

Для выяснения области применимости сделанных предположений был проведен численный расчет вероятностей электрических квадрупольных переходов для различных значений ν , ν' , L , L' по формулам (2)—(10). Сравнение с данными таблиц [4], полученными методом Бейтса—Дамгаард, показывает, что погрешность ВКБ-МКД-приближения не превышает 7—10% для ν , $\nu' \geq 4$.

Авторы благодарны Б. А. Зону за полезные обсуждения.

Литература

- [1] Б. Н. Смирнов. Усп. физ. наук, 131, 577, 1980.
- [2] В. А. Давыдкин, Б. А. Зон. Опт. и спектр., 51, 25, 1981.
- [3] В. А. Давыдкин, Б. А. Зон. Опт. и спектр., 52, 600, 1982.
- [4] И. И. Соболевман. Введение в теорию атомных спектров. «Наука», М., 1977.
- [5] Г. Н. Ватсон. Теория бесселевых функций. ИЛ, М., 1949.

Поступило в Редакцию 9 октября 1981 г.

УДК 535.36

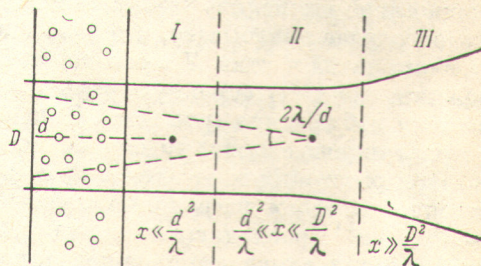
О СТАТИСТИКЕ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ПРИ РАССЕЯНИИ НА СИСТЕМЕ ЧАСТИЦ

А. Г. Боровой и А. В. Ивонин

Световое поле, рассеянное системой большого числа N хаотически расположенных частиц, обычно считается случайным гауссовым полем [1]. Для доказательства этого утверждения ссылаются на центральную предельную ($N \rightarrow \infty$) теорему теории вероятностей для суммы независимых случайных величин. Цель данного сообщения состоит в том, чтобы показать, что такие поля не всегда являются гауссовыми и указать критерии перехода их в гауссово поле. В частности, в определенных случаях переход к гауссовому полю зависит от числа частиц не во всей освещаемой области, а только в некоторой ее части. Отметим, что приведенные результаты находятся в соответствии с результатами по статистике полей, распространяющихся в турбулентных средах или за случайными фазовыми экранами [2] и полей, отраженных от шероховатых поверхностей [3].

Скалярное поле u , рассеянное на системе N частиц, в общем случае можно записать как суперпозицию падающего u_0 поля и полей u_i , рассеянных частицами

$$u = u_0 + \sum_{i=1}^N u_i. \quad (1)$$



При небольших оптических толщах рассеивающей среды $\tau \ll 1$ ($\tau = c\sigma l$, c — концентрация частиц, σ — сечение ослабления одной частицы и l — геометрическая толщина) справедливо приближение однократного рассеяния, где за поле u_i берется поле, рассеянное изолированной i -й частицей. С учетом многократного рассеяния поля u_i представляются соответствующими рядами. Для определенности в дальнейшем будем считать, что коллимированный пучок диаметром D проходит слой рассеивающей среды (рисунок).

Случайное комплексное поле u определяется двумя параметрами. Чаще всего это амплитуда a и фаза φ ($u = ae^{i\varphi}$). В теоретических работах удобнее пользоваться действительной v и мнимой w частью поля: $u = v + iw$ [3]. Еще более удобными оказываются следующие параметры: u и u^* — комплексно-сопряженное поле, которыми мы и будем пользоваться. Действительно, моменты поля $M_{nm}^{uv} = \langle v^n w^m \rangle$ (скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение) в переменных v ,

w и моменты $M_{nm}^{uu^*} = \langle u^n u^{*m} \rangle$ в переменных u, u^* легко выражаются друг через друга. То же относится и к кумулянтам χ_{nm}^{vw} и χ_{nm}^{uv} , являющимися основными величинами при анализе перехода полей к гауссовым [4]. Но кумулянты $\chi_{nm}^{uu^*}$ выражаются через интегралы от экспоненциальных, а не тригонометрических, как χ_{nm}^{vw} , функций и легко вычисляются аналогично интегралам Кирхгофа. Поле u будет гауссовым, если $\chi_{nm}^{vw}, \chi_{nm}^{uv} \rightarrow 0$ при $n+m \geq 3$. Математически условие перехода поля в гауссово можно записать в виде

$$\frac{1}{\chi_{nm}^{uu^*}} \leq 1 \quad \text{где } n+m \geq 3, \quad n'+m'=2. \quad (2)$$

Удобно использовать также следующую терминологию. Поле называется круговым гауссовым, если $\chi_{20}^{vw} = \chi_{02}^{vw}$ и $\chi_{11}^{vw} = 0$ ($\chi_{20}^{vw} = \langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2$, $\chi_{11}^{vw} = \langle vw \rangle - \langle v \rangle \langle w \rangle$). Условие кругового гауссового поля в переменных u, u^* имеет более компактный вид: $\chi_{20}^{uu^*} = 0$. Средняя интенсивность излучения, очевидно, равна $\langle I \rangle = \langle |u|^2 \rangle = M_{11}^{uu^*} = \chi_{11}^{uu^*} + |\chi_{10}^{uu^*}|^2$. Таким образом, кумулянт $\chi_{10}^{uu^*} = \langle u \rangle$ является средним полем, а кумулянт $\chi_{11}^{uu^*}$ — некогерентной частью интенсивности. Флуктуации интенсивности обычно характеризуются индексом мерцаний [2] $\beta^2 = (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2) / \langle I \rangle^2$, который для гауссовых полей в переменных u, u^* будет равен

$$\beta^2 = \frac{2|\chi_{10}|^2 \chi_{11} + \chi_{20} \chi_{01}^2 + \chi_{02} \chi_{10}^2 + |\chi_{02}|^2 + \chi_{11}^2}{(|\chi_{10}|^2 + \chi_{11})^2}. \quad (3)$$

Рассмотрим статистику поля (1), рассеянного на системе некоррелированных в пространстве частиц, так что число частиц в произвольной области с объемом q подчиняется закону Пуассона: $p_N = \exp(-cq)(cq)^N / N!$. Модель пуассоновских частиц практически охватывает наиболее интересные физические ситуации. В приближении однократного рассеяния поле (1) является пуассоновским полем и вычисление кумулянтов $\chi_{nm}^{uu^*}$, а следовательно, и анализ статистики поля легко выполняется. Простые физические соображения показывают, что те же качественные закономерности будут справедливы и при учете многократного рассеяния.

В результате для статистики поля за слоем рассеивающей среды можно выделить 3 зоны. Для частиц с диаметром d при $d \gg \lambda$, где λ — длина волны, требуется выделить зону I — зону ближнего поля частиц $x \ll d^2/\lambda$, где рассеянное поле еще не сформировалось в сферическую волну. Здесь кумулянты $\chi_{nm}^{uu^*}$ можно явно вычислить даже с учетом многократного рассеяния [5]. Условие (2) в этом случае показывает, что поле в зоне I не стремится к гауссовому при увеличении числа частиц N в освещаемой области. Это связано с тем, что в формировании поля (1) основную роль играют частицы, пересекающие прямой луч в точку наблюдения (рисунок). Так как каждая частица существенно изменяет результирующее поле, то оно не может быть гауссовым.

При расстояниях от слоя $x \gg d^2/\lambda$ при $d \gg \lambda$, а для частиц $d \leq \lambda$ непосредственно за слоем рассеянного поля являются сферическими волнами $|u_i| \sim |u_0 f| x^{-1}$, расходящимися под углом λ/d . Здесь вклад от отдельных частиц в результирующее поле невелик с учетом известной оценки для амплитуды рассеяния $|f| \leq d^2/\lambda$. Поэтому результирующее поле может стать гауссовым при увеличении числа частиц. Количественную оценку проведем в приближении однократного рассеяния. В результате получим: $\chi_{nn}^{uu^*} \sim a^{2n} N_1$, $\chi_{nm}^{uu^*} \sim a^{n+m} N_2$, где $n \neq m$, $a = |f|/x$, N_1 — число частиц в области V_1 , образуемой пересечением с освещаемой областью V конуса с вершиной в точке наблюдения и углом λ/d (рисунок), N_2 — число частиц в области V_2 , образуемой пересечением области первой зоны Френеля для точки наблюдения с освещаемой областью V . Эти оценки разделяют пространство за I зоной на 2 зоны в ближней зоне пучка II , где $d^2/\lambda \leq x \leq D^2/\lambda$, имеем $|\chi_{20}| \leq \chi_{11}$, во френгоферовой $x \gg D^2/\lambda$ зоне пучка III имеем $|\chi_{20}| \sim \chi_{11}$. Поле с учетом условия (2) становится гауссовым при большом числе частиц в соответствующей области V_1 или V . В результате поле является круговым гауссовым во II зоне при большом числе частиц $N_1 \gg 1$ в области V_1 . Отметим, что для анизотропно-рассеивающих частиц величина N_1 может быть значительно меньше числа частиц N в освещаемой

мой области. В III зоне поле является некруговым гауссовым при условии $N \gg 1$. В окрестности границ $x \sim d^2/\lambda$, $x \sim D^2/\lambda$, разделяющих зоны, статистика поля, естественно, является переходной и вычисление кумулянт можно провести только численными методами.

Отметим, что индекс мерцаний β^2 в I зоне может принимать с увеличением оптической толщи произвольно большие значения. Во II и III зоне в соответствии с выражением (3) при $N_1, N \gg 1$ индекс мерцаний принимает минимальное значение на оси пучка и по мере удаления точки наблюдения от оси пучка, осциллируя, приближается к единице.

Литература

- [1] Б. Кросиньяни, П. Ди Порто, М. Бертолотти. Статистические свойства рассеянного света. «Наука», М., 1980.
- [2] С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. «Наука», М., 1978.
- [3] Laser Speckle and Related Phenomena. Ed. by J. C. Dainty. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1975.
- [4] А. Н. Малахов. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. «Сов. Радио», М., 1978.
- [5] А. Г. Боровой, В. А. Крутиков. Опт. и спектр., 40, 728, 1976.

Поступило в Редакцию 12 октября 1981 г.

УДК 535.42

ДИФРАКЦИОННАЯ ТЕОРИЯ МЕТОДА РАСФОКУСИРОВАННЫХ ДИАФРАГМ

Г. П. Кособурд и Ф. А. Маркус

При диагностике фазовых объектов методом расфокусированных диафрагм обычно пренебрегают дифракцией на диафрагме [1] и учитывают только рефракцию в исследуемой прозрачной структуре. Как показано в работе [2], рефракция существенна только тогда, когда изменение показателя преломления в пределах неоднородности больше 10%. Во многих практически важных случаях, например, при исследовании низкотемпературной плазмы, эта величина значительно меньше 10%.

Рассмотрим распределение интенсивности в плоскости наблюдения теневого прибора с периодической структурой в качестве расфокусированной диафрагмы с учетом дифракционных явлений на ней и в пренебрежении рефракцией в объекте. Обозначим фазовый набег в исследуемой неоднородности, освещаемой параллельным пучком когерентного света с длиной волны λ , через $\varphi(x)$. Поле после нее можно представить в виде

$$E_0(x) = A \exp\{i\varphi(x)\}, \quad (1)$$

где A — амплитуда зондирующей волны. Обозначим также прозрачность периодической структуры, установленной после линзы (рисунок), формирующей изображение исследуемой неоднородности, через $\tau(x)$. Функцию $\tau(x)$ представим с помощью ряда Фурье

$$\tau(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tau_m \exp\{imKx\}, \quad (2)$$

где $K=2\pi/\Lambda$, Λ — период решетки. Поле в плоскости наблюдения описывается выражением

$$E(x) = \iiint dx_1 dx_2 dx_3 E_0(x_1) H_a(x_2 - x_1) H_{F-\Delta}(x_3 - x_2) H_{b-F+\Delta}(x - x_3) \exp\left\{\frac{-ikx^2}{2F}\right\}, \quad (3)$$