

УДК 535.42 : 534-8 : 548.0

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ В ГИРОТРОПНЫХ ПОГЛОЩАЮЩИХ КРИСТАЛЛАХ

В. Н. Белый и В. В. Шепелевич

Рассмотрена дифракция света на ультразвуке в гиротропных поглощающих кристаллах. Получены выражения для азимута и эллиптичности дифрагированного света. Показано, что поляризационные характеристики дифрагированной волны существенно зависят от параметров кругового дихроизма и пьезопоглощения.

Исследованию влияния гиротропии на характеристики дифрагированного на ультразвуке света посвящен ряд работ [1-4]. Особенности акустооптических взаимодействий в этих работах рассмотрены в пренебрежении влиянием поглощения. Однако многие оптически активные кристаллы с хорошими акустооптическими свойствами могут обладать значительным круговым дихроизмом (например, сульфат никеля, селенат никеля, бензил, сульфат калия-лития с примесью хрома [5-9]). Более того, в ряде случаев может иметь место поглощение, связанное с упругими свойствами среды, так называемое «пьезопоглощение» [10, 11]. Эти факторы следует принимать во внимание при исследовании упругих свойств различных материалов оптическими методами в широком диапазоне длин волн, включая полосы поглощения, а также при расчетах приборов и устройств, использующих акустооптические взаимодействия.

Настоящее сообщение посвящено изучению влияния кругового дихроизма и пьезопоглощения на поляризационные характеристики дифрагированных световых волн.

Пусть в направлении оси Z , совпадающей с оптической осью одноосного, либо кристаллографической осью кубического кристалла (см. рисунок) распространяется плоская световая волна, напряженность электрического поля которой задана в виде

$$E_0 = [A_{0+}e_+ \exp(ik_{0+}z) + A_{0-}e_- \exp(ik_{0-}z)] \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

где $e_{\pm} = (e_1 \pm ie_2)/\sqrt{2}$ — единичные векторы круговой поляризации, e_1, e_2, e_3 — орты прямоугольной системы координат, $A_{0\pm}$ и $k_{0\pm} = k(n_{\pm}\gamma)$ — комплексные амплитуды и волновые числа правой и левой циркулярных составляющих электромагнитной волны, причем $k = \omega/c$, n — комплексный показатель преломления без учета гиротропии; $\gamma = \gamma' + i\gamma''$ — комплексный скалярный параметр гирации [12], действительная часть γ' которого описывает вращение плоскости поляризации, а мнимая γ'' — круговой дихроизм.

Предположим также, что в направлении оси X ортогонально световому пучку распространяется плоская ультразвуковая волна

$$u = u_0 \exp[i(Kx - \Omega t)], \quad (2)$$

где $K = \Omega/v$, Ω — частота и v — фазовая скорость ультразвука. Считается, что упругая волна (2) занимает пространство между плоскостями $z=0$ и $z=l$, где l — толщина кристалла. Она создает периодическое в пространстве и времени изме-

нение тензора диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon_{ik}$, которое связано с упругими деформациями $u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$ и фотоупругими постоянными P_{ijkl} , следующим известным соотношением:

$$\Delta\varepsilon_{ik} = -\varepsilon_{ij}^0 \varepsilon_{jkl}^0 P_{lmn} u_{mn}$$

где ε_{ik}^0 — невозмущенный диэлектрический тензор. В дальнейшем изложении тензор $P_{iklm} = P'_{iklm} + iP''_{iklm}$ считается комплексным, причем его мнимая часть описывает дополнительный сдвиг фаз между циркулярными рассеянными волнами, что приводит к дополнительному изменению интенсивности, или так называемому «пъезопоглощению» [10, 11].

В области пересечения ультразвукового столба световым пучком возникает индуцированная электрическая поляризация среды вида

$$P_i = P_i^+ + P_i^- = \frac{1}{8\pi} (\Delta\varepsilon_{ik} E_{k0} + \Delta\varepsilon_{ik}^* E_{k0}). \quad (3)$$

Для расчета напряженности дифрагированных полей будем исходить из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4)$$

и материальных уравнений [13, 14] для гиротропного поглощающего диэлектрика

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E} - \frac{\alpha}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{P}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{B} - \frac{\alpha}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

причем ε и α — комплексные скаляры. Для монохроматических волн связь α с параметром гирации γ имеет вид $\gamma = k\alpha$.

Подставляя (3) в выражение (5) и исключая из системы уравнений (4), (5) векторы \mathbf{D} , \mathbf{B} и \mathbf{H} , получим следующие уравнения для напряженности поля \mathbf{E}_i^\pm дифрагированных в ± 1 порядки световых волн:

$$\nabla^2 E_i^\pm - 2\alpha \text{rot} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_i^\pm - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_i^\pm = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_i^\pm. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) для волны E_1^+ , дифрагированной в $+1$ порядок (для простоты записи знак $+$ вверху опускаем), удобно искать в виде суммы двух циркулярно поляризованных волн с противоположными направлениями обращения

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = [E_{1+}(\mathbf{r}) \mathbf{e}_+ + E_{1-}(\mathbf{r}) \mathbf{e}_-] \exp[-i(\omega + \Omega)t]. \quad (7)$$

Выбор представления (7) оправдан рассмотрением дифракции в режиме Рамана—Ната, когда углы дифракции являются настолько малыми, что возникающее при отклонении от оптической оси линейное двупреломление и линейный дихроизм значительно меньше циркулярных.

Подставляя (7) в (6) и используя свойства круговых векторов $\mathbf{e}_+ \mathbf{e}_+^* = \mathbf{e}_- \mathbf{e}_-^* = 1$, $\mathbf{e}_+ \mathbf{e}_-^* = 0$, $[\mathbf{e}_+ \mathbf{e}_-] = -i\mathbf{e}_3$, получим

$$\nabla^2 E_{1\pm} + k_1^2 E_{1\pm} \pm 2i\alpha \frac{\omega_+^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial z} E_{1\pm} = -\frac{4\pi}{c^2} \omega_+^2 (\mathbf{e}_\pm^* \mathbf{P}^+), \quad (8)$$

где $\omega_+ = \omega + \Omega$, $k_1 = \frac{\omega + \Omega}{c} \sqrt{\varepsilon}$.

Будем искать решения (8) в виде

$$E_{1\pm}(\mathbf{r}) = A_{1\pm}(z) \exp(ik_{1\pm}z + iKx), \quad (9)$$

где $A_{1\pm}(z)$ — медленно изменяющиеся амплитуды, удовлетворяющие следующей системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 2ik_{1+} \frac{dA_{1+}}{dz} &= -\frac{4\pi}{c^2} \omega_+^2 (\mathbf{e}_+^* \mathbf{P}^+) \exp(-ik_{1+}z), \\ 2ik_{1-} \frac{dA_{1-}}{dz} &= -\frac{4\pi}{c^2} \omega_+^2 (\mathbf{e}_-^* \mathbf{P}^+) \exp(-ik_{1-}z), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

а $k_{1\pm} \approx \frac{\omega \pm \Omega}{c} (n \pm \gamma)$ — проекция на ось z волновых векторов $\mathbf{k}_{1\pm}$ циркулярно поляризованных дифрагированных волн, причем параметры n и γ взяты на частоте $\omega + \Omega$. Уравнения (10) описывают зависимость комплексных амплитуд $A_{1\pm}(z)$ поляризованных по кругу световых волн, дифрагированных в ± 1 порядок, от толщины кристалла.

Подставляя в (10) явное выражение (3) для вектора поляризации \mathbf{P}^+ , получим

$$\left. \begin{aligned} 2ik_{1+} \frac{dA_{1+}}{dz} &= \frac{\omega_{\pm}^2}{2c^2} \{F_+ A_{0+} \exp[i(k_{0+} - k_{1+})z] + D_+ A_{0-} \exp[i(k_{0-} - k_{1+})z]\}, \\ 2ik_{1-} \frac{dA_{1-}}{dz} &= \frac{\omega_{\pm}^2}{2c^2} \{F_- A_{0+} \exp[i(k_{0+} - k_{1-})z] + D_- A_{0-} \exp[i(k_{0-} - k_{1-})z]\}, \end{aligned} \right\} (11)$$

где введены обозначения

$$\left. \begin{aligned} F_{\pm} &= (\mathbf{e}_{\pm}^*)_{i\epsilon} \epsilon_{ik}^0 \epsilon_{lj}^0 P_{klmn} u_{mn} (\mathbf{e}_{\pm})_j, \\ D_{\pm} &= (\mathbf{e}_{\pm}^*)_{i\epsilon} \epsilon_{ik}^0 \epsilon_{lj}^0 P_{klmn} u_{mn} (\mathbf{e}_{\pm})_j. \end{aligned} \right\} (12)$$

Будем считать, что падающая волна (I) является линейно поляризованной, причем ее плоскость поляризации на входе в кристалл составляет с осью X угол φ . Тогда в (II) следует положить $A_{0+} = A_0 e^{-i\varphi}$ и $A_{0-} = A_0 e^{i\varphi}$. Ограничимся далее рассмотрением дифракции на чистых модах упругих волн.

1. Для чисто сдвиговых упругих волн со смещением по оси Y из (12) получим

$$F_+ = F_- = 0, \quad D_+ = -2i\epsilon^2 p_{44} u_{12}, \quad D_- = 2i\epsilon^2 p_{44} u_{12}.$$

Из равенства нулю величин F_{\pm} в соответствии с (11) следует, что левополяризованная волна преобразуется в процессе дифракции в волну с правой поляризацией и наоборот. При этом дифрагированный свет, как нетрудно получить из (9) и (11), остается линейно поляризованным и его плоскость поляризации повернута относительно оси X на угол $\psi = \pi/2 - \varphi$, т. е. дифракция света на чисто сдвиговой волне происходит так же, как в недишроичных непоглощающих средах.

2. В чисто продольной упругой волне присутствует деформация u_{11} и действующими величинами фотоупругих постоянных будут p_{11} и p_{12} . В этом случае уравнения (11) сводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} 2ik_{1+} \frac{dA_{1+}}{dz} &= \frac{\omega_{\pm}^2 \epsilon^2 u_{11} A_0}{4c^2} [h_1 e^{-i\varphi} e^{i(k_{0+} - k_{1+})z} + h_2 e^{i\varphi} e^{i(k_{0-} - k_{1+})z}], \\ 2ik_{1-} \frac{dA_{1-}}{dz} &= \frac{\omega_{\pm}^2 \epsilon^2 u_{11} A_0}{4c^2} [h_1 e^{i\varphi} e^{i(k_{0+} - k_{1-})z} + h_2 e^{-i\varphi} e^{i(k_{0+} - k_{1-})z}], \end{aligned} \right\} (13)$$

где $h_1 = h'_1 + ih''_1$, $h_2 = h'_2 + ih''_2$, причем

$$h'_1 = p'_{12} + p'_{11}, \quad h''_1 = p''_{12} + p''_{11}, \quad h'_2 = p'_{12} - p'_{11}, \quad h''_2 = p''_{12} - p''_{11}.$$

Проинтегрируем уравнения (13) и подставим полученные решения в (9). При этом учтем очевидные соотношения

$$k_{0\mp} + k_{1\pm} = 2kn, \quad k_{0\pm} + k_{1\pm} = 2(kn \pm \rho \pm ik\gamma''), \quad k_{0\pm} - k_{1\pm} = 0, \quad k_{0\pm} - k_{1\mp} = \pm 2(\rho + ik\gamma''),$$

где введено общепринятое обозначение ρ ($\rho = k\gamma'$) для удельного вращения плоскости поляризации.

В результате выражения для комплексных амплитуд циркулярно поляризованных дифрагированных волн на выходе из кристалла толщиной l принимают вид

$$\left. \begin{aligned} E_{1+}(l) &= r l A_0 e^{iknl} [h_1 e^{-k\gamma'' l} e^{i(\rho l - \varphi)} + h_2 \operatorname{sinc}(\rho l + ik\gamma'' l) e^{i\varphi}], \\ E_{1-}(l) &= r l A_0 e^{iknl} [h_1 e^{k\gamma'' l} e^{i(\rho l - \varphi)} + h_2 \operatorname{sinc}(\rho l + ik\gamma'' l) e^{-i\varphi}], \end{aligned} \right\} (14)$$

где $r = \omega n^3 K u_0 / 8c$, $\operatorname{sinc} w = \sin w / w$ — интерференционный множитель, $w = \rho l + ik\gamma'' l$ — фазовая расстройка между рассеянными дифрагированными волнами и волнами нелинейной поляризации. Так как для большинства гиротропных

кристаллов фазовая расстройка, обусловленная вращением плоскости поляризации и дихроизмом мала, то в дальнейших расчетах можно считать $\sin w/w \sim 1$. Для вычисления поляризационных характеристик дифрагированного света будем использовать отношение комплексных амплитуд x [15]

$$x = \frac{E_y}{E_x} = i \frac{E_{1+} - E_{1-}}{E_{1+} + E_{1-}}. \quad (15)$$

Тогда угол ψ , образованный большой осью эллипса поляризации дифрагированного света с осью X , определяется равенством

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\psi = \frac{x + x^*}{1 - |x|^2} = - \{ |h_1|^2 \sin 2(\rho l - \varphi) + |h_2|^2 \sin 2\varphi + 2P_1 \operatorname{ch}(k\gamma''l) \sin \rho l - \\ - 2P_2 \operatorname{sh}(k\gamma''l) \cos \rho l / |h_1|^2 \cos 2(\rho l - \varphi) + |h_2|^2 \cos 2\varphi + 2P_1 \operatorname{ch}(k\gamma''l) \cos \rho l + \\ + 2P_2 \operatorname{sh}(k\gamma''l) \sin \rho l \}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$P_1 = h_1' h_2' + h_1'' h_2'', \quad P_2 = h_1'' h_2' - h_2'' h_1'. \quad (17)$$

Эллиптичность дифрагированного света b/a (отношение малой и большой осей эллипса поляризации) вычисляется по формуле

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{1 + |x|^2 - \sqrt{(1 + |x|^2)^2 + (x - x^*)^2}}{1 + |x|^2 + \sqrt{(1 + |x|^2)^2 + (x - x^*)^2}} = \frac{A - \sqrt{B}}{A + \sqrt{B}}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} A = |h_1|^2 \operatorname{ch}(2k\gamma''l) + |h_2|^2 + 2P_1 \cos(\rho l - \varphi) \operatorname{ch}(k\gamma''l) + 2P_2 \sin(\rho l - \varphi) \operatorname{sh}(k\gamma''l), \\ B = |h_1|^4 + |h_2|^4 + 4[P_1^2 \cos^2(\rho l - \varphi) - P_2^2 \sin^2(\rho l - \varphi)] + 4(|h_1|^2 + |h_2|^2) \times \\ \times P_1 \cos(\rho l - \varphi) \operatorname{ch}(k\gamma''l) + 4(|h_2|^2 - |h_1|^2) P_2 \sin(\rho l - \varphi) \operatorname{sh}(k\gamma''l) + \\ + 2|h_1|^2 |h_2|^2 \operatorname{ch}(2\gamma''l). \end{aligned} \quad (19)$$

В выражениях (16), (19) для азимута и эллиптичности отсутствует комплексный показатель преломления n , т. е. величины n' и n'' не влияют на поляризацию дифрагированного света, а сказываются только на его интенсивности.

Для кристаллов с малой величиной циркулярного дихроизма $\left| \frac{x - x^*}{1 + |x|^2} \right| \ll 1$ и выражение (19) для эллиптичности значительно упрощается

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \left| \frac{x - x^*}{1 + |x|^2} \right| = \\ = \frac{1}{2} \left| \frac{|h_1|^2 \operatorname{sh}(2k\gamma''l) + 2P_1 \cos(\rho l - 2\varphi) \operatorname{sh}(k\gamma''l) + 2P_2 \sin(\rho l - 2\varphi) \operatorname{ch}(k\gamma''l)}{|h_1|^2 \operatorname{ch}(2k\gamma''l) + |h_2|^2 + 2P_1 \cos(\rho l - 2\varphi) \operatorname{ch}(k\gamma''l) + 2P_2 \sin(\rho l - 2\varphi) \operatorname{sh}(k\gamma''l)} \right|. \end{aligned} \quad (20)$$

Из экспериментальных измерений азимута и эллиптичности при заданных ρ , γ'' с использованием соотношений (16)–(19) можно получить два уравнения для определения действительных фотоупругих постоянных p_{11} и p_{12} при одном фиксированном значении φ , либо четыре уравнения для определения комплексных $p'_{11} + ip''_{11}$, $p'_{12} + ip''_{12}$ при двух фиксированных значениях φ .

Так как полученные выражения достаточно громоздки, представляет интерес рассмотреть некоторые частные случаи при отсутствии пьезопоглощения.

1. Пусть кристалл обладает циркулярным дихроизмом ($\gamma'' \neq 0$), но не вращает плоскость поляризации света ($\rho = 0$). Такой случай, например, имеет место для кристалла сульфата никеля на длине волны $\lambda \approx 0.39$ мкм [5, 9]. Тогда

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\psi = \frac{(h_1^2 - h_2^2) \sin 2\varphi}{(h_1^2 + h_2^2) \cos 2\varphi + 2h_1 h_2 \operatorname{ch}(k\gamma''l)}, \\ \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \left| \frac{h_1^2 \operatorname{sh}(2k\gamma''l) + 2h_1 h_2 \cos 2\varphi \operatorname{sh}(k\gamma''l)}{h_1^2 \operatorname{ch}(2k\gamma''l) + h_2^2 + 2h_1 h_2 \cos 2\varphi \operatorname{ch}(k\gamma''l)} \right|. \end{aligned} \quad (21)$$

Из полученных выражений (21) следует, что наличие циркулярного дихроизма вызывает дополнительное изменение азимута ψ . Эллиптичность дифра-

гированного света целиком определяется параметром γ'' , величиной фотоупругих параметров h_1 , h_2 и толщиной кристалла l .

2. Кристалл вращает плоскость поляризации ($\rho \neq 0$), а круговым дихроизмом можно пренебречь (например, в области $\lambda > 0.45$ мкм для кристалла бензила [8]; при $\lambda \approx 0.32$ мкм для сульфата калия—лития с примесью хрома [7]).

В этом случае

$$\operatorname{tg} 2\psi = - \frac{h_1^2 \sin 2(\rho l - \varphi) + h_2^2 \sin 2\varphi + 2h_1 h_2 \sin \rho l}{h_1^2 \cos 2(\rho l - \varphi) + h_2^2 \cos 2\varphi + 2h_1 h_2 \cos \rho l}, \quad (22)$$

а эллиптичность равна нулю, что соответствует результатам, полученным ранее в работе [1].

3. При отсутствии вращения плоскости поляризации и циркулярного дихроизма ($\rho = 0$, $\gamma'' = 0$) выражение для азимута

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \operatorname{tg} \varphi$$

совпадает с общеизвестным [16, 17].

Полученные выше формулы могут быть использованы при изучении дифракции света на ультразвуке в поглощающих кристаллах, помещенных во внешнее магнитное поле. Для этого достаточно в выражениях для азимута и эллиптичности положить скалярный параметр гирации γ равным VH , где $V = V' + iV''$ — комплексная постоянная Верде; H — величина напряженности внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси Z . Подобные исследования уже проводились недавно для прозрачных стекол [18] при наличии эффекта Фарадея.

Применение полученных результатов к конкретным материалам и возможности определения их фотоупругих параметров при наличии поглощения будут обсуждены в отдельной работе.

Литература

- [1] С. В. Богданов, Д. В. Петров, И. Б. Яковкин. *Опт. и спектр.*, 40, 558, 1976.
- [2] N. Wakatsuki, N. Shubachi, Y. Kikuchi. *Electr. and Commun. Japan*, 58—C, 117, 1975.
- [3] В. В. Сорока. *ФТТ*, 19, 3327, 1977.
- [4] J. M. Rouvaen, M. G. Ghazaleh, E. Bridoux, R. Torguet. *J. Appl. Phys.*, 50, 5472, 1979.
- [5] F. Castano. *Spectrochim. Acta*, 25A, 401, 1969.
- [6] Т. Като, Т. Ван, J. Tsujikawa. *J. Phys. Soc. Japan*, 32, 152, 1972.
- [7] З. Б. Перекалина, А. Ю. Климова, Л. М. Беляев. *Кристаллография*, 23, 124, 1978.
- [8] К. А. Калдыбаев, А. Ф. Константинова, З. Б. Перекалина, Б. Н. Гречушников, И. Н. Калинкина. *Кристаллография*, 23, 779, 1978.
- [9] З. Б. Перекалина, К. А. Калдыбаев, А. Ф. Константинова. *Кристаллография*, 24, 847, 1979.
- [10] S. Ramaseshan, G. S. Ranganath, T. G. Ramesh, S. R. Rajagopal. *Mat. Res. Bull.*, 4, 535, 1969.
- [11] S. Ramaseshan, G. S. Ranganath. *Bhagavantam Festschrift*. Academic Press, London, 435, 1969.
- [12] А. Ф. Константинова, В. В. Шепелевич, Б. В. Бокуть, Б. Н. Гречушников, К. А. Калдыбаев, З. Б. Перекалина, А. Н. Сердюков. *Кристаллография*, 21, 1108, 1976.
- [13] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Ф. И. Федоров. *Кристаллография*, 15, 1002, 1970.
- [14] В. Н. Бельй, А. Н. Сердюков. *Ж. прикл. спектр.*, 24, 120, 1976.
- [15] Ф. И. Федоров. *Оптика анизотропных сред*. АН БССР, Минск, 1958.
- [16] H. Kund, A. Roos, S. T. Eng. *Opt. Quant. Electr.*, 7, 73, 1975.
- [17] С. В. Богданов. *Опт. и спектр.*, 49, 146, 1980.
- [18] T. Yoshino. *Japan J. Appl. Phys.*, 17, 1197, 1978.

Поступило в Редакцию 10 ноября 1980 г.