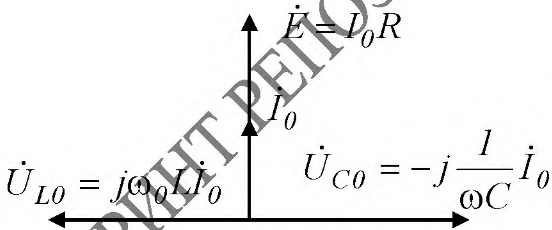

Рисунок 27 – Векторная диаграмма тока и напряжения при резонансе напряжений

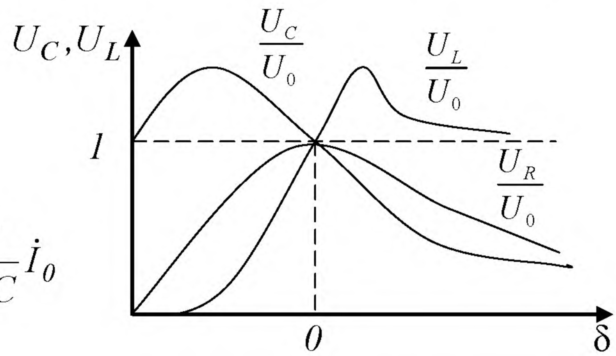

Рисунок 28 – Зависимость напряжений на емкости и индуктивности от частоты

Параллельный колебательный контур. Резонанс токов

Рассмотрим параллельный колебательный контур, простейшим видом которого является параллельное соединение индуктивной катушки и конденсатора (рисунок 29).

Резонансом токов называют такой режим параллельного колебательного контура, при котором ток в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с напряжением $(\varphi = 0)$, а мощность, потребляемая из сети, равна активной мощности контура. Реактивная мощность при резонансе из сети не потребляется.

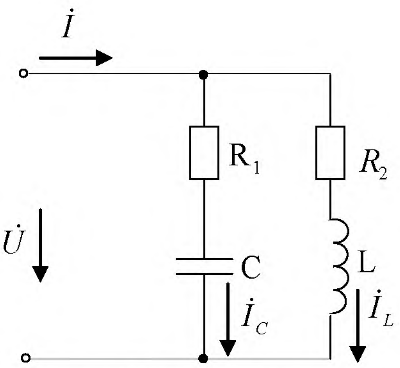

Рисунок 29 – Параллельный колебательный контур

При резонансе токов $b = b_L - b_C = 0$. При резонансе токов возможны ситуации, когда реактивные токи $\dot{I}_L$ и $\dot{I}_C$ намного превышают суммарный ток суммарный ток в цепи, вследствие чего резонанс при параллельном соединении называют резонансом токов. Это возможно при условии $g < b_L$ или $g < b_C$.

Определим резонансную частоту контура:

$$b = b_1 - b_2 = -\frac{1/(C\omega_\rho)}{R_1^2 + (1/\omega_\rho C)^2} + \frac{\omega_\rho L}{R_2^2 + (\omega_\rho L)^2} = 0.$$

После преобразования получаем

$$\frac{R_1^2 + (\omega_\rho L)^2}{L} = \frac{1 + R_2^2(\omega_\rho C)^2}{C},$$

откуда $\omega_\rho = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{L/C - R_2^2}{L/C - R_1^2}} = \omega_0\sqrt{\frac{\rho^2 - R_2^2}{\rho^2 - R_1^2}}$, где $\omega_\rho = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Как видно из выражения для резонансной частоты ω_p, резонанс токов возможен при одновременном выполнении условий $\rho > R_1$, $\rho > R_2$ или $\rho < R_1$ и $\rho < R_2$. Если эти условия не выполняются, то ω_p – линейное число. В случае, когда $R_1 = R_2$ $\omega_p = \omega_0$ при $R_1 = R_2 = \rho$; $\omega_p = 0/0$, т. е. резонанс токов наступает при любой частоте источника. При этом эквивалентное сопротивление контура не зависит от частоты.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(\rho + j\omega L)(\rho - j\dfrac{1}{\omega C})}{(2\rho + j(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}))} = \frac{\rho^2 [2 + j\dfrac{\omega L}{\rho} - \dfrac{1}{\rho\omega C})]}{\rho[2 + j(\dfrac{\omega L}{\rho} - \dfrac{1}{\rho\omega C})]} = \rho,$$

где j – комплексное число.

Следовательно, ток в неразветвленной части цепи не зависит от частоты. Если R_1 и R_2 – сопротивления, учитывающие потери реальных конденсаторов и индуктивной катушки ($R_1 = R_C; R_2 = R_L$), то как правило, $\rho >> R_1$, $\rho >> R_2$ при этом $\omega_p \approx \omega_0$.

В контуре без потерь ($R_1 = R_2 = 0$), $I = bU = 0$, токи I_L и I_C равны по величине и противоположны по фазе. Эквивалентные сопротивления контура с потерями

$$\underline{Z}' = \frac{\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2)} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{R + jX},$$

где $X_1 = -\dfrac{1}{\omega C}; X_2 = \omega L; R = R_1 + R_2; X = X_1 + X_2;$ j – комплексное число.

В идеальном случае, например в радиотехнических устройствах, где применяют контуры с малыми потерями, когда практически $R_1 = R_2 = 0$ (или они очень малы по сравнению с ρ), резонансную частоту можно определить, как и при резонансе в последовательном колебательном контуре, по формуле: $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

Частотные характеристики для резонанса тока изображены на рисунке 30.

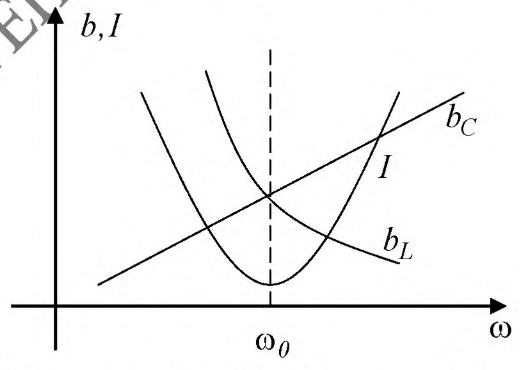

Рисунок 30 – Частотные характеристики для резонанса тока