

## О КОГЕРЕНТНОСТИ СВЕТА, РАСSEЯННОГО СЛУЧАЙНЫМ ФАЗОВЫМ ЭКРАНОМ

*В. Н. Лахин, Р. Ю. Орлов,  
А. С. Чиркин и Ф. М. Юсубов*

Представлены результаты измерений в ближнем поле поперечных пространственных корреляционных функций поля, рассеянного случайным фазовым экраном. Эти измерения содержат более детальные сведения о рассеивающем объекте, чем картина в дальнем поле рассеяния. Данные экспериментов интерпретируются с помощью развитой теории, учитывающей конечные поперечные размеры неоднородностей фазового экрана.

1. Модель рассеивающего объекта как случайного фазового экрана (СФЭ) является довольно распространенной в оптике и радиофизике: это матовый диск, жидкий кристалл в режиме электрогидродинамического рассеяния, ионосфера [1-5].

СФЭ вносит запаздывание в фазу  $\varphi$  падающей волны, случайным образом изменяющееся от точки к точке волнового фронта. В известных работах рассеянная СФЭ волна исследована в дальнем поле, и основное внимание уделяется измерению индикатрисы рассеяния. Хотя последняя связана с пространственной корреляционной функцией соотношением Винера—Хинчина, измерение

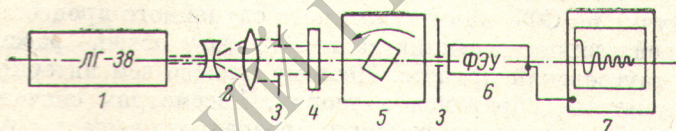


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

корреляционных функций в некоторых практических случаях оказывается более предпочтительным [1].

В настоящей работе представлены результаты исследования рассеянных СФЭ световых пучков в ближнем поле. Исходя из модели ступенчатого СФЭ, получено выражение для поперечной (пространственной) корреляционной функции (ПКФ) рассеянного поля. Развитый метод не связан с предположением о гауссовской статистике фазы рассеянной волны и позволяет учесть наличие неоднородностей СФЭ с несколькими характерными поперечными масштабами. Показана возможность в некоторых случаях решения обратной задачи — нахождение функции распределения поперечного размера неоднородностей по ПКФ рассеянного поля. Для ряда фазовых объектов представлены результаты измерения ПКФ рассеянного излучения.

2. В эксперименте нами исследовались следующие объекты: стеклянные пластинки, травленные в плавиковой кислоте (одна — 20 мин, другая — 40 мин); стеклянные матовые пластинки, которые шлифовались различным абразивным материалом; плоскопараллельные прозрачные шлифы толщиной 30 мкм из мелкокристаллического кварца.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Источником излучения служил He—Ne лазер ЛГ-38, работающий в одномодовом режиме;

этот режим генерации характеризуется высокой пространственной когерентностью излучения [6]. Лазерный пучок, расширенный телескопом 2, проходил через диафрагму 3 и затем поступал на объект 4, приводимый в колебательное движение поперек пучка вибратором с частотой 30—40 Гц. Для измерения ПКФ рассеянного света использовался поляризационный интерферометр 5, способный измерять малые радиусы корреляции 10 мкм [7]. Детектором 6 служил ФЭУ-62, сигнал которого регистрировался самописцем ПДС-21, 7.

Степень пространственной когерентности  $\gamma_{\text{эсп}}(s)$  рассеянного поля определялась по видности интерференционной картины. Поскольку интенсивности интерферирующих пучков выравнивались, то

$$|\gamma_{\text{эсп}}(s)| = (I_{\text{max}} - I_{\text{min}}) / (I_{\text{max}} + I_{\text{min}}), \quad (4)$$

где  $I_{\text{max}}$  и  $I_{\text{min}}$  — максимум и минимум интерференционной картины.

Результаты измерения ПКФ представлены на рис. 2 и рис. 3.

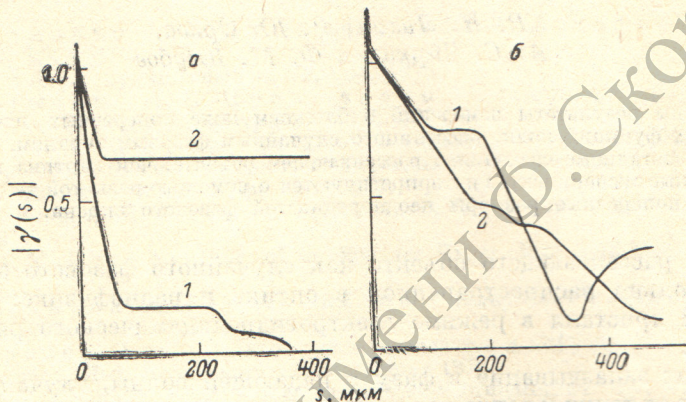


Рис. 2. Экспериментальные поперечные КФП для стеклянных пластинок.

*a* — шлифованные пластины (1 — абразив размером 28 мкм, 2 — абразив размером 10 мкм), *б* — травленные пластины (1 — 40 минут, 2 — 20 минут).

3. В исследованных нами случаях адекватным является представление фазы  $\varphi$  лазерного пучка на СФЭ как импульсного случайного процесса. Вместе с тем в существующей теории рассеяния волн СФЭ фазу обычно рассматривают как непрерывный гауссовский процесс. Поэтому прежде чем интерпретировать полученные результаты, обратимся к теории. Рассмотрим сначала следующую простую модель СФЭ: плоские столбики прозрачного вещества разной высоты, но одинаковой ширины уложены вплотную друг к другу, образуя ступенчатый фазовый экран (рис. 4).

Для поля световой волны  $E = A(\mathbf{r})e^{i(\omega t - kx)} + \text{к. с.}$  (направление оси  $z$  совпадает с направлением распространения волны) нормированная ПКФ поля равна

$$\gamma(s) = \frac{\langle A(\mathbf{r})A^*(\mathbf{r} + s) \rangle}{\langle |A(\mathbf{r})|^2 \rangle \langle |A(\mathbf{r} + s)|^2 \rangle^{1/2}}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $s$  — координаты в поперечном сечении пучка.

В случае нефлуктуирующей действительной амплитуды

$$\gamma(s) = \langle \exp i[\varphi(\mathbf{r} + s) - \varphi(\mathbf{r})] \rangle = \langle e^{i\psi} \rangle, \quad (3)$$

$\varphi(\mathbf{r})$  — фаза волны,  $\psi = \varphi(\mathbf{r} + s) - \varphi(\mathbf{r})$ .

Таким образом, задача сводится к расчету (3).

Пусть функции распределения разности фаз  $w(\psi)$ . Следовательно,

$$\gamma(s) = \int e^{i\psi} w(\psi) d\psi. \quad (4)$$

Среди функции распределения  $w(\psi)$  выделим прежде всего вероятность того, что значение  $\psi = 0$ , когда отрезок длины  $s$ , равный расстоянию между измеряемыми точками поля, частично «накрывает» один столбик

$$P = \begin{cases} 1 - s/a, & s \leq a; \\ 0, & s \geq a. \end{cases} \quad (5)$$

Вероятность одновременно «накрыть» два и более столбиков, очевидно, равна

$$Q = 1 - P = \begin{cases} s/a, & s \leq a; \\ 1, & s \geq a. \end{cases} \quad (6)$$

При этом функция распределения разности фаз имеет некоторое значение  $\psi = ah(\alpha = h\Delta n, h = h_2(\mathbf{r} + \mathbf{s}) - h_1(\mathbf{r}))$  равна

$$w(\psi) = Qw(h). \quad (7)$$

$w(h)$  — функция распределения для двух столбиков имеет разность высот  $h$ ,  $\Delta n$  — разность показателей преломления окружающей среды и фазового экрана,  $k$  — волновое число излучения.

Если  $w_2(h_2(\mathbf{r}_2), h_1(\mathbf{r}_1))$  — двумерная функция распределения высоты столбиков, то для переменной  $h = h_2 - h_1$  имеем распределение

$$w(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} w_2(h, H) dH, \quad (8)$$

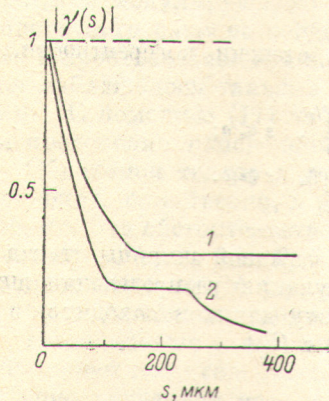


Рис. 3. Экспериментальные поперечные КФП для шлифов кварцита из зерен различных размеров.

1 — 100+200 мкм, 2 — 100+150 мкм.

Рис. 4. Теоретические поперечные КФП, рассчитанные по формулам.

1 — (14), 2 — (10), 3 — (15), 4 — (16).

( $H = (h_2 + h_1)/2$ ). Поскольку среднее значение высоты столбиков не влияет на разность фаз, в (8) изменение  $H$  принято относительно среднего значения.

В соответствии с (4)–(7)

$$\gamma(s) = P + Q \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iah} w(h) dh, \quad (9)$$

откуда получаем

$$\gamma(s) = \begin{cases} 1 - \frac{s}{a} K(s), & s \leq a; \\ 1 - K(s), & s \geq a; \end{cases} \quad (10)$$

где

$$K(s) = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iah} w(h) dh. \quad (11)$$

Зависимость  $K$  от  $s$  появляется из-за зависимости в общем случае функции распределения  $w(h)$  (8) от корреляционной функции

$$R(s) = \langle h(s) h(0) \rangle \int \langle h^2 \rangle. \quad (12)$$

В частности, если статистика распределения высоты столбиков гауссовская, то

$$w(h) = 2^{-1} [\pi \langle h^2 \rangle (1 - R(s))]^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{h^2}{4(1 - R(s)) \langle h^2 \rangle} \right\}$$

и

$$K(s) = 1 - \exp \{ \alpha^2 (R(s) - 1) \langle h^2 \rangle \}. \quad (13)$$

Очевидно, что для некоррелированного случайного процесса  $h(\mathbf{r})$  ( $R=0$ ) величина  $K$  постоянная,  $K=K_0$ .

В случае  $a \rightarrow 0$  из (10), учитывая (13), имеем хорошо известный результат

$$\gamma(s) = \exp \{ \alpha^2 \langle h^2 \rangle (R(s) - 1) \}. \quad (14)$$

Вид функции (14) показан на рис. 4 кривой 1. Здесь же кривой 2 изображена функция (10) при  $K=K_0$ .

Для несимметричной функции распределения  $w(h)$  величина  $K$  (11) является комплексной

$$K = K_R - iK_i,$$

$$K_R = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} \cos ah w(h) dh, \quad K_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin ah w(h) dh.$$

В этом случае измеряемый в эксперименте модуль степени когерентности, согласно (10), равен

$$\gamma(s) = \begin{cases} \left[ \left( 1 - \frac{s}{a} K_R \right)^2 + \left( \frac{s}{a} K_i \right)^2 \right]^{1/2}, & s \leq a; \\ [(1 - K_R)^2 + K_i^2]^{1/2}, & s \geq a. \end{cases} \quad (15)$$

Функция (15) на рис. 4 показана кривой 3.

Обобщим выражение (10) на случай столбиков неравной ширины, такая модель более близка к реальному СФЭ. Обозначим функцию распределения ширин столбиков через  $g(a)$ . Тогда вероятность  $P$  — отрезку длины  $s$  находится в пределах ширины одного столбика — будет равна (ср. с (5))

$$P(s) = \int_s^{\infty} \left( 1 - \frac{s}{a} \right) g(a) da.$$

При этом корреляционную функцию  $\gamma(s)$  можно записать в виде

$$\gamma(s) = 1 - Q(s) K(s), \quad (16)$$

где

$$Q(s) = 1 - P(s) = \int_0^s g(t) dt + s \int_s^{\infty} \frac{1}{t} g(t) dt.$$

При выводе (16) мы считали, что распределение ширины и высоты столбиков статистически независимо. Корреляционная функция, построенная на основе (16), для релейского распределения  $g(a)$  представлена на рис. 4 кривой 4.

Если  $K(s)$ , определяемая (11), есть действительная величина, которая не зависит от  $s$  ( $K=K_0$ ), то из (16) получим

$$g(s) = \frac{s}{K_0} \frac{d^2 \gamma(s)}{ds^2}. \quad (17)$$

Формула (17) позволяет найти функцию распределения  $g(a)$  поперечного размера частиц по корреляционной функции светового пучка, прошедшего через СФЭ. Относительно (17) нужно подчеркнуть два момента. Во-первых, соотношение (17) справедливо для ближнего поля рассеянного пучка, и, во-вторых, его можно применить только для вещественных корреляционных функций, т. е. для ПКФ  $\gamma(s)$ , которые не имеют фазы.

4. В описанных выше экспериментах волновое число  $k=10^5$  см<sup>-1</sup>,  $\Delta n \approx 0.5$ , наименьший радиус корреляции  $r_x$  рассеиваемого пучка  $r_x \approx 20$  мкм. Дифрак-

ционная длина для частично когерентного пучка  $l_n = \frac{1}{2} k r_{\text{пк}} [7]$  ( $r_{\text{пк}}$  — радиус пучка), таким образом, имела значение  $l_n \approx 100$  см и превосходила расстояние от СФЭ до детектора. Другими словами, измерения ПКФ происходили в ближнем поле пучка. Явно заниженное значение дисперсии  $\langle h^2 \rangle$  можно принять равным  $\langle h^2 \rangle \approx 10^2$  мкм<sup>2</sup>. Поэтому в качестве нижней оценки параметра  $\beta = \alpha^2 \langle h^2 \rangle$  имеем  $\beta \approx 10^3$ .

В рамках теории, не учитывающей конечной ширины «столбиков», кривые, представленные на рис. 2 и 3, следует интерпретировать на основе формулы (14). Отметим, что в образце кварцита, обладающего двулучепреломлением, поворот плоскости поляризации из-за наличия в поляризационном интерферометре анализатора проявляется как амплитудная модуляция. В силу большого значения  $\beta$  ( $\beta \gg 1$ ) функция  $\gamma(s)$  должна довольно быстро спадать до весьма малых значений, что не согласуется с данными, приведенными на указанных рисунках. В то же время с помощью формул (10) и (16) кривые рис. 2, а и 3 объясняются удовлетворительно. Значения смещений  $s$ , при которых на кривых этих рисунков появляется плато, почти совпадают или отличаются всего в несколько раз от среднего размера частиц. Однако причина появления на некоторых рассматриваемых кривых вторичных спадов и плато остается невыясненной. Возможно, что это связано со статистической неоднородностью случайного процесса модулирующего фазу светового пучка. Например, среднее значение поперечного размера неоднородностей растет к краю СФЭ. Отметим, что наличие в пространственных корреляционных функциях двух характерных масштабов наблюдалось также в [2], где изучено рассеяние света жидкими кристаллами. С помощью (17) из кривых 2 рис. 2, а и 3 можно определить функцию распределения поперечного размера неоднородностей  $g(a)$ .

Обратимся теперь к рис. 2, б. Увеличение времени травления пластинки приводит, естественно, к росту глубины  $h$  и размера  $a$  неоднородностей пластинки. Это обстоятельство позволяет понять ход кривых на рис. 2, б до плато. Рост кривой 1 на рис. 2, б обусловлен, по-видимому, несимметричной функцией распределения  $w(h)$  (ср. с кривой 3 рис. 4).

5. В заключение подчеркнем следующее.

Выполненные в настоящей работе измерения ПКФ рассеянного излучения в ближнем поле содержат более точную информацию о рассеивающем объекте. Обычно изучаемая картина рассеяния в дальнем поле является интегральной от ближнепольной.

Выяснена важность учета поперечного размера неоднородностей фазового экрана; до сих пор на это обстоятельство не обращали внимания. Наконец, отметим, что возможность определения поперечного размера неоднородностей совместно с недавно продемонстрированным в [8] измерением функции распределения высот неоднородностей позволяет полностью определить одномерную статистику СФЭ.

#### Литература

- [1] С. М. Аракелян, В. В. Пахалов, А. С. Чиркин. Опт. и спектр., 40, 1055, 1976.
- [2] E. Jakeman, P. N. Pusey. J. Phys. A, 8, 369, 392, 1975.
- [3] Спектроскопия оптического смещения и корреляция фотонов (под ред. Г. Камминса и Э. Пайка: пер. с англ. под ред. Ф. В. Бункина). 129, «Мир», М., 1978.
- [4] А. М. Прохоров, Ф. В. Бункин, К. С. Гочелашвили, В. И. Шишов. Усп. физ. наук, 114, 415, 1974; Proc. IEEE, 63, 790, 1975.
- [5] С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику, ч. II. Случайные поля. «Наука», М., 1978.
- [6] С. М. Аракелян, С. А. Ахманов, В. Г. Тункин, А. С. Чиркин. Письма ЖЭТФ, 19, 571, 1974.
- [7] В. В. Пахалов, А. С. Чиркин, Ф. М. Юсубов. Квант. электрон., 6, 57, 1979.
- [8] P. J. Chanley. Opt. Quant. Electron., 11, 413, 1978.

Поступило в Редакцию 27 октября 1980 г.