Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

В.И. БОГДАНОВИЧ

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ: КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Для студентов первого курса специальности
1-31 04 03 «Физическая электроника»

Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2015

Лекция 9

Раздел 3 Трехфазные цепи

Тема 2 Трёхфазные цепи при соединении нагрузки звездой и треугольников

Трёхфазные цепи при соединении нагрузки звездой

Нагрузка симметричная. В этом случае концы фаз приемника соединены в общий узел $0'$, а концы фаз генератора соединены в общий узел 0. Если узлы 0 и $0'$ соединить проводом, называемым нейтральным, с сопротивлением $\underline{Z}_{OO'}$, то получим четырехпроводную цепь (рисунок 5, а). Сопротивления проводов, связывающих источник с нагрузкой, можно учесть в сопротивлениях нагрузки $\underline{Z}_a; \underline{Z}_в; \underline{Z}_c$.

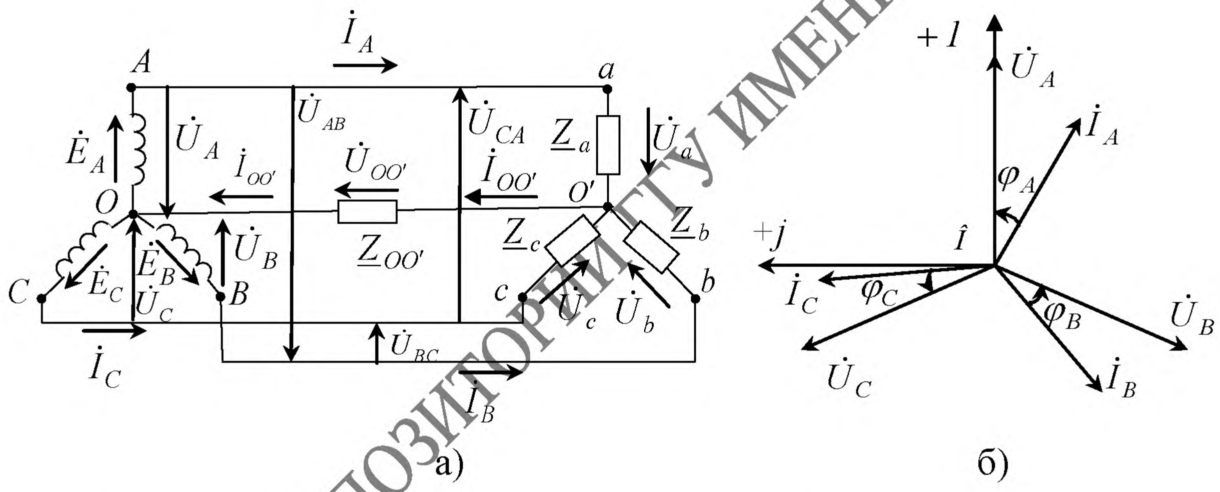

Рисунок 5 – Схема четырехпроводной трехфазной цепи (а) и векторная диаграмма (б) напряжений и токов симметричного приемника, соединенного звездой

Так как при соединении звездой фазы генератора соединены последовательно с фазами нагрузки, линейные токи одновременно являются и фазными токами, как в фазах генератора, так и фазах нагрузки $I_л = I_Ф$.

За условные положительные направления линейных токов $\dot{I}_A; \dot{I}_B; \dot{I}_C$ принимают направления от источника к нагрузке, а за положительное направление тока в нейтральном проводе – от нагрузки к источнику.

Согласно первому правилу Кирхгофа, ток в нейтральном проводе равен

$$\dot{I}_{OO'} = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \ .$$

При симметричной нагрузке напряжения $\dot{U}_a = \dot{U}_в = \dot{U}_c$ и сопротивления $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$, поэтому токи в фазах приемника равны по значению и сдвинуты по фазе на один и тот же угол относительно соответствующих напряжений, т. е. на угол $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$. Векторная диаграмма напряжений и токов для симметричной нагрузки представлена на рисунок 5, б). Из диаграммы видно, что ток в нейтральном проводе равен нулю $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Таким образом, если нагрузка симметричная (равномерная), то необходимость в нейтральном проводе отпадает. Трехфазная цепь без нейтрального провода является трехпроводной цепью.

Рассмотрим четырехпроводную цепь более подробно. Найдем для этой цепи напряжение между нейтральными точками 0 и $0'$ или смещение нейтрали по методу двух узлов

$$\dot{U}_{OO'} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{OO'}}, \tag{4.10}$$

где $\dot{U}_A = U_A; \dot{U}_B = U_A\, e^{-j\,120^\circ}; \dot{U}_C = U_A\, e^{\,j\,120^\circ}; \underline{Y}_a = \dfrac{1}{\underline{Z}_a}; \underline{Y}_b = \dfrac{1}{\underline{Z}_b}; \underline{Y}_c = \dfrac{1}{\underline{Z}_c}$ – комплексные проводимости фаз приемника; $\underline{Y}_{OO'} = \dfrac{1}{\underline{Z}_{OO'}}$ – комплексная проводимость нейтрального провода. Так как при симметричной нагрузке $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c$, то (4.10) можно переписать в виде

$$\dot{U}_{OO'} = \frac{\underline{Y}_a(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}{3\underline{Y}_a + \underline{Y}_{OO'}}. \tag{4.11}$$

Для случая симметричной нагрузки имеем $\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = 0$, а значит $\dot{U}_{OO'} = 0$. Так как ток в нейтральном проводе $\dot{I}_{OO'} = \dfrac{\dot{U}_{OO'}}{\underline{Z}_{OO'}}$, то при симметричной нагрузке $\dot{I}_{OO'} = 0$.

Согласно второму правилу Кирхгофа, для контуров (рисунок 5, а) $OAaO'O;\ OBbO'O;\ OCcO'O$ находим

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{OO'}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{OO'}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{OO'}. \tag{12}$$

Так как, при симметричной нагрузке $\dot{U}_{OO'} = 0$, то из (12) следует, что $\dot{U}_a = \dot{U}_A;\ \dot{U}_b = \dot{U}_B;\ \dot{U}_c = \dot{U}_C$.

Итак, зная фазные напряжения и сопротивления нагрузки, находим токи в каждой фазе приемника

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a};\quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b};\quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c}. \tag{13}$$

Так как при симметричной нагрузке токи в фазах приемника равны, то достаточно определить ток только в одной из фаз трехфазной цепи.

Несимметричная нагрузка. Рассмотрим трехфазную цепь с несимметричным приемником, соединенным звездой, т. е. для которого $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$. В этом случае для анализа применяют четырехпроводные цепи. Так как напряжения на фазах приемника различны, то нарушается соотношение между фазными и линейными напряжениями $U_Л = \sqrt{3}U_Ф$, причем на одних фазах приемника напряжение становится большим, а на других – меньшим чем $\dfrac{U_Л}{\sqrt{3}}$.

Наличие нейтрального провода в цепи с несимметричным приемником позволяет выравнивать напряжение на фазах приемника и поддерживать их постоянными, равными фазным напряжениям источника $\dfrac{U_Л}{\sqrt{3}}$, т. е. нейтральный провод обеспечивает симметрию фазных напряжений приемника. Иначе говоря, при наличии нейтрального провода, когда $\underline{Z}_{OO'} = 0$, даже при несимметричном приемнике фазные напряжения равны друг другу и соблюдается соотношение между фазными и линейными напряжениями $U_Л = \sqrt{3}U_Ф$.

Если сопротивления приемника несимметричны и нейтральный провод имеет конечное сопротивление $\underline{Z}_{OO'}$, то напряжение $\dot{U}_{OO'}$ между нейтральными точками 0 и $0'$ определяется по формуле (10), а напряжения на фазах нагрузки – по формулам (12). Тогда токи в схеме рисунка 5, а) запишутся как:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = (\dot{U}_A - \dot{U}_{OO'})\underline{Y}_a; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = (\dot{U}_B - \dot{U}_{OO'})\underline{Y}_b;$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = (\dot{U}_C - \dot{U}_{OO'})\underline{Y}_c; \quad \dot{I}_{OO'} = \frac{\dot{U}_{OO'}}{\underline{Z}_{OO'}} = \dot{U}_{OO'}\underline{Y}_{O\dot{O}} = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Если напряжения источника $\dot{U}_A;\ \dot{U}_B;\ \dot{U}_C$ образуют симметричную систему, то при отсутствии нейтрального провода и при $\dot{U}_{OO'} \neq 0$ напряжения на фазе нагрузки $\dot{U}_a;\ \dot{U}_b;\ \dot{U}_c$ несимметричны, что видно из векторной диаграммы, приведенной на рисунке 6. Особенностью этой диаграммы является то, что каждой точке электрической цепи $A;\ B;\ C;\ 0;\ 0'$ соответствует определенная точка на диаграмме.

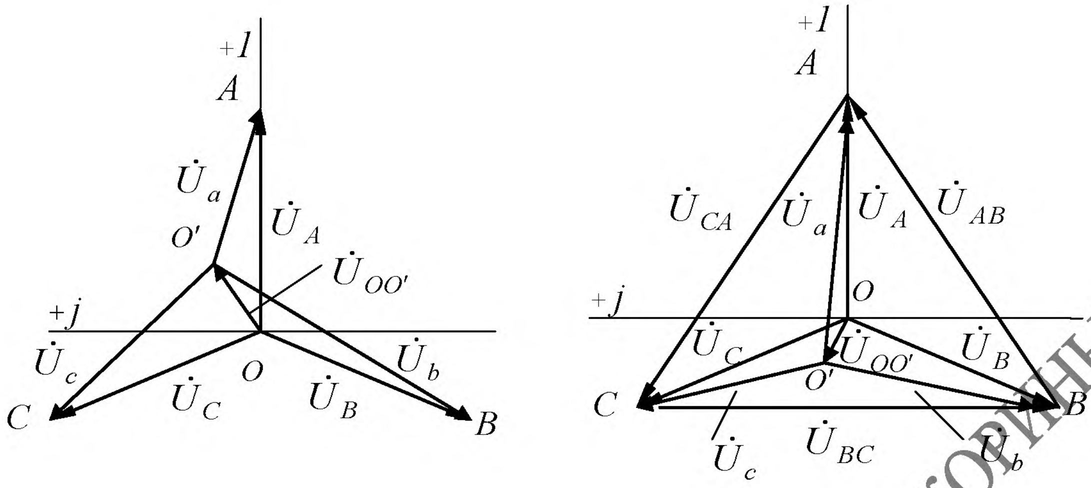

Рисунок 6 – Векторные диаграммы напряжений и токов несимметричного приемника, соединенного звездой

Напряжения на фазах нагрузки тем больше отличаются друг от друга, чем больше напряжение $\dot U_{OO'}$. Из выражения (10) и из рисунка 6 видно, что напряжение между нейтральными точками $\dot U_{OO'}$ будет изменяться при изменении нагрузки в любой фазе, при этом с изменением $\dot U_{OO'}$ будет изменяться напряжение всех фаз приемника.

Чтобы напряжения на фазах приемника были одинаковыми, необходимо чтобы $\dot U_{OO'} = 0$, что может быть получено двумя способами. Во-первых, выравниванием сопротивления в фазах приемника, т. е. чтобы $\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}_\Phi$, а значит, согласно (4.10),

$$\dot U_{OO'} = \frac{\dot U_A \underline{Y}_A + \dot U_B \underline{Y}_B + \dot U_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_{OO'}} = \frac{\underline{Y}_\Phi (\dot U_A + \dot U_B + \dot U_C)}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_{OO'}} = 0,$$

так как $\dot U_A + \dot U_B + \dot U_C = 0$.

Во-вторых, если имеется нейтральный провод с сопротивлением $\underline{Z}_{OO'} = 0$, то напряжение $\dot U_{OO'}$ согласно (10), также принимает нулевое значение независимо от нагрузки фаз. Для этого случая построена векторная диаграмма (рисунок 7).

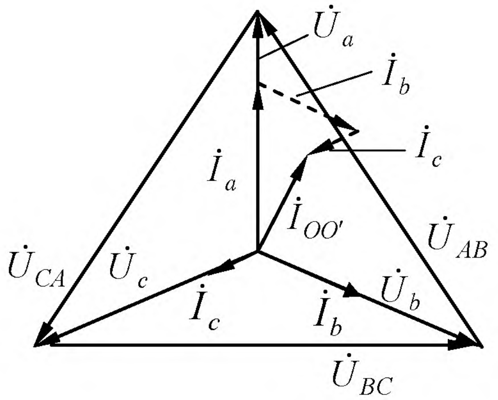

Рисунок 7 – Векторная диаграмма напряжений и токов несимметричного приемника, соединенного звездой при $\underline{Z}_{OO'} = 0$

При обрыве нейтрального провода и несимметричной нагрузке напряжение $\dot{U}_{OO'}$ станет максимальным. В фазах нагрузки могут возникнуть перенапряжения, поэтому в нейтральный провод плавкий предохранитель не ставят.

Трёхфазные цепи при соединении приемников треугольником

Симметричная нагрузка. Рассмотрим трёхфазную цепь при соединении симметричных приемников треугольником (рисунок 8).

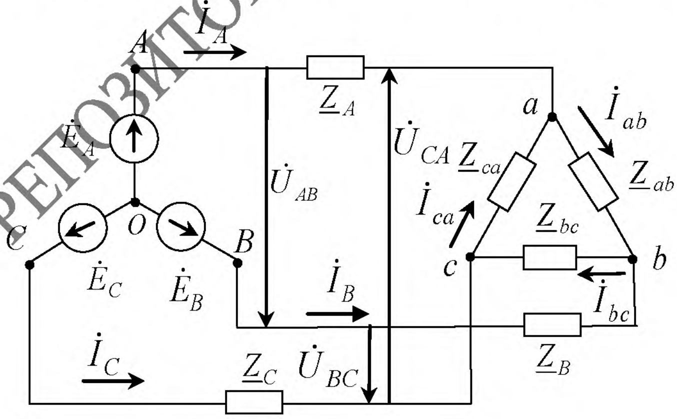

Рисунок 8 – Схема трехпроводной трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником

Если учесть сопротивление линейных проводов, то потенциалы вершин этого треугольника будут отличаться от потенциалов зажимов источника, поэтому зажимы трехфазного приемника обозначены a, b, c. Из схемы рисунка 8 видно, что каждая фаза приемника непосредственно подключена на линейное напряжение, т. е.

$$U_Ф = U_Л. \qquad (14)$$

Однако, при соединении треугольником, в отличие от соединения звездой фазные и линейные токи не равны между собой. У приемников условно принятые положительные направления линейных напряжений совпадают с условными положительными направлениями фазных токов. Применяя первое правило Кирхгофа к узловым точкам a, b, c, определяем линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}, \qquad (15)$$

где $\dot{I}_A; \dot{I}_B; \dot{I}_C$ – линейные токи; $\dot{I}_{ab}; \dot{I}_{ca}; \dot{I}_{bc}$ – фазные токи.

Из (15) следует, что значения линейных токов $\dot{I}_A; \dot{I}_B; \dot{I}_C$ равны геометрической разности векторов соответствующих фазных токов.

Зная сопротивление фаз приемника, можно определить фазные токи по формулам:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}. \qquad (16)$$

Из уравнения (15) следует, что геометрическая сумма векторов линейных токов в трехпроводной цепи равна нулю:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

Так как при симметричной нагрузке комплексы полных сопротивлений фаз $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$ и значения напряжений $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{ca}$ равны, то также равны между собой фазные токи и углы сдвига их фаз по отношению к соответствующим фазным напряжениям:

$$I_{ab} = I_{ca} = I_{bc} = I_ф; \ \varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi.$$

На рисунке 9 изображена векторная диаграмма токов и напряжений при симметричной нагрузке, соединенной треугольником. Из векторной диаграммы видно, что фазные токи сдвинуты относительно друг друга на угол $\frac{2\pi}{3}$ и что линейные токи отстают от соответствующих фазных токов на угол $\frac{\pi}{6}$. Находим соотношение между линейным I_A и фазным I_{ab} токами: $I_A = 2I_{ab} \cos 30° = \sqrt{3} I_{ab}$. Такое же соотношение будет между другими линейными и фазными токами. При симметричной нагрузке линейные токи в $\sqrt{3}$ раз больше фазных токов $I_Л = \sqrt{3} I_Ф$.

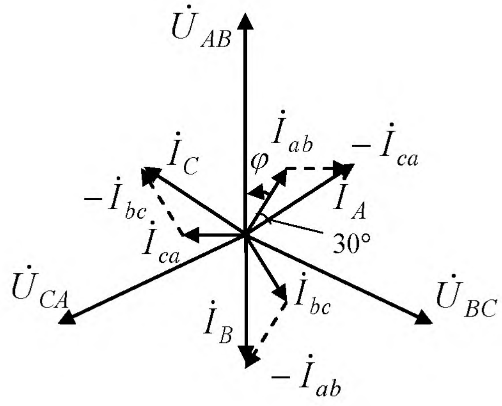

Рисунок 9 – Векторная диаграмма токов и напряжений при симметричной нагрузке, соединенной треугольником

Несимметричная нагрузка. Несимметричной нагрузку в общем случае считают, когда сопротивление фаз $\underline{Z}_{ab} \neq \underline{Z}_{bc} \neq \underline{Z}_{ca}$. Однако нагрузка несимметрична и в том случае, когда сопротивление хотя бы одной из фаз не равно сопротивлениям других фаз. При несимметричной нагрузке фазные токи, углы сдвига фаз между фазными токами и напряжениями, а также линейные токи различные. При этом фазные токи определяют, как и при симметричной нагрузке, по формулам (16), а линейные токи по формулам (15).

Линейные токи можно определить и графическим способом, построив векторную диаграмму напряжений и токов (рисунок 10). Построение векторов линейных токов на диаграмме производится в соответствии с выражениями (15).

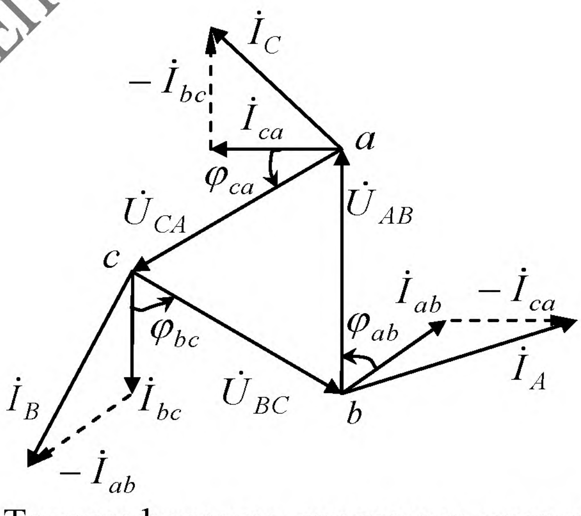

Рисунок 10 – Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов при нагрузке соединенной треугольником

Необходимо отметить, что, согласно (15), геометрическая сумма векторов линейных токов в трехфазной цепи при несимметричной нагрузке, соединенных треугольником, также как и при симметричной нагрузке, равна нулю.

Если пренебречь сопротивлением линейных проводов, то напряжения фаз приемника будут равны напряжениям источника. В этом случае фазы приемника независимы друг от друга, т. е. изменение сопротивления в какой-либо одной фазе приемника вызывает изменение тока этой фазы и токов в двух линейных проводах, соединенных с этой фазой, но никак не отражается на токах других фаз. Если же сопротивления линейных проводов не равны нулю, то из-за падения напряжения в них при соединении треугольником не обеспечивается независимость фаз. Например, изменение сопротивления фазы ab вызовет изменение фазного тока $\dot{I}_{ab}$, а, следовательно, и линейных токов $\dot{I}_A$ *и* $\dot{I}_B$. При этом происходит падение напряжения в линейных проводах A и B, что при неизменных линейных напряжениях на зажимах генератора вызывает изменение напряжений на всех трех фазах приемника, так как потенциалы узлов a и b изменяются, то изменяются также токи $\dot{I}_{bc}$ и $\dot{I}_{ca}$ в тех фазах, сопротивление которых оставалось неизменным. Следует отметить, что при расчетах трехфазных цепей считают, что генераторы имеют симметричную систему напряжений.

Несимметрия нагрузки практически не влияет на систему напряжений фаз генератора в том случае, если мощность нагрузки очень мала по сравнению с мощностью генераторов (или сети электроснабжения), т. е. тогда, когда рассматривается система с источником бесконечно большой мощности.

Мощность трехфазных цепей

Трехфазную цепь можно рассматривать как цепь однофазного синусоидального тока с тремя источниками энергии, поэтому комплекс полной мощности трехфазной цепи можно записать в виде

$$\widetilde{S} = \dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \dot{I}_C^* = P + jQ, \qquad (17)$$

где P – активная мощность трехфазной цепи

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C = P_A + P_B + P_C, \qquad (18)$$

а Q – реактивная мощность трехфазной цепи

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C = Q_A + Q_B + Q_C. \qquad (19)$$

По формулам (18) и (19) можно подсчитать мощность в трехфазной цепи при несимметричной нагрузке, соединенной звездой.

Активная и реактивная мощности при симметричной нагрузке

$P = 3P_Ф = 3I_Ф U_Ф \cos\varphi_Ф ; Q = 3Q_Ф = 3I_Ф U_Ф \sin\varphi_Ф$.

Полная мощность при симметричной нагрузке

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3\sqrt{P_Ф^2 + Q_Ф^2} = 3S_Ф = 3U_Ф I_Ф$.

Обычно в качестве паспортных данных для трехфазных приемников приняты линейные напряжения и токи. Поэтому мощности трехфазных приемников целесообразно выражать через линейные напряжения и токи. Обычно при таком условии индекс «л» у линейного напряжения и тока не указывают.

Так как при соединении симметричной нагрузки треугольником $U_Ф = U_Л = U$ и $I_Ф = \frac{I_л}{\sqrt{3}} = \frac{I}{\sqrt{3}}$, а при соединении симметричной нагрузки звездой $U_Ф = \frac{U_Л}{\sqrt{3}} = \frac{U}{\sqrt{3}}$ и $I_Ф = I_Л = I$, то независимо от схемы соединения фаз приемника произведение $U_Ф I_Л = \frac{UI}{\sqrt{3}}$ оказывается одинаковым. Таким образом, независимо от схемы соединения симметричной нагрузки имеет место следующие выражения для мощностей:

$P = \sqrt{3}\, UI \cos\varphi; \quad Q = \sqrt{3}\, UI \sin\varphi; \quad S = \sqrt{3}\, UI$.

Индекс «ф» у угла сдвига фаз φ между фазным напряжением и током также опускают.