

## ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ ФОНОНЫ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ МАГНЕТИЗМ В КРИСТАЛЛАХ

А. А. Киселев

Рассматривая задачу о колебаниях кристаллической решетки и определяя фонон как собственное состояние оператора Гамильтона и оператора квазиимпульса, заметим, что к упомянутым операторам можно добавить коммутирующий с ними оператор проекции момента количества движения на направленные квазиимпульса и найти состояние, которое является собственным для всех трех операторов. В том случае, когда для такого состояния собственное значение оператора проекции момента отлично от нуля, мы получим фонон с угловым моментом, т. е. циркулярно поляризованный фонон (или фонон с отличной от нуля спиральностью). Такой фонон, очевидно, может иметь и магнитный момент; при достаточном числе фононов с одинаково направленными магнитными моментами в кристалле возникнет намагниченность, которую можно обнаружить, например, наблюдая эффект Фарадея или спектры ЯМР.

Чтобы представить себе классическую картину циркулярно поляризованного фонона, рассмотрим поперечные оптические колебания одномерной модели ионного кристалла, содержащей два иона в ячейке с массами  $m_1$  и  $m_2$  (для определенности положим  $m_1 < m_2$ , заряды  $e_1 = e$  и  $e_2 = -e$ ). Обозначим смещения атомов в  $n$ -й ячейке через  $\xi_{n,1}^{(\alpha)}$ ,  $\xi_{n,2}^{(\alpha)}$ , ( $\alpha = x, y$ ) и введем, как обычно [1], коллективные координаты  $\epsilon_p(\mathbf{k}) A_{\mathbf{k}}$ , ( $p = 1, 2$ ), полагая, что функции  $\epsilon_p(\mathbf{k})$  выбраны соответствующими поперечной оптической ветви. Тогда [1]  $\epsilon_1/\epsilon_2 = -(m_2/m_1)^{1/2}$ ,  $\xi_{n,1}^{(\alpha)}/\xi_{n,2}^{(\alpha)} = -m_2/m_1$ . Если колебания по направлениям  $x$  и  $y$  сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ :

$$\xi_{n,p}^{(x)} = a_p \cos(\Omega t + kn), \quad \xi_{n,p}^{(y)} = a_p \sin(\Omega t + kn),$$

то точечные ионы, образующие одномерную модель, движутся по круговым траекториям; полагая  $n = na$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), найдем, что в соседних ячейках эти движения сдвинуты по фазе на  $ka$ . Таким образом, каждая ячейка содержит два кольцевых тока, причем отношение радиусов колец определяется, как отмечено выше, отношением масс ионов. Простое вычисление приводит к следующему выражению для  $g$ -фактора фонона

$$g = \frac{e}{2c} \frac{m_2 - m_1}{|m_2 m_1|},$$

которое показывает, что большая разница масс ионов, содержащихся в ячейке, благоприятствует наблюдению магнитного поля фононов.

Переход к квантовой задаче выполняется при помощи операторов  $b_{\mathbf{k}}^{(\alpha)}$ ,  $b_{\mathbf{k}}^{(\alpha)+}$ , удовлетворяющих бозонным коммутирующим соотношениям [1]. Поскольку векторы  $b_{\mathbf{k}}^{(\alpha)+} |0\rangle$  не являются собственными для оператора проекции момента, следует построить операторы, рождающие и уничтожающие состояния с определенной спиральностью. Это можно сделать, привлекая соответствующие формулы квантовой электродинамики [2] или технику построения таких операторов, описанную в [3]; следует ввести операторы (опускаем для краткости индекс  $\mathbf{k}$ )

$$\eta^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (b^{(x)+} + ib^{(y)+}), \quad \eta^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (b^{(x)+} - ib^{(y)+}),$$

$$\xi^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (b^{(x)} + ib^{(y)}), \quad \xi^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (b^{(x)} - ib^{(y)}).$$

Полагая, что рассматривается лишь колебание с квазиимпульсом  $\mathbf{k}$ , получим оператор Гамильтона, оператор квазиимпульса и оператор  $z$ -проекции момента в виде

$$H = \hbar\Omega [\eta^{(-)}\xi^{(+)} + \eta^{(+)}\xi^{(-)} + 1], \quad \mathbf{P} = \hbar\mathbf{k} [\eta^{(-)}\xi^{(+)} + \eta^{(+)}\xi^{(-)}], \quad M = i\hbar [\eta^{(-)}\xi^{(+)} - \eta^{(+)}\xi^{(-)}].$$

Нетрудно убедиться, что вектор

$$[\gamma^{(-)}]^{-\frac{v-l}{2}} [\gamma^{(+)}]^{\frac{v+l}{2}} |0\rangle$$

является собственным вектором  $H$  и  $M$  с собственными значениями  $\hbar\Omega$  ( $v+1$ ) и  $\hbar l$ ; таким образом, оператор  $\gamma^{(+)}$  порождает фотон с моментом  $l=1$ , а оператор  $\gamma^{(-)}$  — фотон с моментом  $l=-1$ . Пользуясь перестановочными соотношениями, находим, что  $\xi^{(-)}$  уничтожает фотон с  $l=1$ , а  $\xi^{(+)}$  — фотон с  $l=-1$  [5].

Переход к трехмерной решетке, очевидно, требует исследования направленных вектора  $k$ , вдоль которых могут распространяться вырожденные поперечные колебания. Для изотропных кристаллов обобщение приведенных выше формул на трехмерную решетку представляется незатруднительным. В случае малых значений  $k$  исследование магнитного поля, наведенного циркулярно поляризованными фотонами, можно выполнить при помощи метода длинных волн. Рассмотрим щелочно-галогидный кристалл (типа NaCl) и предположим, что циркулярно поляризованное оптическое колебание возбуждается циркулярно поляризованным светом с напряженностью  $E(t)$  и волновым вектором, направленным вдоль оси [100] кристалла. Нетрудно найти [1], что в резонансном случае амплитуда колебания определяется соотношением  $\zeta_0 = (\gamma_{12} E_0) / (\gamma \Omega)$ , где  $E_0$  — амплитуда электрического поля,  $\gamma$  — константа затухания колебания,  $\gamma_{12} = \Omega [(\epsilon_0 - \epsilon_\infty) / 4\pi]^{1/2}$ ,  $\zeta_0 = r \sqrt{\rho}$ ;  $r = a_1 - a_2$ ,  $\rho = m/V$ ,  $m$  — приведенная масса,  $V$  — объем ячейки. Отсюда, пользуясь отмеченной выше связью амплитуд  $a_p$ , можно вычислить величину  $a_1$ , магнитный момент, приходящийся на ячейку,  $\mu = g \Omega a_1^2 m_1^2 / m$  и намагниченность  $M = \mu / V$ . Выбирая для оценки кристалл LiVg и полагая  $E_0 = 10^4$  В/см,  $\gamma = 10^{10}$  с<sup>-1</sup> (остальные данные в [4]), найдем, что намагниченность кристалла, обусловленная колебательным движением ядер, составит десятые доли эрстеда.

В ковалентных кристаллах колебательный магнетизм в модели точечной решетки не возникает; однако, переходя к модели кристалла как совокупности электронов и ядер, нетрудно убедиться, что задача вычисления фотонного  $g$ -фактора решается при помощи формул, возникающих в теории колебательного магнетизма молекул [5, 6]. Аналогично рассматривается задача о колебательном магнетизме в молекулярных кристаллах, порожденном вырожденными внутримолекулярными колебаниями [7].

#### Литература

- [1] А. С. Давыдов. Теория твердого тела, 639. Наука, М., 1976.  
 [2] А. И. Ахизер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, 432, Наука, М., 1981.  
 [3] М. Мошинский. Гармонический осциллятор в современной физике, 149. Мир, М., 1972.  
 [4] Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела, 791. Наука, М., 1978.  
 [5] А. А. Киселев. Вестн. ЛГУ, № 22, 1982.  
 [6] П. А. Браун, А. А. Киселев, Т. К. Ребане. ЖЭТФ, 80, 2163, 1981.  
 [7] А. А. Киселев, И. Р. Ахмедов. Опт. и спектр., 47, 202, 1979.

Поступило в Редакцию 28 мая 1982 г.

УДК 535.34+535.37 : 548.0

### ИНТЕНСИВНОСТИ ОПТИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДОВ В КРИСТАЛЛЕ $\text{La}_2\text{O}_2\text{S} \cdot \text{Nd}^{3+}$

Е. В. Васильев, А. М. Ткачук, А. В. Хилько и Н. М. Пономарев

Кристаллы оксисульфида лантана, активированные неодимом, известны как активная среда с высоким коэффициентом усиления [1]. Система  $\text{La}_2\text{O}_2\text{S}$  кристаллизуется в гексагональной сингонии (пространственная группа симметрии  $D_{3d}^3$ ), содержит одну молекулу в элементарной