УДК 621.373 : 535

ФЛУКТУАЦИИ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ И КОНТУР БИЕНИЙ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН КОЛЬЦЕВОГО ГАЗОВОГО ЛАЗЕРА (КГЛ)

Ю. М. Голубев

Обратное рассеяние заметным образом искажает контур биений встречных волн КГЛ, но только в том случае, когда существенны флуктуации обратного рассеяния. При этом не только увеличивается эффективная ширина контура, но и меняется его положение на шкале частот (средняя частота биений). Эти обстоятельства могут оказаться важными при создании приборов на основе КГЛ.

Спектральный контур биений встречных волн определяет чувствительность приборов, построенных на основе кольцевого газового лазера. В этой связи стремятся к минимальным ширинам спектральных контуров, что обычно осуществляется стабилизацией системы. Здесь мы будем выяснять роль обратного рассеяния в формировании контура биений. Как известно, обратное рассеяние играет решающую роль в таких явлениях, как захват частоты и конкуренция волн, но в то же время можно ожидать, что оно окажет свое влияние и на статистические характеристики лазера. Так, например, в работе [1] утверждается, что обратное рассеяние должно приводить к резкому сужению контура биений (по мнению автора, до нулевой ширины). Это может быть чрезвычайно важным для практики, так как указывает на пути повышения чувствительности лазерного гирометра. В то же время в работе [1] имеются неясности (на некоторые из них укажем позже), в связи с чем мы сочли нужным провести дополнительные исследования этого вопроса, в результате которых пришли к выводу, что само по себе среднее обратное рассеяние не может привести к существенному изменению контура биений, спектральная ширина которого вопреки выводам работы [1] остается практически такой же, как и без обратного рассеяния. Центрирован контур будет несколько иначе, но это явление давно хорошо известно. Если в системе присутствуют флуктуации обратного рассеяния, то они могут дополнительно уширить контур и даже сместить его. Таким образом, обратное рассеяние может быть только тем фактором, который уменьшает точность и чувствительность прибора, и потому нужно или уметь его учитывать, или стремиться избавиться от него.

Обсуждение будем проводить на основе уравнения Ланжевена для разностей фазы $\psi = (\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_1 + \varphi_2$

$$\dot{\psi} + M \sin \psi = \sigma + S(t). \tag{1}$$

Это уравнение может быть получено на основе феноменологического расчета [3] или на основе последовательного квантовоэлектродинамического рассмотрения и отличается от соответствующего уравнения полуклассики наличием справа источника естественных флуктуаций $S(t)$, свойства которого определяются следующими корреляторами

$$\bar{S} = 0, \quad \overline{S(t)\, S(t+\tau)} = A \cdot \delta(\tau). \tag{2}$$

Величина A равна ширине контура биений в отсутствие флуктуаций обратного рассеяния. С учетом дробовых шумов возбуждения среды она приведена в [2].

Обратное рассеяние в (1) учтено слагаемым слева $M \cdot \sin \psi$. Флуктуации обратного рассеяния учтем феноменологически

$$M = \bar{M} + \delta M(t).$$

Зададим характер случайной составляющей δM средними

$$\overline{\delta M} = 0, \quad \overline{\delta M(t)\,\delta M(t+\tau)} = \overline{\delta M^2} \cdot e^{-\Gamma \cdot |\tau|}, \quad \overline{\delta M^2(t')\,\delta M^2(t'')} = \overline{\delta M(t') \cdot \delta M(t'')}^2 + \overline{\delta M^2}^2. \qquad (3)$$

Последнее равенство написано в предположении, что шумы носят гауссовский характер.

Величина σ в отсутствие обратного рассеяния равна средней частоте биений встречных волн в режиме стационарной генерации [3].

Строго говоря, в уравнении (1) должно быть еще слагаемое с $\cos \psi$. Учет его, однако, не меняет наших качественных выводов, поэтому для большей наглядности промежуточных выкладок мы будем рассматривать упрощенный вариант теории. Кроме того, можно полагать, что слагаемое с $\cos \psi$, пропорциональное разности интенсивности встречных волн, вносит лишь малый вклад по сравнению со слагаемым с $\sin \psi$ при приблизительно равных интенсивностях [3]. Наиболее важным для практики является режим генерации, в котором захват биений на нулевую частоту отсутствует, что осуществляется при $\sigma > M$. Мы здесь будем рассматривать именно такой режим, полагая $M/\sigma \ll 1$.

Сигнал биений должен быть записан в виде

$$g(\tau) = \frac{1}{2}\,\frac{\overline{I(t)\,I(t+\tau)}}{I^2} = 1 + \overline{e^{i\psi(t+\tau)}} + \overline{e^{i\psi(t+\tau)+i\psi(t)}} + \overline{e^{i\psi(t+\tau)-i\varphi(t)}}. \qquad (4)$$

$I(t)$ — мгновенная интенсивность сигнала после смесителя на фотоприемнике. Здесь положили, что средние интенсивности встречных волн равны и флуктуациями амплитуд можно пренебречь. В стационарном режиме генерации сигнал $g(\tau)$ не зависит от выбора момента времени t. Мы его выбрали таким, что в этот момент фаза $\psi(t)$ была совершенно случайна, и потому $\overline{e^{i\psi(t)}} = 0$. Как следует из окончательных результатов, такие моменты периодически повторяются. Но в произвольные моменты времени при наличии обратного рассеяния это не так, в чем нетрудно убедиться следующим образом.

Умножим уравнение (1) на $iy = ie^{i\psi}$ и усредним полученное

$$\dot{\bar{y}} + \frac{1}{2}\overline{M \cdot y^2} - \frac{1}{2}\bar{M} = i\sigma\bar{y}.$$

Так как это уравнение неоднородное, то можно сделать вывод, что даже если в некий момент времени t_0 фаза и была совершенно случайна $\overline{e^{i\psi(t_0)}} = 0$, то в следующий момент возникает некоторая определенность, приводящая к отличному от нуля $\overline{e^{i\psi(t)}}$.

Решение уравнения (1) при зависящих от времени коэффициентах M и S довольно громоздко, и мы не будем здесь его приводить. Прямой подстановкой в уравнение нетрудно убедиться в том, что во втором порядке по M/σ может быть написано следующее

$$e^{i\psi(t)-i\psi(t_0)} = e^{i\varphi(t)-i\varphi(t_0)+iq(t)} \cdot \left\{1 - i\int_0^t dt' M(t') \sin[\varphi(t') + q(t')] + \frac{i}{2\sigma}\int_{t_0}^t dt' M^2(t') + \right.$$
$$\left. + i\int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' M(t')\,M(t'') \sin[\varphi(t'') + q(t'')]\,e^{i\varphi(t')+iq(t')}\right\}. \qquad (5)$$

Здесь

$$\varphi(t) - \varphi(t_0) = \int_{t_0}^t S(t')\,dt', \quad q(t) = \int_{t_0}^t \sigma(t')\,dt', \quad \sigma(t) = \sigma - \frac{M^2(t)}{2\sigma}. \qquad (6)$$

Выражение (5) зависит от двух наборов параметров $\delta M(t)$ и $S(t)$, по которым следует провести независимые усреднения. Усреднение по $S(t)$ сводится к усреднению по параметрам $\varphi(t_0)$, $\varphi(t)-\varphi(t_0)$, ... которые на неперекрывающихся временных интервалах из-за дельта-коррелированности $S(t)$ могут считаться независимыми. Процедура усреднения проводится в предположении гауссовского характера всех флуктуаций. Все окончательные формулы записаны для медленных флуктуаций обратного рассеяния, т. е. в предположении, что время корреляции обратного рассеяния Γ^{-1} больше характерного времени движения фазы. При этом получается следующее

$$\overline{e^{i\psi(t+\tau)-i\psi(t)}}=e^{i\bar{\sigma}\tau-\frac{1}{2}A|\tau|-\frac{1}{2}D^2\tau^2}\{1+g_1(\tau)+g_2(\tau)\}. \tag{7}$$

Здесь

$$\bar{\sigma}=\sigma-\frac{\overline{M^2}}{2\sigma}\Rightarrow\sigma-\frac{\bar{M}^2}{2\sigma}-\frac{\delta M^2}{2\sigma} \tag{8}$$

— средняя частота биений встречных волн, на которую, как видно, влияет не только рассеяние, но и его флуктуации;

$$D=\left[\frac{\overline{\delta M^2}^2}{4\sigma^2}+\frac{\bar{M}^2\cdot\overline{\delta M^2}}{\sigma^2}\right]^{1/2} \tag{9}$$

— характерная ширина контура биений, связанная только с обратным рассеянием. В отсутствие флуктуаций рассеяния $\left(\overline{\delta M^2}=0\right)$ эта ширина равна нулю.

Поправки к контуру $g_1(\tau)$ и $g_2(\tau)$ имеют порядок M^2/σ^2. Их спектральный контур более сложный, но характерная ширина этой «подставки» порядка ширины основного контура. Они возникают из-за третьего и четвертого слагаемых в (5).

Другие компоненты сигнала биений (4) могут быть получены усреднением выражения (5) с предварительным умножением его на $e^{i\psi(t_0)}$ и на $e^{2i\psi(t_0)}$. В результате будем иметь

$$\overline{e^{i\psi(t+\tau)+i\psi(t)}}=0,\quad \overline{e^{i\psi(t+\tau)}}=\frac{i\bar{M}}{\sigma}\left(1-e^{i\bar{\sigma}\tau}\right)e^{-\frac{1}{2}A|\tau|-\frac{1}{2}D^2\tau^2}. \tag{10}$$

Таким образом, эти составляющие дают поправку к контуру порядка $\bar{M}/\sigma$ и представляют из себя свертку лорентциана с шириной A и допплеровского контура с шириной D.

В работе [1] флуктуации обратного рассеяния не учитывались, поэтому для сравнения надо у нас положить $\overline{\delta M^2}=0$. В результате получим, что уширение и сдвиг контура биений из-за флуктуаций исчезает, а сам контур биений превращается в лорентциан с шириной A, определяемой естественными флуктуациями. Обратное рассеяние при этом смещает контур биений, то есть среднюю частоту биений, на величину $\bar{M}^2/2\sigma$, формирует гармоники и слабый фон порядка $\bar{M}^2/\sigma^2$, спектральная ширина которого также порядка A. Эти наши выводы коренным образом отличаются от выводов работы [1], в которой утверждается, что обратное рассеяние превращает лорентцовский контур биений с естественной шириной A в монохроматическую линию с «подставкой», ширина которой определяется только обратным рассеянием и гораздо больше естественной. Наличие монохроматической линии позволило автору [1] прогнозировать по существу неограниченные точности соответствующих приборов. Все эти обстоятельства заставляют нас сделать здесь частичный разбор этой работы.

Изложим сначала суть раздела «Связь измеряемых величин с расчетными» из [1]. Спектральный контур биений определяется формально коррелятором $\overline{i(t)\,i(t+\tau)}$, где $i(t)$ — мгновенное значение фототока, которое запишем в виде

$$i(t)=L(t)+L^*(t).$$

При этом по существу контур биений станет определяться коррелятором $\overline{L(t)\,L^*(t+\tau)}$. Из-за шума лазерного излучения фототок тоже шумит

$$L(t)=\bar{L}+\delta L(t).$$

В некоторых условиях можно предположить, что

$$\delta L \ll \bar{L}. \tag{11}$$

Тогда, если ввести среднюю фазу $\bar{\varphi}$ в соответствие с равенством

$$\bar{L} = |\bar{L}|\, e^{i\bar{\varphi}},$$

то фаза случайного фототока L будет состоять из $\bar{\varphi}$ и малой случайной добавки $\delta\varphi \ll 1$, в результате чего можно написать

$$L(t) = |L(t)|\,(1 + i\delta\varphi(t))\, e^{i\bar{\varphi}(t)}.$$

Пренебрегая амплитудными флуктуациями, что, по-видимому, можно всегда сделать в режимах генерации, далеких от конкуренции и синхронизации, получим

$$\overline{L(t)\, L^{*}(t+\tau)} = |\bar{L}|^{2}\left(1 + \overline{\delta\varphi(t)\,\delta\psi(t+\tau)}\right) e^{i\bar{\omega}\tau}, \tag{12}$$

где $\bar{\omega}\tau = \bar{\varphi}(t) - \bar{\varphi}(t+\tau)$ определяет осцилляции с частотой биений $\bar{\omega}$ в условиях генерации.

Теперь уже очевидно, что из факта (11) автоматически без всякой физики следует основной вывод работы [1], т. е., что контур биений представляет из себя монохроматическую линию на частоте $\bar{\omega}$ с подставкой, спектральный состав которой определяется фазовым коррелятором $\overline{\delta\varphi(t)\ \delta\varphi(t+\tau)}$. Отсюда ясно, что условие (11) должно быть очень тщательно обосновано, но этого в работе [1] не делается. Те слова, которые говорятся в абзаце перед формулой (7. 6) на стр. 77, ни в коей мере нельзя считать хоть сколько-нибудь убедительными.

По поводу расчета коррелятора $\overline{\delta\varphi(t)\ \delta\varphi(t+\tau)}$ тоже можно сделать несколько замечаний. В работе с ним отождествляется величина $G(t, t+\tau)$, для которой в рамках квантовой теории строится уравнение, которое в свою очередь оказывается завязанным с уравнениями для других корреляторов. Естественно, возникает проблема корректного обрывания цепочек, которая в работе не решена удовлетворительным образом. Переход от системы уравнений (6. 6—6. 10) к (6. 14—6. 16) совершен посредством усреднения корреляторов по времени t за период биений. Но, во-первых, как видно из (6. 11) работы, зависимость их от t у всех одинакова, так как заключена в общей для всех них величине $\tilde{\rho}(t, \tau)$, а, во-вторых, для случайных стационарных процессов, как известно, корреляторы вообще не зависят от времени t, а лишь от τ. Сомнения вызывают и сами уравнения (6. 6—6. 10), так как они следуют из уравнения (6. 5) для величины $\tilde{\rho}(t, \tau)$, которая связана с матрицей плотности системы посредством некоторого неунитарного преобразования. Уравнение (6. 5), по словам автора, получено так же, как и уравнение (2. 9) для настоящей матрицы плотности ρ, хотя этого не могло быть: при выводе (2. 9) сначала строится производная для ρ в начальный момент времени в предположении факторизуемости в этот момент матрицы плотности, чего нельзя делать для величины $\tilde{\rho}$. Наконец, сам конечный результат для коррелятора $G(t, t+\tau)$ кажется очень удивительным. Для его фурье-образа получился лорентциан с шириной

$$\Delta\nu = \frac{2\lambda}{1 - \langle\xi\rangle^{2}},$$

где 2λ — это естественная ширина, совпадающая с нашей A, а ξ вводится соотношением

$$|\overline{a_{+}^{\dagger} a_{-}}| = \sqrt{n_{+} n_{-}} \cdot \xi,$$

a_{+} и a_{-} — операторы уничтожения фотонов в одной и другой волне, n_{+} и n_{-} — среднее число фотонов в одной и другой волне. Таким образом, величина ξ является некоторым мерилом шумов системы: равенство ξ единице означает отсутствие шумов, равенство ξ нулю, наоборот, говорит об очень шумящем поле. И вот мы видим, что при $\xi = 0$, когда шума в системе больше всего, ширина $\Delta\nu$ минимальна и равна 2λ, а при полном отсутствии шума при $\xi = 1$ линия уширяется беспредельно. Подобная ситуация кажется противоречивой и, несомненно, должна настораживать.

Для оценки ширины контура биений, возникающей из-за флуктуаций обратного рассеяния, оказываются существенными предположения о характере флуктуаций. С практической точки зрения наиболее вероятны флуктуации при рассеянии на каких-то одиночных относительно крупных неоднородностях. При этом, по-видимому, $\overline{\delta M^2} \sim \bar{M}^2$ и величина D становится порядка $\bar{M}^2/\sigma$. Если положить при этом $\sigma \sim 10^5$ Гц (σ имеет порядок средней частоты биений), а $\bar{M} \sim 10^3$ Гц ($\bar{M}$ определяет границу зоны захвата), то $D \sim 10$ Гц, то есть заметно больше естественной ширины A, которая $\sim 10^{-3}$ Гц. Это же самое можно сказать и о дополнительном сдвиге средней частоты биений, которая одного порядка с D.

Следует отметить, что сдвиг средней частоты биений и уширение спектрального контура биений имеют место даже тогда, когда рассеяние в среднем отсутствует. Это видно из формул (8), (9), которые при $\bar{M}=0$ дают

$$\bar{\sigma} = \sigma - \frac{\overline{\delta M^2}}{2\sigma}, \quad D = \frac{\overline{\delta M^2}}{2\sigma}.$$

На практике помимо уширения и сдвига контура можно ожидать и более сложных изменений спектра. Так, например, если в системе имеется неоднородность, которая рассеивает только одну из двух возможных поляризаций поля генерации, а регистрация излучения ведется без выделения какой-нибудь определенной поляризации, то результирующий контур биений может представлять из себя суперпозицию двух контуров: одного широкого, определяемого рассеянием на неоднородности, и другого узкого, сформированного другой поляризацией, которая не рассеивалась на неоднородности. Возможна и другая ситуация, при которой также может наблюдаться суперпозиция широкого и узкого контуров, а именно, когда дифракционная тень неоднородности на выходном зеркале меньше поперечного сечения лазерного луча. При этом часть поля генерации формируется с участием рассеяния на неоднородности, а другая — без участия (или со значительно более слабым участием за счет нескольких проходов по периметру резонатора). Эта ситуация, однако, не столь прозрачна, как первая, и требует более детального расчета методами математической физики.

Литература

[1] Г. С. Круглик. Квантово-статистическая теория кольцевого ОКГ. «Наука и техника», 1978.

[2] Ю. М. Голубев, И. В. Соколов, В. П. Грязневич. Опт. и спектр., *51*, 875, 1982.

[3] Сб. «Волновые и флуктуационные процессы в лазерах». Под ред. Ю. Л. Климантовича. «Наука», М., 1974.

Поступило в Редакцию 19 января 1981 г.