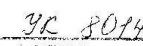


✓ 59

Д. Г. Лин, И. В. Семченко, С. А. Хахомов

2014



Гомель 2004

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. П. П. СМОЛДИНА

УДК 53:004(075.8)
ББК 22.3:32.973Я73
Л59

Рекомендовано к печати научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Рецензенты:

А.И. Слободянюк, зав. кафедрой методики преподавания физики и информатики БГУ, доцент;
С.И. Королик, директор СШ №36 г. Минска;
Т.И. Журова, учитель физики СШ №36 г. Минска

Лин Д. Г.

Решение физических задач с использованием ЭВМ:

Л59 Уч. пос. для студ. физич. спец. вузов / Д.Г. Лин, И.В. Семченко, С.А. Хахомов.
Мин. образов. РБ, УО «ГТУ им. Ф. Скорины» – Гомель, 2004. – 153 с.

ISBN 985-439-078-0

Сборник содержит задачи с решениями по основным разделам курса физики. Главное отличие – компьютерный анализ решений конкретных физических задач, доступных учащимся СШ. Программы с задачами можно найти в компьютерной сети Internet на странице Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины по адресу <http://www.gsu.unibel.by/pages/physics.html>.

Сборник может быть полезен учащимся лицеев, средних школ, профессионально-технических училищ, преподавателям физики.

Ил. 43. Библиогр.: 12 назв.

УДК 53:004(075.8)
ББК 22.3:32.973Я73

ISBN 985-439-078-0

© Д. Г. Лин, И. В. Семченко,
С. А. Хахомов, 2004
© УО «ГТУ им. Ф. Скорины»

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга представляет собой расширенное и дополненное издание трех частей сборника «Моделирование физических задач на ЭВМ»

1. Лин Д.Г. (ред.), Моделирование физических задач на ЭВМ. Часть 1. – Гомель, 1992, 47 с.
2. Лин Д.Г., Семченко И.В., Хахомов С.А., Стародубцев Е.Г., Моделирование физических задач на ЭВМ. Часть 2. – Гомель, 1999, 60 с.
3. Лин Д.Г., Семченко И.В., Хахомов С.А., Алферова Т.А., Моделирование физических задач на ЭВМ. Часть 3. – Гомель, 1999, 28 с.

опубликованных в 1992 и 1999 годах. В своей основе сборник представляет собой специальный практикум по решению задач с применением ЭВМ.

Комплект состоит из пакета программ для анализа физических задач находящегося на сервере ГТУ им. Ф.Скорины по адресу <http://www.gsu.unibel.by/pages/physics.html> и данного учебного пособия, сопровождающего учебные программы. Пособие содержит условия задач, охватывающих все традиционные разделы школьного курса физики, их подробное решение, руководство по использованию программ и необходимые пояснения.

Необходимо отметить, что при подготовке данной книги к изданию был использован опыт преподавания физики с использованием ЭВМ не только в Гомельском государственном университете им. Ф.Скорины, но и в других вузах, а также многих школах Гомельской области, в том числе Гомельском областном лицее.

В настоящее время высшие учебные заведения и большинство средних школ оснащены классами персональных электронно-вычислительных машин (ПЭВМ). Однако эффективность использования компьютерных классов, как правило, ограничена рамками стандартного курса "Основы информатики и вычислительной техники". Опыт работы преподавателей физики показывает, что ощущается острая нехватка прикладных компьютерных программ обучающего, иллюстративного и игрового характера, пригодных для работы при преподавании дисциплин, традиционно изучаемым в средней школе.

Компьютерные программы обучающего, справочного и иллюстративного характера, ставящие своей целью решение широкого круга педагогических задач, в настоящее время разрабатываются многими коллективами. Главное отличие данного комплекта - компьютерный анализ и моделирование решений конкретных физических задач, доступных учащимся СШ и студентам младших курсов ВУЗов.

Примерами программных средств, используемых при изучении физики, могут служить компьютерные модели физических явлений и технических устройств; имитационные модели, воспроизводящие обстановку реального или мысленного эксперимента. Несомненный интерес представляет создание средствами компьютерной графики сценариев анализа решения типичных физических задач, рассматривающих основные физические закономерности. Применение электронно-вычислительных машин при решении задач позволяет "скомпенсировать" сложность безусловным интересом учащихся к такой методике и активному диалогу с компьютером.

Упомянутый выше сборник "Моделирование физических задач на ЭВМ", представляет собой комплект программного обеспечения и содержит задачи по традиционным разделам школьного курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; оптика; атомная и ядерная физика.

Настоящая работа является продолжением и обобщением прежней. В книге содержатся задачи всех основных разделов курса общей физики. Следуя основным дидактическим требованиям, представленный в книге материал постепенно переводит уча-

щихся от простых репродуктивных упражнений к решению сложных творческих задач и реализует идею компьютерного анализа решения задач. Работая с комплектом, учащийся получает возможность многократно наблюдать на дисплее развитие физического процесса в исследуемой системе и активно влиять на него путем изменения параметров системы, задаваемых в режиме диалога с компьютером. Это позволяет взглянуть на решаемую задачу с различных точек зрения, а анализ решения превращается в небольшое исследование, что чрезвычайно полезно для качественного усвоения физики.

Авторами были отобраны, а также разработаны более 80 оригинальных задач, охватывающих все разделы школьного курса физики. Некоторые задачи включены одновременно в несколько разделов (например, эффект Комптона рассматривается в разделах «Оптика» и «Атомная и ядерная физика»).

Данный комплект был рекомендован комиссией Гомельского областного управления образования для внедрения в учебный процесс общеобразовательных и профессиональных средних школ и прошел апробацию в школах Гомельской и Могилевской областей.

Комплект соответствует существующим учебным планам и может быть использован в лицеях, средних школах и профессионально-технических училищах.

Авторы выражают благодарность Аверченко Я.И., Алферовой Т.А., Бочкареву-Кому Д.А., Знахаренко С.В., Ковалеву А.П., Крюкову В.Д., Миняиловой Е.Л., Стародубцеву Е.Г., Тяпулину А.В., Шолоху В.Ф. и др., принимавшим участие в работе над книгой и оказавшим существенную помощь при подготовке ее к изданию.

ВВЕДЕНИЕ

В содержании школьного образования одно из центральных мест занимает физика как учебный предмет. Его изучение позволяет учащимся рассмотреть и систематизировать свои эмпирические знания об окружающем мире, содействует политехнической подготовке учащихся, формирует их научное мировоззрение.

Изучение физических теорий и законов, установление причинно-следственных связей между явлениями, применение теоретических знаний к решению конкретных физических задач играют большую роль в развитии логического мышления учащихся, их познавательных способностей.

Решение физических задач — одно из важнейших средств развития мыслительных, творческих способностей учащихся. Часто на уроках проблемные ситуации создаются с помощью задач, а этим активизируется мыслительная деятельность учащихся.

Физической задачей в учебной практике обычно называют небольшую проблему, которая в общем случае решается с помощью логических умозаключений, математических действий и эксперимента на основе законов и методов физики. С этой точки зрения на занятиях по физике практически каждый вопрос, возникший в связи с изучением учебного материала, является для учащихся задачей. Активное целенаправленное мышление всегда есть решение задачи в широком смысле этого слова.

В процессе решения задач учащиеся приобретают умения и навыки применять свои знания для анализа различных физических явлений в природе, технике и быту; выполнять чертежи, рисунки, графики, производить расчеты; пользоваться справочной литературой и т.д. Решение задач имеет и большое воспитатель-

ное значение. С помощью задач можно ознакомить учащихся с возникновением новых прогрессивных идей, обратить их внимание на достижения науки и техники. Решение задач — нелегкий труд, требующий большого напряжения сил. Он может с собой нести и творческую радость успехов, любовь к предмету, и горечь разочарований, неверие в свои силы, потерю интереса к физике.

Решение задачи — это активный познавательный процесс, большую роль в котором играют наблюдения физических явлений и эксперимент. Наблюдения и эксперимент позволяют создать соответствующие образы и представления, уточнить условия задачи, получить недостающие данные, установить зависимость между величинами и т.д. Той же цели служат рисунки, чертежи и графики.

Решение задач как мыслительный процесс — это процесс анализа и синтеза.

Например, обычно при изложении нового физического закона на учитель пользуется индуктивным методом: устанавливает общую закономерность рассматриваемых явлений на основе многих частных случаев.

Большинство физических задач решается дедуктивным путем: применяют физические законы к конкретному случаю. Чтобы связать данное явление с одним или несколькими физическими законами, надо расчленив сложное явление на ряд простых, т.е. применить анализ. Для соединения в общий вывод следствий, полученных из отдельных законов, используется синтез. При решении задач по физике анализ и синтез неразрывно связаны между собой, т.е. применяется единый аналитико-синтетический метод.

В основе любого из приемов решения задачи лежит аналитико-синтетический метод. Алгоритм решения задачи следующий:

1. Ознакомление с условием задачи

Внимательное чтение ее текста, выяснение неизвестных терминов и т.п. Повторение текста (при устном решении), полная или сокращенная запись условия (при письменном решении). Выделение главных вопросов задачи.

Большое значение имеет формулировка задачи. Она, как правило, должна быть ясной и лаконичной. Основные и существенные данные ее должны выступать на первый план, не заслоняясь побочными обстоятельствами.

2. Анализ содержания задачи

Исследование исходных данных. Выяснение физического смысла задачи. Подробное рассмотрение графика, чертежа, схемы, рисунка и т.п. Выяснение дополнительных условий для получения однозначного ответа.

Анализ условия задачи позволяет представить общую картину описанного в ней явления, при этом устанавливается, какие данные или обстоятельства важны и какие несущественны для рассматриваемой ситуации. Для того чтобы познать явление, установить ту или иную физическую закономерность, нередко необходимо его упростить, абстрагировать от реальных условий, где явление никогда не существует в «чистом» виде.

Анализируя задачу, необходимо определить, какие правила, формулы или закономерности следует применить в данной конкретной ситуации. При анализе должно выделяться и то общее, что относит ее к тому или иному типу, и то особенное, что составляет ее характерную черту. Успешное усвоение общих правил и предписаний возможно только в процессе активной деятельности учащихся, особенно при решении проблемных и творческих задач.

3. Составление плана решения

Построение аналитической цепи умозаключений, начинающейся с вопроса задачи и оканчивающейся либо данными ее условия, либо результатом проведенного эксперимента, либо табличными сведениями, либо формулировками законов и определенных физических величин.

4. Осуществление плана решения

Построение синтетической цепи умозаключений, начинающейся с формулировок соответствующих физических законов, определений физических величин, описаний свойств, качеств, состояний тела и оканчивающейся ответом на вопрос задачи.

Следующий этап – выполнение вычислений. На них нередко тратится много времени. Происходит это главным образом из-за неумения применять математические знания на практике. Поэтому при решении задач на первый план нужно выдвигать физическую сторону вопроса, а затем искать пути и средства рациональных математических вычислений.

5. Проверка ответа

Постановка необходимых физических экспериментов, сопоставление полученного ответа с общими принципами физики.

В заключение проводят проверку и анализ решения. Сначала проверяют порядок полученной величины, производят более грубое, чем это положено правилами действий с приближенными числами, округление чисел и, комбинируя действия с ними таким образом, чтобы облегчить выполнение математических операций в уме.

Для проверки и анализа ответа важно логически оценить его правдоподобность, в том числе с помощью метода размерностей. Полезно и целесообразно в ряде задач использовать эксперимент или решить одну и ту же задачу несколькими способами.

Подводя итог, можно заметить, что постановка учебной проблемы с помощью задач не только стимулирует у учащихся повышенный интерес к новому материалу, но дает возможность закрепить имеющиеся знания и осуществить связь полученных ранее знаний с новыми.

С появлением компьютеров процесс изучения физики сильно изменился. Компьютер предоставил нам качественно новые возможности при решении физических задач и позволил иначе построить сам процесс изучения физики. Человек приобретает квалификацию не тогда, когда усваивает некоторую сумму понятий и законов физики, а тогда, когда оказывается способным их применять. Но трудности решения многих задач связаны с математическим аппаратом. Аналитический метод решения физических задач имеет большое значение в настоящее время, однако, несмотря на это, он все же является ограниченным, т.к. его можно использовать только в идеализированных ситуациях.

Когда появился компьютер, спектр задач, которые можно решить быстро, не затрачивая особых усилий, резко расширился. Какими бы сложными формулами ни описывались явления, результат выдается компьютером в считанные секунды. Особенно важно для физики то, что компьютер выдает в виде ответа не только число, но и зависимость этого числа от изменения условия задачи, а также вычерчивает графики полученных зависимостей. Компьютер моделирует и рисует любые сложные траектории, графики процессов и т.д. Теперь можно учесть различные факторы, влияющие на эти процессы: при анализе движения – различ-

ные силы, зависящие от координат, скорости, времени и т.д.; при анализе электрических токов – зависимость сопротивления от температуры, времени, наличия в цепи нелинейных элементов; при анализе хода оптического луча в веществе – зависимость показателя преломления от координат, от интенсивности света и т.д., причем все сложности расчетов компьютер берет на себя. Учащийся должен только четко указать, что и от чего зависит.

Можно выделить два основных направления компьютеризации. Цель первого – обеспечить всестороннюю компьютерную грамотность, в этом случае компьютер является объектом изучения. Цель второго – использовать компьютер в качестве средства, повышающего эффективность обучения. Хотя эти направления не исключают друг друга (например, при формировании компьютерной грамотности в качестве обучающего средства может использоваться компьютер), тем не менее, каждое из них имеет свои особенности и требует решения разных психологических проблем. Психологические проблемы, возникающие в рамках второго направления, определяются анализом обучающей программы как управляющей учебной деятельностью. В такой программе следует выделить два компонента: учебные материалы (тексты, задачи, вопросы, предписания и т.д.), а также программное средство, определяющее способ и последовательность предъявления этих материалов.

Компьютер нужен не только для решения сложных задач высокого уровня, например, для расчета состояний электрона в атоме. Существует большой круг элементарных задач по физике, решение которых стало возможным только благодаря появлению компьютера, и поэтому компьютер можно использовать каждому, кто начинает изучать физику.

Эффективность обучения с помощью компьютера в значительной степени зависит от качества обучающих программ. При низком качестве этих программ компьютер, естественно, не оправдывает тех надежд на повышение эффективности обучения, которые на него возлагаются.

Примером использования программ для учебного процесса могут служить компьютерные модели физических явлений, модели, воспроизводящие обстановку реального или воображаемого физического эксперимента, при изучении курса общей физики.

Моделирование является мощным средством раскрытия структурных элементов и связей между ними, познания закономерностей дидактического процесса. Основной смысл моделирования заключается в том, чтобы по результатам исследования модели можно было делать необходимые заключения о сущности моделируемых явлений.

Технология современного моделирования предполагает значительное абстрагирование от моделируемой действительности. Это влечет за собой разработку и применение моделей различного уровня абстракции. По критерию абстрагирования в дидактике выделяют, по крайней мере два типа научных моделей: абстрактные (перспективные) модели и конкретно – практические модели.

Одно из основных достоинств моделей, реализуемых с помощью ЭВМ, состоит в их гибкости и вариативности, в том, что пользователь может управлять их поведением, активно вмешиваться в работу моделей.

Если пользователь ЭВМ – преподаватель, то он может использовать учебную компьютерную модель в демонстрационных целях и перед ним открывается широкое поле для педагогического творчества. Демонстрируя модель, он может по своему усмотрению выбирать режим работы, в той или иной последовательности менять параметры исследуемого объекта, регулировать темп работы, при необходимости повторять элементы демонстрации и одновременно вести беседу с классом.

Если пользователем ЭВМ является учащийся, учебная компьютерная модель может выступать как объект исследования. При этом учащийся имеет большие возможности для исследовательской, творческой деятельности, что стимулирует развитие его умственных способностей, делает усваиваемые им знания глубже и прочнее, повышает интерес к изучаемому предмету. С другой стороны, учебная компьютерная модель может выступать как чисто иллюстративное средство, повышающее наглядность изучаемого материала.

Работа с учебной компьютерной моделью может длиться несколько минут, а может и весь урок. Ни в том, ни в другом случае система «ЭВМ-пользователь» не должна быть замкнута. В первом случае необходимы определенные указания преподавателя по

организации учебной деятельности, во втором случае, кроме того, необходимы печатные пособия, содержащие описание работы.

Можно выделить следующие свойства учебной компьютерной модели, которые будут способствовать успешному применению этих моделей в учебном процессе.

1. **Информативность.** Под этим в данном случае понимается способность моделирующей программы выдать пользователю необходимую для изучения объекта информацию, глубина и характер которой определяются дидактической целью данной учебной деятельности.
2. **Наглядность.** Наглядность и информативность это – одно и то же, хотя они тесно связаны. Информация, получаемая в процессе работы с моделью, должна иметь удобный для восприятия вид. Это обеспечивается делением информации на порции оптимального размера, выбором оптимального темпа ее подачи, применением разных видов сообщения информации (тексты, формулы, графики, рисунки и др.), выделением в ней наиболее существенных элементов.
3. **Динамичность.** Современные компьютеры позволяют наблюдать на экране дисплея не просто неподвижные картинки, но и изображение различных явлений в их движении, развитии.
4. **Возможность варьирования** пользователем параметров модели и режимов работы моделирующей программы.
5. **Простота управления** работой учебной компьютерной моделью.
6. **Цикличность** использования моделирующей программы или ее частей в учебном процессе. Цикличность полезна тогда, когда исследуется зависимость одних параметров изучаемого объекта от других. А при выявлении таких зависимостей надо проводить измерения этих параметров для разных состояний данного объекта, т.е. по крайней мере дважды.

Учебную компьютерную модель физических явлений и процессов можно применять не только на уроках физики, на занятиях различных кружков и факультативов, в процессе индивидуальной работы ученика с компьютером.

При использовании учебной компьютерной модели на занятиях факультатива и кружка надо дать учащемуся большую самостоятельность и предложить ему больше вариантов деятельности,

чем на обычных уроках. Если учебную компьютерную модель предполагается использовать в работе кружка, то следует подумать о возможности сделать игровую ситуацию формой изучения физического объекта, проверки и закрепления знаний и умений учащихся.

Применение компьютеров в учебном процессе должно увеличить удельный вес моделирования наиболее фундаментальных, наиболее теоретически важных изучаемых физических явлений и процессов. При использовании учебной компьютерной модели в учебном процессе надо позаботиться о том, чтобы учащиеся в своем сознании не производили полного отождествления модели и оригинала. Это не одно и то же, и вследствие определенного различия между ними не все знания о модели можно перенести на оригиналы; модель, верно отражая его сущность, может быть неточной или даже «ошибаться» в некоторых деталях. Но это не недостаток моделирования, а его коренное свойство, характеризующее роль моделей в процессе познания.

При программировании задач мы исходили из того, что обучающая программа должна обеспечить усвоение учебного материала, вырабатывать умения и навыки в самостоятельном решении учебных задач, развивать мышление учащихся. Программы имитируют физические процессы, рассмотренные в задачах, дают возможность учащимся активно «вмешиваться» в изучаемый процесс, «управлять» им, видеть результаты своей деятельности на экране дисплея. В программах предусмотрен контроль операций и в случае необходимости коррекция действий учащегося. Комментарии и реплики носят диалоговый характер. Программы позволяют работать в индивидуальном режиме. Учащийся может пользоваться одной и той же программой (в рамках допустимого учебного времени) до тех пор, пока не удостоверится в своем успехе.

Программы обладают совокупностью реализованных в них педагогических функций. Первая группа функций связана с организацией усвоения материала. Вторая группа функций – контролирующая. Система позволяет осуществлять диагностику исходного уровня знаний и умений учащихся; проводит тематический контроль с выдачей итоговой оценки.

Программа реализует в себе не только моделирование соответствующего явления или процесса, но и возможность контро-

ля знаний учащихся по соответствующей теме. Тесты, предлагаемые в программах, сгруппированы в логически цельные задания с учетом требований к приводимым в тесте правильным и неправильным ответам. Главное требование к ответам – правдоподобность неправильных и включение основных ошибок, совершаемых учащимися при ответе по данной теме. Исключается наличие явно нелепых вариантов ответов. Каждый тест содержит пять вопросов с пятью вариантами ответа. В конце теста выставляется оценка. Необходимо учесть, что такой контроль знаний фиксирует только формальный итог работы учащихся, оставляя невыясненной мотивацию выбора ответа. Чтобы избежать попытки слепого поиска правильного ответа, следует перед каждым занятием, которое проводится с использованием таких программ, предупредить учащихся о том, что после выполнения задания им будет выставлена оценка за ответы на вопросы теста. Выигрыш во времени при такой системе контроля очевиден, т.к. за одно занятие можно не только решить несколько задач, проанализировать их решение при помощи компьютера, но и проконтролировать знание учащихся по соответствующей теме курса физики.

Ни одна программа не ставит учащемуся объективную оценку по изученной теме, она лишь представляет преподавателю информацию о выполнении учащимися заданий пакета, с тем, чтобы преподаватель на основе этой информации смог сформулировать свою оценку.

Третья группа педагогических функций связана с демонстрацией различных объектов и явлений изучаемой действительности.

Важнейшее методическое положение, лежащее в основе использования пакета программ, состоит в том, что использование этого пакета программ сохраняет и поддерживает ведущую роль учителя-предметника. Преподаватель, планируя урок самостоятельно или пользуясь рекомендуемыми методическими разработками, может включить в этот план желаемое число задач, отказавшись от одних, и предпочтя другие, исходя из конкретной ситуации, складывающейся на уроке или перед уроком.

Важно, чтобы преподаватель использовал это пакет программ не случайным образом, а в ключевые, методически обоснованные моменты курса. Конечно, эффективность использования

программ повышается, если в течение урока учащиеся выполняют на компьютере не одно-два, а несколько упражнений.

Преподаватель, работая с пакетом обучающих программ, должен учитывать уровень компьютерной грамотности и технических навыков учащихся, планируя темп урока и количество выносимого на занятия материала.

При составлении программ были использованы только необходимые элементы дизайна. Компьютер при решении физических задач только инструмент. Мы использовали только те возможности, которые необходимы для решения поставленной физической задачи. Иначе можно превратить программу в развлекательное зрелище, при котором учащийся забывает главную цель работы с программой – рассмотрение вариантов моделируемого физического процесса. И весь процесс работы с программой сведется к разглядыванию красивых картинок на экране монитора.

Для каждой задачи использована следующая структура программного обеспечения:

- тест знаний по соответствующей теме;
- аналитическое пошаговое решение;
- ввод данных и графический анализ результатов, позволяющий активно (диалоговый режим) и многопланово исследовать каждую задачу.

Настоящее пособие составлено в соответствии с разработанным на кафедре общей физики Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины пакетом обучающих программ по курсу общей физики. Полный пакет программ включает в себя 86 задач по всему курсу общей физики. Пособие имеет следующую структуру. В начале каждого раздела указывается количество разработанных программ, относящихся к этому разделу. Далее приводятся условия задач, их аналитическое решение и анализ решения задачи на компьютере (допустимые параметры, полученные графики и т.д.).

Подробнее ознакомиться этим пакетом программ можно на сайте Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины по адресу <http://www.gsu.unibel.by/pages/physics.html>.

Как уже упоминалось выше, комплект состоит из пакета программ для анализа физических задач находящегося на сервере ГТУ им. Ф.Скорины и данного учебного пособия, сопровождаю-

шего учебные программы. Пособие содержит условия задач, охватывающих все традиционные разделы школьного курса физики, их подробное решение, руководство по использованию программ и необходимые пояснения.

Комплект содержит задачи из основных разделов физики. Количество задач в каждом разделе:

1. «Механика» - 20
2. «Молекулярная физика и термодинамика» - 16
3. «Электричество и магнетизм» - 15
4. «Оптика» - 18
5. «Атомная и ядерная физика» - 16

Для работы с комплектом от преподавателя и учащегося не требуется специальных знаний и навыков в области программирования и общения с компьютером. Все необходимые подсказки выводятся на дисплей.

При отборе задач соблюдались следующие принципы:

1. типичность
2. средний уровень сложности
3. наглядность условия
4. интересные зависимости результата от входных параметров, отраженные на соответствующих графиках.

Работа с каждой конкретной задачей описана после её решения в пункте «Анализ решения задачи на компьютере», в котором излагается последовательность действий при анализе и отображаемая на экране информация. Процесс загрузки пакета, а также особенности работы с отдельными задачами для каждого типа компьютерного класса даются в приложении к данному пособию по адресу <http://www.gsu.unibel.by/pages/physics.html>.

Ковалев А.П.

Глава 1

МЕХАНИКА

Задача 1.

Два тела, расположенных на расстоянии L друг от друга одновременно начинают движение вдоль одной прямой. Первое тело движется со скоростью $\vec{V}_1$, второе - $\vec{V}_2$. Через какое время они встретятся? Какое расстояние пройдут тела до встречи? Построить графики зависимости путей, пройденных телами, от времени и исследовать их поведение для различных вариантов значений и направлений скоростей тел.

Решение.

Совместим начало оси ОХ, вдоль которой движутся тела, с положением тела 1 в момент времени. Тогда уравнения движения тел имеют вид:

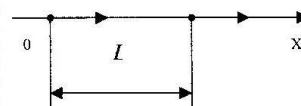


Рис. 1.

$$x_1(t) = V_1 t, \quad x_2(t) = L + V_2 t.$$

В момент встречи $x_1 = x_2$, следовательно $V_1 t = L + V_2 t$. Отсюда для времени встречи получаем

$$t^* = \frac{L}{V_1 - V_2}.$$

Расстояния, пройденные телами до встречи, соответственно равны

$$S_1 = V_1 t^* = \frac{V_1 L}{V_1 - V_2}; \quad S_2 = V_2 t^* = \frac{V_2 L}{V_1 - V_2}.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИ

где $|\vec{V}_2|$ — модуль вектора $\vec{V}_2$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости пройденного пути от времени.

Диапазон данных:

$$0 < L < 519 \text{ м}, \quad -100 < V_1, \quad V_2 < 100 \text{ м/с}.$$

Задав скорости первого и второго тела, а также расстояние между ними в начальный момент времени (не более 519 м), на экране наблюдаем движение тел до встречи (или до достижения одним из тел края экрана). Затем на экране появляются значения пройденного телами пути и времени (если встреча невозможна, то появляется надпись «Тела не встретятся!!!»)

После нажатия любой клавиши появляется график зависимости.

Задача 2.

По двум дорогам, пересекающимся под углом α , в направлении перекрёстка движутся два автомобиля со скоростями V_1 и V_2 . Второй автомобиль пересекает перекрёсток с запаздыванием на τ время. Найти и исследовать зависимость расстояния между автомобилями после прохождения перекрёстка вторым автомобилем.

Решение.

Геометрия задачи показана на рисунке 2. Отсчёт времени будем вести с момента прохождения перекрёстка первым автомобилем. Тогда законы движения автомобилей

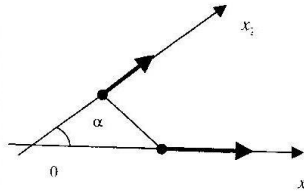


Рис.2

$$x_1(t) = V_1 t, \quad x_2(t) = V_2(t - \tau)$$

Расстояние между автомобилями в момент времени t

$$S(t) = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t) - 2x_1(t)x_2(t)\cos\alpha} = \\ = \sqrt{(V_1 t)^2 + V_2^2(t - \tau)^2 - 2V_1 V_2 t(t - \tau)\cos\alpha}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости расстояния между телами от времени

Диапазон данных: $0 < \alpha < 90^\circ$, $0 < V_1, V_2 < 50 \text{ м/с}$, $0 < \tau < 100 \text{ с}$.

После введения угла α появляется схематический рисунок перекрёстка, на котором одна из дорог располагается горизонтально, а вторая составляет с ней угол α . Затем последовательно вводятся скорости автомобилей и время запаздывания, после чего на экране демонстрируется их движение. В момент времени, когда расстояние между автомобилями минимально, вычерчивается отрезок, соединяющий эти автомобили. При дальнейшем движении автомобилей положение отрезка не изменяется. После окончания движения на экране высвечиваются $S_{\min}$ и соответствующее этому расстоянию время $t_{\min}$.

После нажатия любой клавиши появляется искомый график зависимости.

Задача 3.

Мальчик плывёт со скоростью $\vec{V}_2$ через реку, скорость течения которой $\vec{V}_1$. Получить выражение и построить график зависимости расстояния S , на которое его сносит течением, от направления движения мальчика относительно воды. Ширина реки $h = 100 \text{ м}$.

Решение.

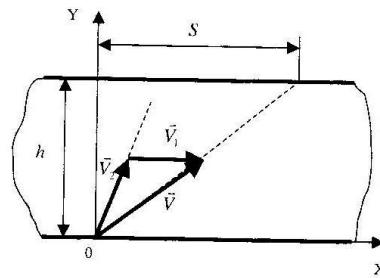


Рис. 3.

Направление скорости мальчика $\vec{V}_2$ относительно воды зададим углом α (рис. 3). Уравнения зависимости координат мальчика от времени имеют вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= (V_1 + V_2 \cos \alpha) t; \\ y(t) &= V_2 \sin \alpha \cdot t, \end{aligned}$$

где V_1 — скорость течения воды в реке.

При достижении противоположного берега за время t^* . Тогда

$$S = (V_1 + V_2 \cos \alpha) t^*; \quad h = V_2 \sin \alpha \cdot t^*.$$

$$\text{Отсюда находим } S = \frac{(V_1 + V_2 \cos \alpha)}{V_2 \sin \alpha} \cdot h.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ. Исследование зависимости величины сноса от угла α

Диапазон данных: $0 < V_1 < 5$ м/с, $0 < V_2 < 10$ м/с, $0 < \alpha < 180^\circ$.

Вначале выбирается число попыток мальчика пересечь реку под разными углами α (не более 10), а затем вводятся фиксированные значения скоростей течения реки и движения мальчика. После ввода требуемой информации задается первое значение угла α и на экране высвечивается траектория движения пловца, а затем численное значение величины сноса. После нажатия любой клавиши задается новое значение угла и на экране появляется следующая траектория и значение величины сноса. После реализации выбранного числа опытов на экране строится зависимость $S(\alpha)$. Расчётные точки, соответствующие выбранным углам, изображаются на графике в виде кружочков.

Задача 4.

Из пункта А, расположенного на берегу озера (рис. 4), путешественнику необходимо попасть в пункт В, находящийся на острове и удалённый от берега на расстояние $L = 3000$ м. Вначале он движется вдоль берега по прямой АО, а затем, пройдя путь $AC = x$, по воде. Получить выражение и построить график зависимости от времени t , затраченного путешественником на движении из А в В, от величины x , если скорость его перемещения по суше V_1 , а по воде V_2 . Кратчайшее расстояние между пунктами А и В $S = 5000$ м.

Решение.

Время движения путешественника из пункта А в пункт В

$$t = t_1 + t_2,$$

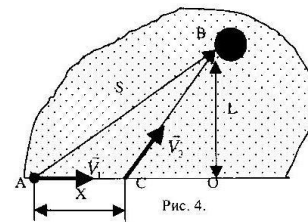


Рис. 4.

где $t_1 = x/V_1$ - время движения по суше на участке AC,
 $t_2 = |CB|/V_2$ - время движения по воде на участке CB.

Учитывая, что длина отрезка CB,

$$|CB| = \sqrt{x^2 + S^2 - 2x\sqrt{S^2 - L^2}},$$

что легко получить, используя теорему Пифагора, окончательно находим.

$$t(x) = \frac{x}{V_1} + \frac{\sqrt{x^2 + S^2 - 2x\sqrt{S^2 - L^2}}}{V_2}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости времени движения от величины X.

Диапазон данных: $0 < V_1 < 50$ м/с, $0 < V_2 < 50$ м/с, $0 < x < 4000$ м.

Вначале задаётся число опытных значений величин X (не более 10), после чего последовательно вводятся скорости движения по суше и по воде. Затем вводится первое значение величины X и на экране демонстрируется движение путешественника. По окончании движения после нажатия любой клавиши вводится новое значение X и т.д. заданное число раз. После проведения последнего опыта строится искомый график зависимости.

Задача 5.

Материальная точка, имеющая начальную скорость $\vec{V}_0$, движется вдоль прямой с постоянным ускорением $\vec{a}$. Вычислить график зависимости пути S , пройденного точкой, от времени движения t .

Решение.

Направим на ось OX вдоль вектора $\vec{V}_0$ начальной скорости точки.

Если направления векторов $\vec{a}$ и $\vec{V}_0$ совпадают ($a > 0$), то дви-

жение точки равноускоренно и искомая зависимость имеет вид:

$$S(t) = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

при любом $t \geq 0$ и $a \geq 0$.

В случае, когда направления векторов $\vec{V}_0$ и $\vec{a}$ противоположны ($a < 0$), движение точки на первом этапе является равнозамедленным, а в дальнейшем, после остановки в момент времени t^* и изменения направления движения на обратное, она снова начнёт двигаться равноускоренно с тем же ускорением $\vec{a}$.

Путь S^* , пройденный точкой до момента начала движения в обратную сторону, найдём по известной формуле

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}.$$

Положив в момент остановки $V = 0$ имеем

$$S^* = -V_0^2/2a. \quad (2)$$

Аналогично, из соотношения $V = V_0 + at$ находим время движения точки до остановки

$$t^* = -V_0/a. \quad (3)$$

С учётом выражений (2) и (3) искомую зависимость при можно представить следующей кусочно-гладкой функцией:

$$S(t) = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ если } t - t^* = t + \frac{V_0}{a} < 0; \quad (4a)$$

$$S(t) = -\frac{V_0^2}{2a} - \frac{a}{2} \left(t + \frac{V_0}{a} \right)^2, \text{ если } t - t^* = t + \frac{V_0}{a} \geq 0. \quad (4b)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости пройденного пути от времени

Диапазон данных: $0 < V_0 < 100$ м/с, $-100 < a < 100$ м/с².

Последовательно задав начальную скорость, ускорение и время

движения, наблюдаем в реальном времени тела. Затем, после нажатия любой клавиши, получим искомый график зависимости.

Задача 6.

Найти зависимость перемещения S ползуна 2 (рис.5) кривошипно-шатунного механизма от угла φ поворота кривошипа 1. Радиус кривошипа $R=1$ м, длина шатуна $3 L=4$ м. Центр кривошипа поднят над направляющей движения ползуна на $1,5R$. В начальном положении угол $\varphi_0=0$.

Решение.

В произвольный момент времени координата ползуна 2, движущегося вдоль оси OX

$$x = R \sin \varphi + \sqrt{L^2 - R^2(1,5 - \cos \varphi)^2},$$

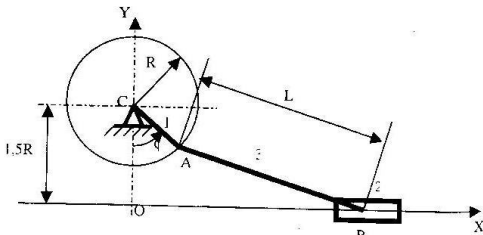


Рис. 5.

где $\varphi=\varphi(t)$ - угол поворота кривошипа 1 за время t .

В начальный момент времени координата ползуна 2

$$x_0 = \sqrt{L^2 - 0,25R^2}.$$

Следовательно, искомое перемещение

$$S = x - x_0 = R \sin \varphi + \sqrt{L^2 - R^2(1,5 - \cos \varphi)^2} - \sqrt{L^2 - 0,25R^2}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости перемещения ползуна от угла поворота кривошипа

Вначале выбирается число опытных значений угла φ (не более 10). Затем последовательно вводятся эти значения, после ввода каждого значения угла наблюдаем движение механизма и получаем значение конечного смещения. просмотрев все опыты и нажав любую клавишу, получим искомый график зависимости, на котором опытные значения обозначаются кружочками.

Задача 7.

Тело брошено с поверхности земли под углом α к горизонту с начальной скоростью V_0 . Получить уравнение траектории полёта тела и вычислить дальность полёта. Сопротивление воздуха не учитывать.

Решение.

Используя систему координат, изображённую на рисунке 6, запишем законы движения для координат тела:

$$x(t) = V_0 \cos \alpha t$$

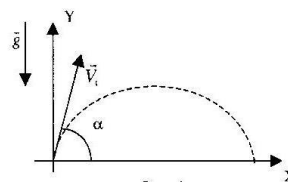


Рис. 6.

$$y(t) = V_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Уравнение траектории найдём, исключив время из этих выражений

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2(V_0 \cos \alpha)^2}.$$

Учитывая, что в момент приземления $y=0$, для дальности полёта из последнего уравнения получаем:

$$x = V_0^2 \sin 2\alpha / g.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости формы траектории и дальности полёта от начальной скорости и угла бросания

Диапазон данных: $0 < \alpha < 90^\circ$, $0 < V_0 < 100$ м/с.

В правой части экрана находится таблица, в которую вводятся значения начальной скорости и угла бросания в ответ на запрос компьютера в виде знака «?» в соответствующей графе таблицы. После ввода запрошенных значений в левой части экрана на графике строится траектория полёта тела, а затем в правых колонках таблицы выводятся дальность полёта тела S_{max} и максимальная высота подъёма тела H_{max} . Аналогичным образом проводятся ещё 4 опыта.

Задача 8.

Ледяная гора составляет с горизонтом угол α . По этой горе снизу вверх пускают шайбу с начальной скоростью V_0 . Приняв за начало координат и начало отсчёта времени точку бросания шайбы и момент её запуска соответственно, найти зависимость координаты, скорости и пути шайбы от времени и построить их графики. Считать, что коэффициент трения шайбы о лёд $\mu < \tan \alpha$.

Решение.

При решении данной задачи следует рассмотреть два случая:

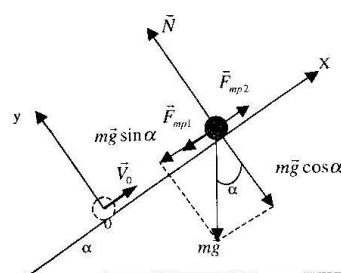


Рис. 7.

1. Брошенная снизу вверх шайба движется в течение времени $t \leq t^*$, где t^* — время, за которое она достигает максимальной высоты подъёма.

В этом случае на шайбу в направлении противоположном направлению оси OX выбранной системы координат (рис. 7) действуют сила трения $\vec{F}_{\text{fr1}}$ и составляющая силы тяжести шайбы $m\vec{g} \sin \alpha$. Следовательно, по второму закону Ньютона, ускорение, приобретаемое шайбой, равно

$$a = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

где знак «-» означает, что направление вектора ускорения противоположно направлению оси OX.

Тогда пользуясь известными соотношениями кинематики, для искомых зависимостей можем записать

$$x(t) = S(t) = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha);$$

$$V(t) = V_0 - gt(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)$$

Время t^* найдем из условия $V(t^*)=0$; $t^*=V_0/g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$.

2. Шайба движется в течение времени $t \geq t^*$. Теперь вдоль оси OX на шайбу действуют сила трения $\vec{F}_{тр2}$ и та же составляющая силы тяжести $m\vec{g} \sin\alpha$. Ускорение

$$a = -g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha).$$

Для зависимостей координаты, скорости и пути шайбы от времени имеем

$$x(t) = x_{\max} - \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)(t - t^*)^2$$

$$V(t) = -g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)(t - t^*)$$

$$S(t) = x_{\max} + \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)(t - t^*)^2$$

где $x_{\max} = V_0^2/2g(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)$ - координата шайбы в момент времени.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимостей координаты, скорости и пути шайбы от времени

Диапазон данных: $0 < \alpha < 90^\circ$, $0 < V_0 < 50$ м/с.

После введения угла наклона α на экране появляется схематичное изображение наклонной плоскости и запросы на ввод начальной скорости шайбы и коэффициента трения скольжения μ . Вслед за этим шайба приходит в движение. После остановки шайбы на экран выводится численное значение $x_{\max}$. Затем нажатием любой клавиши последовательно вызываются графики зависимостей $x(t)$, $V(t)$, $S(t)$.

Задача 9.

На доске лежит брусок массой m . Один конец доски медленно поднимают. Построить график зависимости силы трения $F_{тр}$ от угла α наклона доски к горизонту. Коэффициент трения покоя между бруском и доской μ_0 , коэффициент трения скольжения μ .

Примечание: под коэффициентом трения покоя понимают коэффициент пропорциональности между силой трения покоя и силой нормального давления.

Решение.

При изменении угла от нуля α до некоторого значения α_0 брусок не перемещается. Следовательно, сила трения покоя равна составляющей силы тяжести вдоль оси OX (рис. 8)

$$F_{тр} = mg \sin\alpha$$

и возрастает с ростом угла α , достигая своего предельного значения

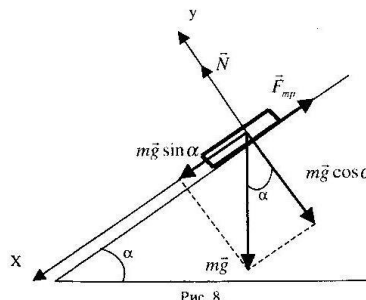


Рис. 8.

$$F_{тр}^* = \mu_0 m \cos \alpha_0,$$

при $\alpha = \alpha_0 = \arctg \mu_0$.

При достижении этого угла сила трения скачкообразно уменьшается до значения

$$F_{тр}^* = \mu m \cos \alpha_0$$

и брусок приходит в движение.

Дальнейшее увеличение угла α ($\alpha_0 < \alpha \leq \pi/2$) приводит к уменьшению силы трения скольжения по закону

$$F_{тр} = \mu m g \cos \alpha_0$$

Объединяя изложенные выше результаты, запишем выражение зависимости силы трения от угла α в виде:

$$F_{тр} = mg \sin \alpha, \text{ если } [0; \arctg \mu_0];$$

$$F_{тр} = \mu m g \cos \alpha, \text{ если } [\arctg \mu_0; \pi/2].$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости силы трения от угла наклона.

Диапазон данных: $0 < m < 100$ кг.

После введения массы бруска m , коэффициентов трения покоя μ_0 и скольжения μ на экране появляется схематичное изображение движения бруска вдоль наклонной плоскости, установленной под критическим углом α_0 , соответствующим началу соскальзывания бруска. На рисунке брусок изображён в виде окружности. Затем нажатием любой клавиши вызывается график зависимости $F_{тр}(\alpha)$.

Задача 10.

Груз массой m_1 находится на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ и связан с грузом массой m_2 нерастяжимой лёгкой нитью, переброшенной через неподвижный блок, установленный в вершине наклонной плоскости (рис. 9) Определить ускорение грузов и силу трения между грузом и наклонной плоскостью, ес-

ли коэффициент трения скольжения между ними μ . Трением в блоке пренебречь.

Решение.

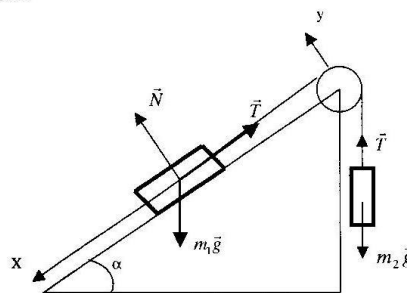


Рис. 9.

Поведение системы реализуется в виде одного из 4 возможных случаев:

- 1) Груз массой m_1 движется в направлении оси OX и сила трения скольжения

$$F_{ск} = \mu m_1 g \cos \alpha$$

направлена в противоположную сторону;

- 2) Система покоится, а сила трения покоя (может и не достигать максимального значения) направлена противоположно OX;
- 3) Система покоится, но сила трения покоя направлена вдоль оси OX;
- 4) Система движется в сторону, противоположную оси OX, сила трения скольжения направлена вдоль оси OX.

Условимся считать ускорение и силу трения положительными в том случае, если они направлены вдоль оси OX, в противном случае они будут отрицательны. Если учесть, что проекция силы тяжести на ось OX

$$F_1 = m_1 g \sin \alpha,$$

то решение задачи для всех случаев можно записать в виде

$$a = \begin{cases} \begin{cases} \frac{F_1 - m_2 g - F_{\text{тр}}}{m_1 + m_2}; F_{\text{тр}} = -F_{\text{ск}} \\ 0; F_{\text{тр}} = -(F_1 - m_2 g) \end{cases}, & \text{если } F_1 - m_2 g \geq 0, \begin{cases} F_1 - m_2 g - F_{\text{ск}} \geq 0 \\ F_1 - m_2 g - F_{\text{ск}} < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0; F_{\text{тр}} = -(F_1 - m_2 g) \\ \frac{F_1 - m_2 g + F_{\text{ск}}}{m_1 + m_2}; F_{\text{тр}} = F_{\text{ск}} \end{cases}, & \text{если } F_1 - m_2 g < 0, \begin{cases} F_1 - m_2 g + F_{\text{ск}} \geq 0 \\ F_1 - m_2 g + F_{\text{ск}} < 0 \end{cases} \end{cases}$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование поведения системы при различных условиях.

Программа позволяет проанализировать и визуализировать за движением бруска в зависимости от его массы, массы груза, и коэффициента трения. В левом верхнем углу высвечивается таблица и значок приглашения к вводу данных ">". Этот значок можно перемещать в пределах таблицы, нажимая клавиши "↑" и "↓". Если необходимо ввести, например, массу нужно поставить значок ">" в строку и нажать клавишу "ВВОД". Появится подсвеченное изображение данной строки. Затем, используя цифровые клавиши и клавиши "←", "→" ввести требуемое значение. Изображение вновь станет нормальным и система готова к изменению других параметров. В случае, если все изменения сделаны, необходимо поставить значок ">" в строку "а" и нажать клавишу "ВВОД". На рисунке будет отображено поведение системы и в верхней части экрана появятся надписи "Брусок движется к (от) блоку (а)" или "Сила трения $F_{\text{тр}} = \dots$ Н". В таблице появится значение ускорения a м/с².

Если Вы хотите прекратить работу с задачей, нажмите клавишу "КЛЮЧ".

Задача 11.

Шарик, подвешенный на нерастяжимой нити длиной L , равномерно движется по окружности с частотой ν . Определить зависимость угла отклонения нити от вертикали как функцию частоты вращения.

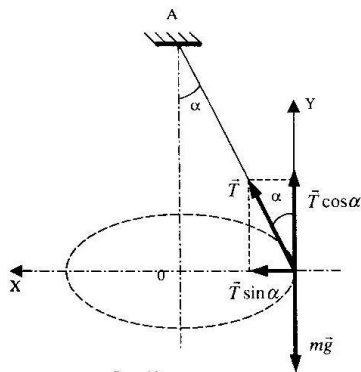


Рис. 10.

Решение.

На движущийся шарик действуют силы тяжести $m\vec{g}$ и натяжения нити $\vec{T}$ (рис. 10). Следовательно, по второму закону Ньютона,

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T},$$

где $\vec{a}$ - ускорение шарика. В проекциях на оси выбранной системы координат имеем

$$ma = T \sin \alpha; 0 = T \cos \alpha - mg$$

откуда находим

$$\operatorname{tg} \alpha = a/g.$$

(1)

Учитывая, что нормальное ускорение

$$a = V^2/R = \omega^2 R = 4\pi^2 \nu^2 R,$$

где ω - угловая скорость шарика, R - радиус его траектории из выражения (1) окончательно получаем:

$$\alpha = \arccos(g/4\pi^2 \nu^2 L).$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости угла отклонения нити от частоты вращения шарика.

Диапазон данных: $0 < L < 2,5$ м, $0 < \nu < 1000$ об/с.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся длина нити L и частота вращения ν . На экране появляется схематическое изображение нити с шариком, который приводится во вращение, и численное значение угла отклонения α . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $\alpha(\nu)$.

Задача 12.

Один конец пружины длиной L и жесткостью k прикреплен к вертикальной оси и вращается вокруг нее в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω . К другому концу пружины прикреплен шарик массой m . Пренебрегая массой пружины, определить ее удлинение.

Решение.

Согласно второму закону Ньютона

$$m\omega^2(L+x) = kx,$$

где x - удлинение пружины. Следовательно,

$$x = m\omega^2 L / (k - m\omega^2).$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости удлинения пружины от угловой частоты вращения шарика.

Диапазон данных: $0 < L < 1,5$ м, $0 < k < 10^3$ Н/м, $0 < m < 100$ кг.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Затем последовательно вводятся длина и жесткость пружины, масса шарика и угловая частота его вращения ω . На экране появляется изображение (вид сверху) вращающейся пружины и указывается ее удлинение x . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $x(\omega)$.

Задача 13.

Шар массой m_1 налетает со скоростью V_0 на покоящийся шар массой m_2 . Считая удар абсолютно упругим, рассчитать скорости шаров после столкновения.

Решение.

Пусть скорость шаров после удара V_1 и V_2 соответственно. Согласно закону сохранения импульса и закону сохранения энергии имеем

$$m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2;$$

$$\frac{1}{2} m_1 V_0^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2.$$

Решая систему записанных уравнений, находим

$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_0; \quad V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_0.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Определение скоростей шариков после упругого удара

Диапазон данных: $0 < V_0 < 100$ м/с, $0 < m_1, m_2 < 100$ кг.

На экране изображён покоящийся шарик. После введения скорости движущегося шарика и масс шариков наблюдаем их движение до и после удара, при этом на экране появляются численные значения скоростей V_1 и V_2 .

Задача 14.

На нерастяжимой нити длиной L , подвешен шарик. Его отклонили на угол φ_0 от вертикальной оси и отпустили. Найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Построить график зависимости этой скорости от угла φ_0 .

Решение.

Согласно закону сохранения энергии

$$mgh = \frac{1}{2} mV^2,$$

где V – скорость шарика в момент прохождения им положения равновесия, $h = L(1 - \cos \varphi_0)$ (рис. 11) – высота с которой шарик начал своё движение. Следовательно,

$$V = \sqrt{2gL(1 - \cos \varphi_0)}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Исследование зависимости максимальной скорости движения математического маятника от угла начального отклонения.

Диапазон данных: $0 < L < 2,5$ м, $-90^\circ < \varphi_0 < 90^\circ$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся длина маятника (на экране появляется схематическое изображение маятника) и угол начального отклонения φ_0 (маятник приходит в движение). На экране высвечивается макси-

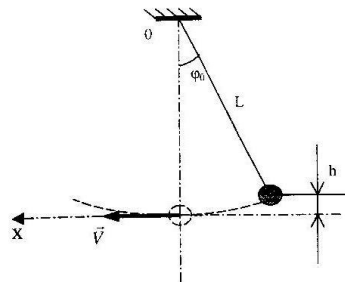


Рис. 11.

мальная скорость маятника V . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $V(\varphi_0)$.

Задача 15.

Груз массой M , находящийся на высоте h над вертикально установленной пружиной с площадкой массой $M_1 = 0,1$ кг, свободно падает на площадку. Жёсткость пружины k . Определить величину наибольшего сжатия пружины при неупругом ударе. Построить график зависимости этой величины от высоты груза. Тепловыми потерями пренебречь.

Решение.

Согласно закону сохранения и превращения энергии, при неупругом ударе,

$$Mg(h+x) + M_1gx = \frac{1}{2} kx^2 + Q,$$

где $Mg(h+x)$ – изменение потенциальной энергии груза;
 M_1gx – изменение потенциальной энергии площадки;

$\frac{1}{2}kx^2$ - потенциальная энергия, запасённая в пружине в момент ее наибольшего сжатия;

Q - теплота, выделяемая при ударе и последующей деформации пружины.

Пренебрегая величиной Q и решая записанное уравнение относительно x , получаем

$$x = (M + M_1) \frac{g}{k} \pm \sqrt{(M + M_1)^2 \left(\frac{g}{k}\right)^2 + 2Mh \frac{g}{k}}.$$

Решение со знаком "-" лишено физического смысла.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости величины наибольшего сжатия пружины от высоты груза над площадкой

Диапазон данных: $0 < M < 100$ кг, $0 < k < 10^5$ Н/м, $0 < h < 2$ м.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся пружины, масса груза и его высота h над площадкой. На экране появляется схематическое изображение опыта и указывается величина наибольшего сжатия пружины x . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $x(h)$.

Задача 16.

Груз массой M свободно падает с некоторой высоты на вертикальную пружину с площадкой массой $M_1 = 0,1$ кг. В момент достижения площадки груз имеет скорость V . Найти зависимость силы упругости в момент максимального сжатия пружины от скорости V . Жёсткость пружины k . Удар шарика о площадку считать неупругим.

Решение.

В момент достижения площадки часть кинетической энергии шара расходуется на тепловые потери, обусловленные неупругим

характером реализуемого удара. Поэтому система шар-площадка сразу после удара будет обладать кинетической энергией

$$T = \frac{1}{2}(M + M_1)u^2,$$

где $u = MV/(M + M_1)$ - скорость, приобретаемая системой шар-площадка, которую легко найти из закона сохранения импульса.

В свою очередь, кинетическая энергия T расходуется на изменение потенциальной энергии системы шар-площадка и деформацию пружины. В момент наибольшего сжатия, согласно закону сохранения и превращения энергии,

$$T = -(M + M_1)gx + \frac{1}{2}kx^2.$$

Решая записанное уравнение относительно изменения длины пружины x , имеем

$$x = \frac{(M + M_1)g \pm \sqrt{(M + M_1)^2 g^2 + k^2 M^2 V^2 / (M + M_1)}}{k}.$$

Решение со знаком "-" не имеет физического смысла и должно быть отброшено. Следовательно, искомая зависимость имеет вид

$$F_{\text{упр}} = kx = (M + M_1)g \pm \sqrt{(M + M_1)^2 g^2 + k^2 M^2 V^2 / (M + M_1)}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Исследование зависимости величины максимальной силы упругости пружины от скорости шарика в момент падения на площадку.

Диапазон данных: $0 < M < 100$ кг, $0 < k < 10^5$ Н/м, $0 < V < 12$ м/с.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся жёсткость пружины, масса шарика и его скорость V . На экране появляется схематическое изображение опыта и указывается величина максимальной силы упругости $F_{\text{упр}}$. После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $F_{\text{упр}}(V)$.

Задача 17.

Куб с длиной ребра a погружен в жидкость с плотностью ρ_1 . Определить высоту H части куба, которая находится ниже уровня жидкости, если плотность куба ρ_2 .

Решение.

Пусть H – высота части куба, погруженной в жидкость. Тогда из условия равновесия куба, обусловленного равенством силы тяжести и силы Архимеда, действующих на него:

$$\rho_2 g a^3 = \rho_1 g a^2 H \quad \text{или} \quad \rho_2 a = \rho_1 H.$$

Следовательно,

$$H = a \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Определение длины части ребра куба, погруженного в жидкость.

Диапазон данных: $0 < a < 10$ м, $0 < \rho_1, \rho_2 < 10^3$ кг/м³.

После введения длины ребра куба на экране появляется схематическое изображение куба в сосуде с жидкостью. Затем последовательно вводят плотности жидкости и куба, в результате чего куб занимает соответствующее положение. На экране высвечивается значение длины погруженной части ребра куба (если куб затонул, то указывается "На дне"). Опыт повторяется 5 раз, после чего может быть осуществлен выход из задачи.

Задача 18.

Какую работу нужно совершить при медленном подъеме тела на высоту h из резервуара с жидкостью глубиной S ? Тело считать кубом с длиной ребра a . Плотность жидкости – ρ_1 , куба – ρ_2 .

Решение.

При решении задачи следует рассмотреть три случая:

1. $0 \leq h \leq S - a$ – куб перемещается внутри жидкости так, что его верхняя грань не появляется над её поверхностью. Тогда

$$A = (\rho_2 - \rho_1) a^3 g h;$$

2. $S - a \leq h \leq S$ – куб, переместившись в жидкость, продолжает движение вверх, но его нижняя грань при этом не пересекает уровня поверхности жидкости. В этом случае

$$A = g a^2 \left(\rho_2 a (h - S + a) + \frac{1}{2} \rho_1 ((h - S)^2 - a^2) + (\rho_2 - \rho_1) a (S - a) \right)$$

3. $h \geq S$ – куб, переместившись в жидкость и поднявшись над ней на высоту своего ребра, продолжает движение вверх. Совершаемая работа

$$A = g a^3 \left((\rho_2 - \rho_1) (S - a) + \left(\rho_2 - \frac{1}{2} \rho_1 \right) a + \rho_2 (h - S) \right).$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости работы против силы тяжести от высоты подъема куба.

Диапазон данных: $0 < S < 80$ м, $0 < h < 160$ м, $0 < \rho_1, \rho_2 < 10^3$ кг/м³.

Вначале вводят глубину резервуара и на экране появляется его схематическое изображение. Затем указывают длину ребра куба, что сопровождается его появлением на экране. После вводят плотности жидкости и куба, а также высоту подъема h . Куб приходит в движение и по его завершению на экране высвечивается численное значение работы A против силы тяжести. Опыт повторяется 5 раз при различных значениях высоты. Затем нажатием любой клавиши получают график зависимости $A(h)$.

Задача 19.

Шарик, подвешенный на нерастяжимой нити длиной L , отклонили на малый угол α и отпустили. Построить график зависимости координаты x шарика от времени. Началом координат считать положение равновесия.

Решение.

При малых углах α шарик на нити будет совершать гармонические колебания около положения равновесия АО (рис. 12). Следовательно, для зависимости координаты шарика от времени в общем случае можем записать

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0),$$

где A — амплитуда колебаний;

ω — циклическая частота;

ϕ_0 — начальная фаза колебаний.

Учитывая, что в рассматриваемом случае

$$\phi_0 = 0,$$

$$\omega = 2\pi/T = \sqrt{g/L},$$

$A \approx L\alpha$ где α — угол отклонения шарика в начальный момент времени, выраженный в радианах, окончательно имеем

$$x(t) = L\alpha \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right).$$

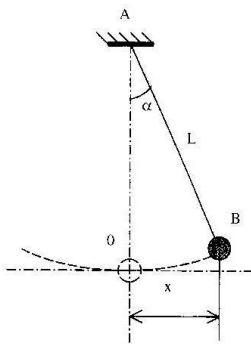


Рис. 12.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.**Исследование зависимости координаты математического маятника от времени**

Диапазон данных: $0 < L < 2,5$ м, $-10^\circ < \alpha < 10^\circ$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся длина маятника (на экране появляется схематическое изображение маятника) и угол начального отклонения α . Затем вводятся время качания и маятник приходит в движение.

После окончания движения на экране высвечивается координата маятника x . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершении выбранного числа опытов получают график зависимости $x(t)$.

Примечание: рекомендуемый интервал изменения угла α , не удовлетворяющий требованию $\sin \alpha \approx \alpha$, выбран с целью улучшения наглядности при наблюдении за движением шарика на экране компьютера.

Задача 20.

Построить график и исследовать зависимость периода колебаний математического маятника от длины нити при малых отклонениях от положения равновесия.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ**Исследование зависимости периода математического маятника от длины нити.**

Диапазон данных: $0 < L < 2,5$ м, $-10^\circ < \alpha < 10^\circ$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся длина маятника (на экране появляется схематическое изображение маятника) и угол начального отклонения. Затем маятник приходит в движение. После окончания движения на экране высвечивается период колебаний маятника T . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $T(L)$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИ

Глава 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Задача 1.

Молекулярный пучок падает на стенку и отражается от неё по закону упругого удара. Найти давление p , оказываемое пучком на стенку, если вектор скорости молекул $\vec{V}$ составляет угол φ с нормалью к стене. Стенка движется со скоростью $\vec{u}$. Масса молекулы m , концентрация молекул n .

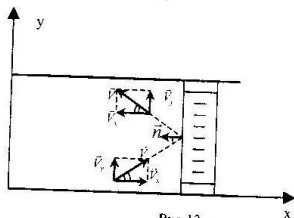


Рис. 13

Решение.

1. Случай неподвижной стенки.

Так как отражение молекул от стенки происходит по законам упругого удара, то составляющая V_x скорости молекул в пучке не изменяется (рис. 13). Число молекул, которые столкнутся с участком стенки площадью за время t , будет

$$N = nStV \cos(\varphi).$$

В результате удара импульс одной молекулы изменится на величину

$$\Delta P = 2mV \cos(\varphi).$$

Следовательно, изменение импульса всех молекул, столкнувшихся с выделенным участком стенки за время t ,

$$N\Delta P = 2mntSV^2 \cos^2(\varphi).$$

Используя второй и третий законы Ньютона, запишем

$$Ft = N\Delta P,$$

где F — сила, с которой молекулярный пучок действует на стенку. Тогда давление

$$p = \frac{F}{S} = 2mnV^2 \cos^2(\varphi).$$

2. Случай движущейся стенки.

Давление, оказываемое молекулярным пучком на стенку, перемещающуюся со скоростью $\vec{u}$ в направлении нормали $\vec{n}$.

$$p = 2mn(V \cos \varphi \pm u)^2.$$

Знак "+" соответствует случаю, когда стенка движется навстречу пучку, а "-" — когда она удаляется от него.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости давления молекулярного пучка на стенку от скорости её движения.

Диапазон данных:

$$0 < m < 1000 \text{ а.е.м.}, \quad 0 < n < 10^{100} \text{ л/м}^3, \quad 0 < V < 5 \text{ м/с},$$

$$0 < \varphi < 90^\circ, \quad 0 < u < 6 \text{ м/с}.$$

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Затем последовательно вводят массу молекулы газа, его концентрацию, скорость молекул, угол между направлением скорости молекулы и нормалью к стенке, а также скорости стенки. На экране появляется схематическое изображение стенки (в виде поршня) и падающих на неё молекул. После остановки стенки на экране высвечивается величина давления p . После нажатия любой клавиши опыт повторяют. После завершения выбранного числа опытов получают график зависимости $p(u)$.

Задача 2.

При повышении температуры идеального газа на ΔT средняя квадратичная скорость его молекул увеличилась с $\langle V_1 \rangle$ до $\langle V_2 \rangle$. Построить график зависимости средней квадратичной скорости

молекул газа от его температуры.

Решение.

Зависимость средней квадратичной скорости молекул от температуры имеет вид

$$\langle V \rangle = \sqrt{3RT/\mu}.$$

Учитывая, что $\langle V_2 \rangle^2 - \langle V_1 \rangle^2 = 3R\Delta T/\mu$, где $\Delta T = T_2 - T_1$, окончательно имеем

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{\langle V_2 \rangle^2 - \langle V_1 \rangle^2}{\Delta T}} \cdot T.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости средней квадратичной скорости молекул от температуры.

Диапазон данных: $0 < \Delta T < 10^4$ К, $0 < V_1, V_2 < 1000$ м/с.

После введения разности температур, начальной и конечной скоростей молекул газа получаем искомый график зависимости.

Задача 3.

Идеальный газ переводят из состояния T, p_1 в состояние T, p_2 .

Нарисовать графики смены состояния газа в координатах $T-V$ и $p-V$, если начальный объем газа V_1 .

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимостей между параметрами состояния идеального газа в изотермическом процессе.

Последовательно вводят температуру газа, его начальное и конечное давления, начальный объем. На экране в координатах $p-T$ высвечивается график процесса перехода газа из начального в конечное состояние. Нажатием любой клавиши получают график зависимости $T(V)$, а затем $p(V)$.

Задача 4.

Идеальный газ переводят из состояния p, T_1 в состояние p, T_2 .

Нарисовать графики смены состояния $p(V)$ и $T(V)$, если начальный объем газа V_1 .

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимостей между параметрами состояния идеального газа в изобарическом процессе.

Последовательно вводят давление газа, его начальную и конечную температуру газа, его начальное и конечное давления, начальный объем. На экране в координатах $T-p$ высвечивается график процесса перехода газа из начального в конечное состояние. Нажатием любой клавиши получают график зависимости $p(V)$, а затем $T(V)$.

Задача 5.

Идеальный газ переводят из состояния V, T_1 в состояние V, T_2 .

Нарисовать графики смены состояния $V(p)$ и $T(p)$, если начальное давление газа p_1 .

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимостей между параметрами состояния идеального газа в изохорическом процессе.

Последовательно вводят объем газа, его начальную и конечную температуру, начальное давление. На экране в координатах $T-V$ высвечивается график процесса перехода газа из начального в конечное состояние. Нажатием любой клавиши получают график зависимости $V(p)$, а затем $T(p)$.

Задача 6.

Идеальный газ, взятый в количестве V моль, переводят из состояния 1 в состояние 2 (рис. 14). Построить график зависимости температуры газа от его объема.

Решение.

Уравнение прямой в координатах $p-V$ имеет вид $p = aV + b$, где a и b – постоянные коэффициенты. Считая, что состояния 1 и 2 принадлежат данной прямой, можем записать

$$p_1 = aV_1 + b; \quad p_2 = aV_2 + b.$$

Отсюда нетрудно получить, что $a = (p_1 - p_2) / (V_1 - V_2)$ и

$b = (p_2V_1 - p_1V_2) / (V_1 - V_2)$. Следовательно, зависимость давления от объема имеет вид

$$p = \frac{(p_1 - p_2)V + p_2V_1 - p_1V_2}{V_1 - V_2}$$

Зависимость температуры газа от его объема найдем, используя уравнение Клапейрона – Менделеева

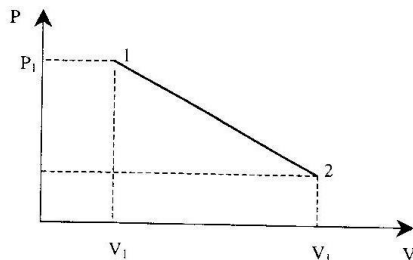


Рис.14

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{V((p_1 - p_2)V + p_2V_1 - p_1V_2)}{\nu R(V_1 - V_2)}$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.**Исследование зависимости температуры газа от его объема.**

Диапазон данных: $0 < \nu < 100$ моль, $0 < V_1, V_2 < 100$ м³,

$$0 < p_1, p_2 < 10^7 \text{ Па}$$

Последовательно вводят число молей газа, его начальное и конечное давления и объемы. На экране в координатах $p-V$ высвечивается график процесса перехода газа из начального в конечное состояние. Затем нажатием любой клавиши получают искомый график зависимости $T(V)$.

Задача 7.

В трубке, запаянной с одного конца, имеется столбик ртути, отделяющий от окружающей среды некоторый объем воздуха. При горизонтальном положении трубки длина воздушного столба равна L_1 , а в вертикальном положении – L_2 . Определить длину L столбика воздуха, если трубка наклонена под углом α к горизонту.

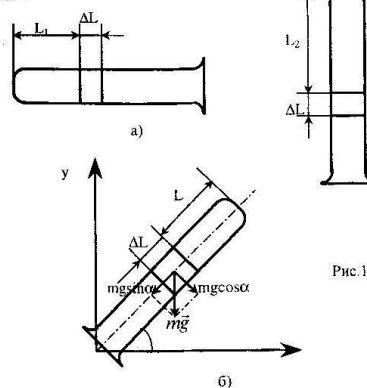
Решение.

Рис.15

Будем считать, что длина столбика ртути в трубке равна ΔL и $L_1 < L_2$, что соответствует вертикальному положению трубки, изображенному на рис. 15 б. Тогда согласно закону Бойля-Мариотта, для состояний газа, соответствующих горизонтальному и вертикальному положениям трубки, можно записать

$$L_1 p_0 = L_2 (p_0 - \Delta L),$$

где p_0 – атмосферное давление в мм.рт.ст.

Аналогично, для состояний газа, соответствующих горизонтальному и наклонному положениям трубки (рис. 15 а, в), имеем

$$L_1 p_0 = L_2 (p_0 - \Delta L \sin \alpha),$$

где учтено, что в наклонном положении сила тяжести столбика ртути частично компенсируется силой реакции со стороны стенок трубки.

Решая систему уравнений (1) и (2) относительно неизвестных L и p_0 , окончательно получаем

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_2 - (L_2 - L_1) \sin \alpha}$$

В справедливости полученного результата для случая $L_1 > L_2$ учавшимся предлагается убедиться самостоятельно.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости длины столбика воздуха от угла наклона пробирки

Диапазон данных: $0 < L_1 < L_2 < 1$ м, $0 < \alpha < 90^\circ$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся длины столбика воздуха в вертикальном и горизонтальном положениях пробирки. На экране появляется её схематическое изображение. Затем задается угол наклона и горизонтальная пробирка занимает соответствующее положение, а на экране высвечивается длина столбика воздуха L . После нажатия любой клавиши эксперимент повторяется при различных значениях угла α . По завершении выбранного числа опытов получают

график зависимости $L(\alpha)$.

Задача 8.

В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде находится воздух массой m , который отделен от атмосферы поршнем, соединенным с дном сосуда пружиной жесткостью k . При температуре T_1 поршень находится на высоте h от дна сосуда. До какой температуры T надо нагреть воздух, чтобы поршень занял положение H ? Построить график зависимости температуры воздуха под поршнем от положения поршня H .

Решение.

Пусть M – масса поршня, S – его площадь, p_0 – атмосферное давление. Условия равновесия поршня в начальном и конечном состояниях, характеризуемых давлениями p_1 и p_2 , имеют вид:

$$Mg + p_0 S + kh = p_1 S; \quad Mg + p_0 S + kH = p_2 S;$$

Отсюда для изменения давления воздуха получаем

$$p_2 - p_1 = k(H - h)/S.$$

С другой стороны, записав уравнение Клапейрона – Менделеева для начального и конечного состояний воздуха под поршнем, нетрудно вычислить, что

$$p_2 - p_1 = \frac{mR}{\mu S} \left(\frac{T}{H} - \frac{T_1}{h} \right).$$

Следовательно для определения искомой температуры T , имеем уравнение

$$\frac{mR}{\mu} \left(\frac{T}{H} - \frac{T_1}{h} \right) = k(H - h),$$

решая которое, находим

$$T = T_1 \frac{H}{h} + \frac{\mu k H (H - h)}{m R}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости температуры воздуха от положения поршня.

Диапазон данных:

$$0 < k < 10^5 \text{ Н/м}, 0 < t < 280^\circ\text{C}, 0 < h, H < 15 \text{ см}.$$

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводят жёсткость пружины, массу газа и его начальную температуру, а также высоту поршня в исходном состоянии. На экране появляется схематическое изображение установки и термометра, служащего для измерения температуры газа. Затем задаётся значение высоты поршня H в конечном состоянии. В результате поршень приходит в движение, а на термометре наблюдается изменение температуры. После остановки поршня на экране высвечивается температура газа T в конечном состоянии. После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют при различных значениях H . По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $T(H)$.

Задача 9.

В баллоне объёмом V находится газ при температуре T_1 и давлении p_1 . После того, как из баллона выпустили часть газа массой Δm его температура понизилась до T_2 . Определить показания манометра p_2 . Молярная масса газа μ .

Решение.

Применяя уравнение Клапейрона-Менделеева к начальному и конечному состоянию газа в баллоне, получим

$$p_1 V = \frac{m R T_1}{\mu}; \quad p_2 V = \frac{(m - \Delta m) R T_2}{\mu},$$

где m — исходная масса газа в сосуде.

Решая записанную систему уравнений относительно неизвестных m и p_2 , найдём давление газа в баллоне в конечном состоянии

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} - \frac{\Delta m R T_2}{\mu V}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости давления в баллоне от изменения массы газа.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. На экране появляется схема установки, содержащей сосуд, в котором находится газ, насос, служащий для откачки газа, и манометр, измеряющий давление в баллоне. Затем задаются объём баллона, начальное давление газа, его молярная масса, начальная и конечная температуры, и изменение массы. Насос приходит в движение. После остановки насоса на манометре высвечивается численное значение установившегося в баллоне давления. После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют при различных значениях Δm . По завершению выбранного числа опытов получают искомый график зависимости $p_2(\Delta m)$.

Задача 10.

Поршневой насос при каждом движении захватывает объём воздуха V_0 . При выкачивании этим насосом воздуха из сосуда, начальное давление в котором p_0 , насос совершил n качаний. Затем насос с тем же рабочим объёмом начал нагнетать воздух из атмосферы, сделав тоже n качаний. Какое давление p установится в сосуде в результате работы насоса, если объём сосуда V ?

Решение.

Согласно закону Бойля-Мариотта, при откачке воздуха из сосуда после одного качания давление в сосуде станет равным

$$p_1 = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)$$

Аналогично, после второго качания

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V}{V + V_0} \right) = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2.$$

Очевидно, что после n качаний давление в сосуде будет

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^n.$$

При нагнетании воздуха в сосуд после качаний в нём установится давление

$$p = p_n + p_0 \frac{nV_0}{V} = p_0 \left(\left(\frac{V}{V + V_0} \right)^n + \frac{nV_0}{V} \right).$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости давления в сосуде от числа рабочих ходов поршня.

Диапазон данных: $0 < V_0 < 10 \text{ м}^3$, $0 < V < 100 \text{ м}^3$, $0 < p_0 < 10^{10} \text{ Па}$, $n < 1000$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. На экране появляется схема установки, содержащей сосуд, насос, манометр, измеряющий давление воздуха в сосуде. Последовательно вводят объёмы сосуда и насоса, начальное давление воздуха в сосуде и число качаний n . Насос приходит в движение, откачивая воздух в сосуде. По завершении процесса на манометре отображается установившееся в сосуде давление. После нажатия любой клавиши начинается процесс нагнетания воздуха в сосуд, по завершении которого на манометре и экране отображается величина давления p . Нажатием любой клавиши эксперимент повторяют. По окончании исследований получают график зависимости $p(n)$.

Задача 11.

Пустой полый шар с жёсткой оболочкой диаметром d и полненьшим грузом массой m удерживается вертикальным канатом на некоторой высоте. Определить массу гелия M , которую необходимо закачать в шар, чтобы он начал опускаться на землю. Температура воздуха равна T . Атмосферное давление p — нормальное. Массой оболочки, каната и размерами груза пренебречь.

Решение.

На шар, заполненный гелием, действуют: сила тяжести гелия Mg , сила натяжения каната, равная силе тяжести груза mg , и сила Архимеда $\vec{F}_A$. Он будет двигаться в сторону земли, если

$$Mg + mg \geq F_A. \quad (1)$$

Учитывая, что сила Архимеда

$$F_A = \rho_0 g \pi d^3 / 6,$$

где ρ_0 — плотность воздуха в атмосфере, которая может быть найдена с помощью уравнения Клапейрона — Менделеева

$$\rho_0 = \frac{\mu p}{RT},$$

из (1) находим

$$M = \frac{\mu p \pi d^3}{6RT} - m.$$

Здесь $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ — молярная масса воздуха.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости массы гелия от массы груза.

Диапазон данных: $0 < d < 100 \text{ м}$, $0 < T < 10000 \text{ К}$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся диаметр шара и температура окружающей среды. На экране появляется схематическое изображение манометра, измеряющего давление в шаре, шара с грузом и насоса, служащего для закачки гелия. Затем задается масса груза и насос приходит в движение. После совершения необходимого числа качаний (число указывается над насосом) шар начинает падать, при этом манометр указывает давление, установившееся в шаре в момент начала падения, а на экране высвечивается численное значение массы гелия M , находящегося в шаре. После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют при различных значениях m . По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $M(m)$.

Задача 12.

В цилиндре под поршнем находится идеальный газ, давление которого p_0 . Какую работу A необходимо совершить, чтобы изотермически изменить объём газа от V_0 до V при температуре T ?

Решение.

График процесса в координатах $p-V$ приведён на рис. 16. Искомая работа A численно равна площади фигуры ABCD. Для вычисления последней представим её в виде суммы площадей элементарных прямоугольников типа abcd с одинаковой длиной основания $\Delta V = (V_0 - V)/n$ и высотами $p_i (i=1, n)$.

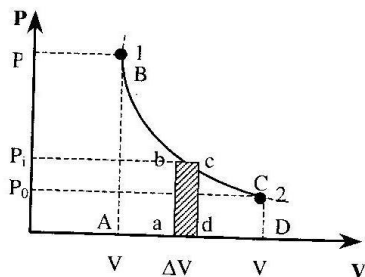


Рис. 16.

Пренебрегая изменением давления при малом изменении объёма газа ΔV , согласно закону Бойля-Мариотта находим, что

$$p_i = p_0 \frac{V_0}{V_i},$$

где $V_i = V_0 - i\Delta V = ((n-i)V_0 + iV)/n$ — объём газа в i -ом состоянии.

Тогда площадь i -го элементарного прямоугольника $\Delta S_i = p_i \Delta V$, а площадь всей фигуры ABCD, соответственно,

$$S = \sum_{i=1}^n p_i \Delta V.$$

Следовательно, работа $A = p_0 V_0 (V_0 - V) \sum_{i=1}^n \frac{1}{n V_0 - i(V_0 - V)}$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости работы от начального и конечного состояний газа при изотермическом процессе.

Диапазон данных: $0 < T < 10^4 \text{ K}$, $0 < V_0, V < 6 \text{ м}^3$, $0 < p_0, p < 10^7 \text{ Па}$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Затем последовательно вводят температуру газа, его начальный и конечный объёмы. На экране схематично изображается происходящий процесс, по окончании которого высвечивается численное значение работы, совершённой над газом. После нажатия любой клавиши получают искомый график зависимости $p(V)$. Для повторения эксперимента нажимают любую клавишу.

Задача 13.

Найти максимальный КПД тепловой машины, если температура нагревателя T_H , а холодильника T_X . Построить графики зависимости КПД от температуры нагревателя при $T_X = \text{const}$ и от температуры холодильника при $T_H = \text{const}$. Выяснить, что вы-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИ

только для повышения КПД тепловой машины: повышение температуры нагревателя или понижение температуры холодильника?

Решение.

Максимальный КПД тепловой машины может быть вычислен по формуле Карно

$$\eta = \frac{T_H - T_X}{T_H}$$

Для ответа на поставленный вопрос предположим, что температура нагревателя возросла на величину ΔT , а температура холодильника осталась неизменной. В этом случае КПД

$$\eta_1 = \frac{T_H + \Delta T - T_X}{T_H + \Delta T}$$

Теперь будем считать, что температура нагревателя осталась неизменной, а температура холодильника понизилась на ту же величину ΔT . Тогда

$$\eta_2 = \frac{T_H - (T_X - \Delta T)}{T_H} = \frac{T_H + \Delta T - T_X}{T_X}$$

Разделив записанные соотношения друг на друга, имеем

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{T_H}{T_H + \Delta T} < 1.$$

Следовательно, для увеличения КПД более выгодно понижать температуру холодильника.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости КПД идеальной тепловой машины от температуры нагревателя и холодильника.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. На экране высвечиваются оси координат КПД – T . Затем вводится фиксированное значение температуры холодильника. После ввода значения температуры нагревателя и на координатной плоскости появляется точка, положение которой определяется температурой нагревателя и рассчитанным значением КПД. Эти величины также высвечиваются на экране. После нажатия любой клавиши во-

водится следующее значение температуры нагревателя. По завершении выбранного числа опытов получают график зависимости КПД от температуры нагревателя.

Аналогичным образом получают график зависимости КПД от температуры холодильника при фиксированном значении температуры нагревателя.

Задача 14.

В калориметр, содержащий воду массой m_1 при температуре t_1 , погружают кусок льда массой m_2 при температуре t_2 . Какая температура t установится в калориметре? Что будет находиться в калориметре после установления в нем теплового равновесия?

Решение.

Так как конечное содержимое калориметра неочевидно, то следует вычислить количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t_0)$$

выделившейся при остывании воды до температуры $t_0 = 0^\circ\text{C}$, и количество теплоты

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_0 - t_2)$$

необходимое для нагревания льда до той же температуры (c_1 и c_2 – удельные теплоемкости воды и льда соответственно).

1. Пусть $Q_1 > Q_2$. Тогда, предварительно вычислив количество теплоты плавления льда

$$Q_3 = \lambda m_2$$

(λ – удельная теплота плавления), имеем:

а) при условии $Q_1 - Q_2 > Q_3$, содержимое калориметра – вода, температура которой

$$t = \frac{Q_1 - Q_2 - Q_3}{c_1 (m_1 + m_2)};$$

б) при условии $Q_1 - Q_2 < Q_3$, содержимое калориметра – смесь

воды и льда при температуре 0°C . Массы воды m_1' и m_2' льда равны соответственно

$$m_1' = m_1 + \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda}; \quad m_2' = m_2 - \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda}.$$

2. Пусть $Q_1 < Q_2$. Тогда вычислив количество теплоты

$$Q_4 = \lambda m_2,$$

выделяемой при замерзании воды массой m_2 , имеем

а) при условии $Q_1 + Q_4 < Q_2$, содержимое калориметра -- лед при температуре

$$t = \frac{Q_1 + Q_4 - Q_2}{c_2(m_1 + m_2)};$$

б) при условии $Q_1 + Q_4 > Q_2$, содержимое калориметра аналогично указанному в пункте 1б).

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование соотношения масс воды и льда в калориметре в зависимости от их исходных масс и температур.

На экране в центре выводится меню и приглашение выбрать изменяемый параметр и количество изменений. Затем, после появления соответствующих приглашений, нужно ввести параметры задачи, и компьютер даст ответ, сколько воды и льда стало в калориметре после достижения термодинамического равновесия. После этого можно изменять выбранный параметр и следить за изменениями в калориметре. После проведения выбранного количества опытов на графике строятся точки, характеризующие зависимость температуры в калориметре от изменяемого параметра.

Задача 15.

Под колоколом насоса находится стакан с водой массой m . Насос откачивает воздух из-под колокола с постоянной скоростью u м³/с. Через какое время вся вода испарится, если установившаяся под колоколом температура равна T ? Построить график

зависимости времени откачки от производительности насоса.

Решение.

Процесс испарения жидкости прекратится при условии, что давление паров над ее поверхностью будет равно давлению насыщенного водяного пара $p_{\text{ин}}$ при данной температуре T . Откачивая водяные пары из-под колокола, насос мешает достижению этого равновесного состояния и, следовательно, для полного испарения жидкости он должен перекачать насыщенный пар объемом V , образующий при её полном испарении. Объем V легко рассчитать, воспользовавшись уравнением Клапейрона - Менделеева применительно к насыщенному пару.

$$V = \frac{mRT}{\mu p_{\text{ин}}},$$

где μ - молярная масса водяного пара.

Тогда время откачки, требуемое для испарения всей жидкости,

$$\tau = \frac{V}{u} = \frac{mRT}{\mu p_{\text{ин}} u}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости времени, необходимого для полного испарения воды, от производительности насоса.

Диапазон данных: $0 < m < 1$ кг, $0 < T < 10000$ К, $0 < u < 1000$ м³/с.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. На экране появляется схема установки, содержащей сосуд, в который заливают воду, насос, служащий для откачки водяного пара, и секундомер, измеряющий продолжительность работы насоса. Затем задается масса воды (сосуд заполняется жидкостью), температура, давление насыщенного пара при этой температуре и производительность насоса. Насос приходит в движение и включается секундомер. После совершения необходимого числа качаний (число указывается над насосом) насос и секундомер останавливаются, а на экране высвечивается численное значение времени, необходимого для испарения воды. После нажатия любой клавиши экспе-

римент повторяют при различных значениях n . По завершению выбранного числа опытов получают график зависимости $\tau(n)$.

Задача 16.

В комнате объёмом V относительная влажность воздуха равна φ_1 . Затем в комнате испарили воду массой M , в результате чего в ней установилась влажность φ_2 . Какова при этом будет абсолютная влажность воздуха?

Решение.

Согласно определению, относительная влажность воздуха в комнате в первом и во втором случаях равна соответственно

$$\varphi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_{\text{н}}}; \quad \varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{\text{н}}},$$

где ρ_1 и ρ_2 - абсолютные влажности в начальном и конечном состояниях, $\rho_{\text{н}}$ - плотность насыщенного водяного пара при данной температуре. Учитывая очевидное соотношение $\rho_1 = \rho_2 - M/V$, перепишем записанные выше уравнения в виде системы

$$\varphi_1 = \frac{\rho_2 - M/V}{\rho_{\text{н}}}; \quad \varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{\text{н}}},$$

решая которую, находим

$$\rho_2 = \frac{M\varphi_2}{(\varphi_2 - \varphi_1)V}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ.

Исследование зависимости абсолютной влажности воздуха от относительной влажности при неизотермических условиях.

Диапазон данных: $0 < M < 1000 \text{ г}$, $0 < V < 100 \text{ м}^3$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. На экране

высвечиваются оси координат относительная влажность воздуха (φ_2) - абсолютная влажность воздуха (ρ). Затем последовательно вводят объём комнаты, массу испарившейся воды, относительные влажности воздуха до и после испарения воды. На координатной плоскости появляется точка, положение которой определяется значениями φ_2 и ρ_2 . Одновременно значения этих величин выводятся на экран. После нажатия любой клавиши вводится следующее значение φ_2 . После завершения выбранного числа опытов получают график зависимости $\rho(\varphi_2)$.

Глава 3

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Задача 1.

К гладкой бесконечной плоскости, расположенной вертикально в поле тяжести Земли и имеющей поверхностную плотность заряда σ , прикреплен на нити одноименно заряженный шарик массы m , имеющий заряд q . Найти силу натяжения нити T и угол α отклонения нити от вертикали. Напряженность поля заряженной плоскости $E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0}$, где ϵ_0 — электрическая постоянная.

Решение.

На шарик действуют 3 силы: сила тяжести $m \cdot \vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила со стороны электрического поля $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ (рис.1).

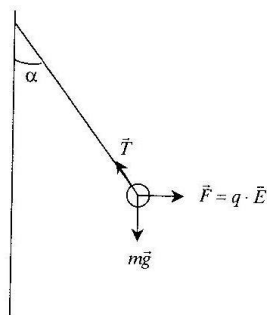


Рис.1

В максимальном отклонении нити шарик покоится, следовательно, по второму закону Ньютона

$$\vec{T} + q \cdot \vec{E} + m \cdot \vec{g} = 0. \quad (1.1)$$

Из (1.1) в проекциях на вертикально и горизонтально направленные координатные оси получим:

$$T \cdot \cos \alpha = m \cdot g \quad (1.2)$$

$$T \cdot \sin \alpha = q \cdot E = \frac{q \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon_0}. \quad (1.3)$$

Из системы уравнений (1.2), (1.3) находим

$$\alpha = \arctg \left(\frac{q \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot g} \right), \quad (1.4)$$

$$T = \sqrt{m^2 \cdot g^2 + \left(\frac{q^2 \cdot \sigma^2}{4 \cdot \epsilon_0^2} \right)}. \quad (1.5)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Исследование движения заряженного шарика.

Вводим значения величин m , q , σ и наблюдаем на мониторе движение шарика. При заданных параметрах рассчитываем значения величин T , α .

ЗАДАЧА 2

Имеются две металлические концентрические сферы, радиусы которых R_1 и R_2 и заряды q_1 и q_2 соответственно (рис.2). Определить напряженность поля E , созданного этими сферами в точках:

- а) на поверхности сферы радиуса R_1
- б) на расстоянии $\frac{R_1 + R_2}{2} \cdot 10^{-2}$ м от центра сфер
- в) на поверхности сферы радиуса R_2

г) на расстоянии $R_2 + 5 \cdot 10^{-2}$ м от центра сфер
Построить график зависимости $E = f(r)$, где r - расстояние до центра сферы.

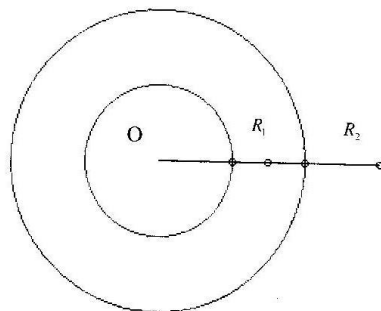


Рис.2

РЕШЕНИЕ

Напряженность поля точечного заряда или заряженной сферы при $r > R$

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \quad (2.1)$$

Эта формула показывает, что во внешнем пространстве сфера создает такое же электрическое поле, как если бы весь ее заряд был сосредоточен в центре сферы. Так происходит из-за равномерного распределения заряда по поверхности сферы. В то же время внутри сферы напряженность поля равна нулю, поскольку

внутри проводника произвольной формы отсутствует. Другими словами, любая металлическая оболочка экранирует внутреннее пространство от внешнего электростатического поля. По принципу суперпозиции напряженность поля в любой точке равна

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (2.2)$$

где $\vec{E}_1$ - напряженность поля в данной точке, образованного сферой с зарядом q_1 , $\vec{E}_2$ - напряженность поля в той же точке, образованного сферой с зарядом q_2 . Теперь рассмотрим три области пространства:

- 1) Внутри сферы радиуса R_1
- 2) Между сферами.
- 3) За пределами сферы радиуса R_2 .

1) Внутри сферы радиуса R_1 $E = 0$.

2) Напряженность поля между сферами равна $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Поскольку $E_2 = 0$ (эта точка находится внутри второй сферы),

$$\text{то } E = E_1, \text{ где } E_1 = \frac{q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}, \quad R_1 < r < R_2,$$

3) За второй сферой $E = E_1 + E_2$. С учетом выражений для E_1 и E_2 получаем

$$E = \frac{q_1 + q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}, \text{ где } r > R_2 \quad (2.3)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных: $0.1 \cdot 10^{-2} < R_1 < 10 \cdot 10^{-2}$ (м),

$R_1 < R_2 < 10^{-1}$ (м), $0 < q_1 < 1000$ (нКл), $0 < q_2 < q_1$.

Последовательно вводят радиус внутренней сферы, радиус

внешней сферы, заряд внутренней сферы, заряд внешней сферы. Далее на экране появляется схематическое изображение опыта и график зависимости напряженности поля от расстояния до центра сфер. Далее предлагается нажать Esc для окончания и любую другую клавишу для повторения моделирования.

ЗАДАЧА 3

Электрическая цепь содержит источник тока с ЭДС E , конденсатор емкостью C и характеризуется активным сопротивлением R (рис.3). Установить значение силы тока в различные моменты времени после замыкания цепи и построить зависимость силы тока от времени $I = I(t)$. Сравнить токи зарядки и разрядки конденсатора. Найти зависимость напряжения на конденсаторе от времени при зарядке и разрядке конденсатора.

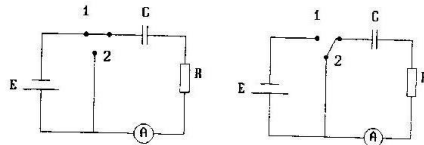


Рис. 3

РЕШЕНИЕ

Запишем второе правило Кирхгофа, или закон Ома для полной цепи:

$$E = I \cdot R + U_C, \quad (3.1)$$

где U – напряжение на конденсаторе. Используя формулу для емкости конденсатора:

$$C = \frac{Q}{U_C}, \quad (3.2)$$

получаем уравнение:

$$E = I \cdot R + \frac{Q}{C}. \quad (3.3)$$

где Q – заряд конденсатора. Запишем это уравнение для двух близких моментов времени t_1 и $t_2 = t_1 + \Delta t$:

$$E = I(t_1) \cdot R + \frac{Q(t_1)}{C}, \quad (3.4)$$

$$E = I(t_2) \cdot R + \frac{Q(t_2)}{C}, \quad (3.5)$$

После вычитания уравнения (3.4) из уравнения (3.5) получаем:

$$\Delta I \cdot R + \frac{\Delta Q}{C} = 0, \quad (3.6)$$

где $\Delta I = I(t_2) - I(t_1)$ – изменение силы тока в цепи, $\Delta Q = Q(t_2) - Q(t_1)$ – изменение заряда конденсатора, значение E от времени не зависит. Разделим (3.6) почленно на Δt :

$$R \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} + \frac{1}{C} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0. \quad (3.7)$$

В соответствии с законом сохранения электрического заряда сила тока в цепи равна скорости изменения заряда на конденсаторе:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.8)$$

Теперь уравнение (3.7) принимает вид:

$$R \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{1}{C} I \quad (3.9)$$

Решением уравнения (3.9) является функция:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.10)$$

где $I_0 = I(0)$ — сила тока в начальный момент времени, $\tau = R \cdot C$ — время релаксации, которое характеризует скорость изменения тока в цепи. Из формулы (3.10) следует, что за время $t = \tau$ сила тока в цепи, обладающей емкостью и активным сопротивлением, уменьшится в e раз. Начальную силу тока можно определить из уравнения (3.3). В начальный момент времени заряд конденсатора равен нулю, так как накопление заряда происходит постепенно. Поэтому

$$I_0 = \frac{E}{R} \quad (3.11)$$

На основании (3.10) и (3.11) получаем зависимость силы тока в цепи от времени:

$$I(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.12)$$

Напряжение на конденсаторе можно определить с помощью формул (3.1) и (3.12):

$$U_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (3.13)$$

Изменение заряда конденсатора с течением времени происходит следующим образом:

$$Q(t) = C \cdot E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (3.14)$$

и удовлетворяет уравнению

$$E = \frac{Q}{C} + R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.15)$$

которое следует из (3.1) и (3.8).

Для силы тока и напряжения выполняются предельные соотношения:

$$\begin{aligned} I(t) &\longrightarrow 0 \text{ при } t \longrightarrow \infty \\ U_C(t) &\longrightarrow E \text{ при } t \longrightarrow \infty. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Следовательно, можно считать, что за время $t \gg \tau$ происходит полная зарядка конденсатора. Чтобы исследовать процесс разрядки конденсатора, необходимо замкнуть переключатель в положение 2 (см. Рис.3). После замыкания переключателя в положение 2 отключается внешний источник тока, однако, цепь остается замкнутой, что обеспечивает существование тока в цепи и разрядку конденсатора. Момент переключения удобно принять за новое начало отсчета времени. Процесс разрядки конденсатора можно описать с помощью закона Ома:

$$U_C - I \cdot R = 0 \quad (3.17)$$

и начального условия:

$$U_C(0) = E. \quad (3.18)$$

При разрядке конденсатора направление тока изменяется на противоположное, поэтому в уравнения (3.1) и (3.17) сила тока входит с различными знаками. При разрядке конденсатора соотношение (3.8) примет вид:

$$I = -\frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad (3.19)$$

т.к. заряд уменьшается с течением времени. Из формул (3.17) и (3.19) следует, что разрядка конденсатора также описывается уравнением (3.9). Сила тока и напряжение на конденсаторе изменяются в зависимости от времени следующим образом:

$$I(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.20)$$

$$U_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.21)$$

Сравнение функций (3.12) и (3.20) показывает, что токи зарядки и разрядки конденсатора полностью совпадают. Соотношение для времени релаксации

$$\tau = R \cdot C \quad (3.22)$$

легко объяснить на основе качественных рассуждений. При увеличении сопротивления R сила тока в цепи уменьшается, поэтому зарядка и разрядка конденсатора происходят медленнее, т.е. время релаксации возрастает. При увеличении емкости напряжения на конденсаторе изменяется медленнее (см. формулу (3.2)), что также приводит к возрастанию времени релаксации.

Если в цепь включить дополнительно лампу накаливания, то она будет вспыхивать в моменты замыкания переключателя в положение 1 или 2, когда сила тока в цепи максимальна. Затем лампа будет постепенно гаснуть по мере уменьшения силы тока в цепи.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных $2 < E < 24 В$, $10 < R < 20 кОм$, $10 < C < 20 мкФ$. Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводится ЭДС внешнего источника, сопротивление цепи, емкость конденсатора. На экране появляются схематическое изображение цепей при зарядке и разрядке конденсатора, а также график зависимости напряжения от времени для каждой

ответственно. После нажатия любой клавиши на экране появляется график зависимости силы тока от времени. Опыт завершается выбранным числом раз. В любой момент из программы можно выйти, нажав клавишу Esc.

ЗАДАЧА 4

Изучить круговую траекторию движения заряженной частицы в магнитном поле. Предполагается, что частица влетает в область, где существует магнитное поле, со скоростью, перпендикулярной вектору магнитной индукции $\vec{B}$. Исследовать зависимость радиуса круговой траектории от скорости частицы и индукции магнитного поля. Изучить также зависимость периода обращения частицы от индукции магнитного поля и удельного заряда частицы.

РЕШЕНИЕ

Движущуюся частицу в магнитном поле действует сила Лоренца, модуль которой определяется выражением:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (4.1)$$

где q - заряд частицы, V - скорость ее движения, B - модуль индукции магнитного поля, α - угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$. Направление силы Лоренца можно определить с помощью правила левой руки: четыре пальца нужно направить вдоль скорости движения положительного заряда, вектор $\vec{B}$ должен быть направлен в ладонь, тогда отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы Лоренца. В случае отрицательного заряда частицы сила Лоренца изменит направление на противоположное. Силу Лоренца можно представить в виде векторного произведения:

$$\vec{F} = q \cdot [\vec{V} \times \vec{B}]. \quad (4.2)$$

Такая запись учитывает как модуль, так и направление силы Лоренца. Рассмотрим случай, когда векторы $\vec{V}$ и $\vec{B}$ явля-

ются взаимно перпендикулярными. При этом сила Лоренца придает частице центростремительное ускорение, что приводит к движению частицы по окружности. Уравнение движения частицы имеет вид:

$$q \cdot V \cdot B = \frac{m \cdot V^2}{R}, \quad (4.3)$$

где R – радиус траектории частицы, $\frac{V^2}{R} = a$ – центростремительное ускорение, $\sin \alpha = 1$. С помощью уравнения (4.3) можно определить радиус круговой траектории частицы

$$R = \frac{m \cdot V}{q \cdot B} \quad (4.4)$$

и период обращения частицы по окружности

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{V} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{m}{q \cdot B}. \quad (4.5)$$

Соотношение (4.5) показывает, что измеряя период движения неизвестной частицы в заданном магнитном поле, можно определить отношение заряда частицы к ее массе $\frac{q}{m}$, то есть ее удельный заряд. Важной особенностью движения частицы является независимость периода обращения от скорости частицы.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Вводится сорт частицы из 4-х предложенных: электрон, позитрон, протон, α -частица. Затем вводится значение скорости частицы и значение индукции магнитного поля. Вид траектории частицы, а также графики зависимости радиуса траектории движения частицы от ее скорости и от модуля вектора магнитной индукции, графики зависимости периода обращения частицы от модуля вектора магнитной индукции и от удельного заряда частицы $\frac{q}{m}$ можно наблюдать на экране компьютера.

ЗАДАЧА 5

Дан конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d . В некоторый момент времени пространство между пластинами начинают заполнять диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ . Определить емкость конденсатора и построить график зависимости емкости от заполненного объема между пластинами для двух случаев: 1) граница раздела воздуха и диэлектрика перпендикулярна пластинам; 2) граница раздела параллельна пластинам.

РЕШЕНИЕ

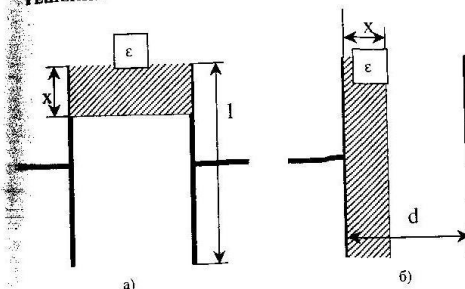


Рис.4

Пусть длина пластин конденсатора l , а ширина a . В первом случае (рис.4а) исходный конденсатор можно заменить двумя параллельно соединенными конденсаторами с емкостями C_1 и C_2 .

В момент времени, когда диэлектрик заполняет конденсатор по длине пластин на величину x , полная емкость равна

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot x \cdot a}{d} + \frac{\epsilon_0 \cdot (l-x) \cdot a}{d}, \quad (5.1)$$

где ϵ_0 - электрическая постоянная. Учитывая, что $S = l \cdot a$ и вводя параметр $\beta = \frac{x}{l}$, характеризующий степень заполненности конденсатора диэлектриком, из (5.1) получим

$$C(\beta) = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} \cdot [(\epsilon - 1) \cdot \beta + 1]. \quad (5.2)$$

Во втором случае (рис.4б) исходный конденсатор можно заменить двумя последовательно соединенными конденсаторами с емкостями C_1 и C_2 .

Когда толщина слоя диэлектрика, параллельного пластинам, равна x , полную емкость можно записать в виде

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot S}{x} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d-x}}{\frac{\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot S}{x} + \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d-x}}. \quad (5.3)$$

В этом случае степень заполненности конденсатора диэлектриком характеризует параметр $p = \frac{x}{d}$. Тогда из (5.3) находим

$$C(p) = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} \times \frac{\epsilon}{\epsilon - p \cdot (\epsilon - 1)}. \quad (5.4)$$

В соотношениях (5.2), (5.4) $\frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} = C$ - емкость не заполненного диэлектриком конденсатора.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Исследование зависимостей емкости конденсатора от степени заполнения его диэлектриком $C(\beta), C(p)$.

Вводим значения ширины a : $l < a < 1 \cdot 10^{-2}$ (м) и длины l : $l < l_1 < 1 \cdot 10^{-2}$ (м) пластин конденсатора, расстояния d между

пластинами $0.1 \cdot 10^{-2} < d < 1 \cdot 10^{-2}$ (м). Из предложенной в программе таблицы выбираем значение ϵ ($\epsilon < 85$). Получаем графики зависимостей емкости C (в пф) конденсатора от степени заполнения его диэлектриком в $\beta V \cdot 100$, $p V \cdot 100$: $0 < p, \beta < 1$.

ЗАДАЧА 6

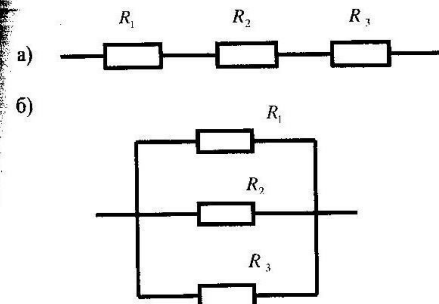
В радиоконструкторском практикуме необходимо собрать схему переменного сопротивления из трех резисторов, сопротивление одного из которых - переменное.

Определить способы, которыми может быть реализована схема.

Определить значение переменного сопротивления для каждого из возможных способов.

РЕШЕНИЕ

Из данного набора сопротивлений можно составить 8 вариантов соединений. Рассмотрим каждый вариант отдельно.



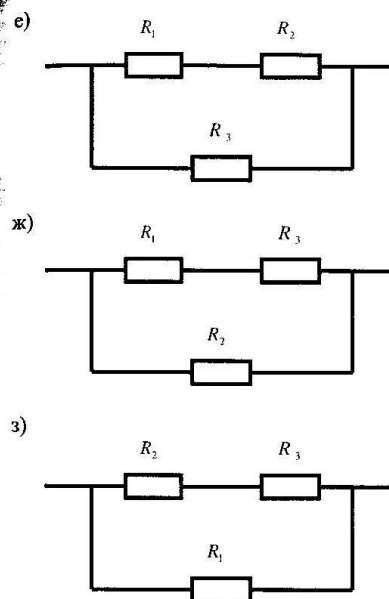
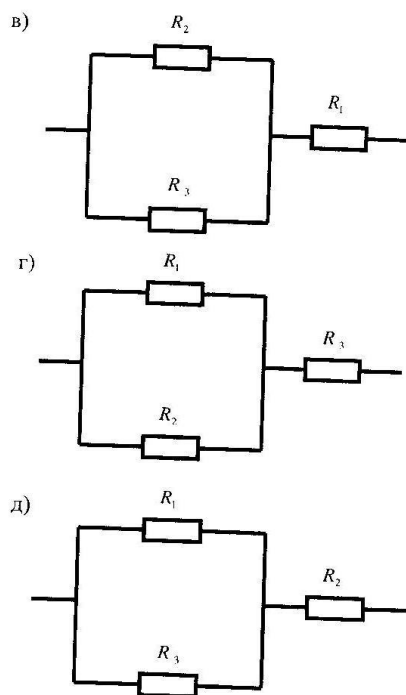


Рис. 5

а) Падения напряжения на каждом из сопротивлений не должны быть равны друг другу, так как по условию R_1 , R_2 и R_3 не равны между собой, а сила тока неизменна по всей цепи. Следовательно, чтобы соединение было именно таким, необходимо условие (как мы увидим в дальнейшем, оно недостаточно):

$$U_1 \neq U_2 \neq U_3. \quad (6.1)$$

Общее сопротивление при этом:

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3. \quad (6.2)$$

Переменное сопротивление: $R_3 = R_{\text{общ}} - R_1 - R_2$

Сила тока:
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Напряжение на каждом сопротивлении:

$$U_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}; U_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; U_3 = \frac{U \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

б) Напряжения на всех элементах равны друг другу. Соответственно условие, определяющее именно этот случай, таково:

$$U_1 = U_2 = U_3. \quad (6.3)$$

Общее сопротивление

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}. \quad (6.4)$$

Переменное сопротивление:
$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_{\text{общ}}}{R_1 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_{\text{общ}} - R_1 \cdot R_{\text{общ}}}.$$

Напряжение на R_1 должно быть равно напряжению на R_3 . В то же время в соответствии с условием задачи, если заменить R_1 и R_2 эквивалентным сопротивлением, последнее не может быть равно R_3 . Следовательно, и напряжение на эквивалентном сопротивлении не должно быть равно U_3 . Таким образом, получаем условие для этого соединения:

$$U_1 = U_2 \neq U_3. \quad (6.5)$$

Общее сопротивление такого соединения будет равно:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3. \quad (6.6)$$

Переменное сопротивление:
$$R_3 = R_{\text{общ}} - \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Сила тока:
$$I = \frac{U}{R_{\text{общ}}}.$$

Напряжение на каждом сопротивлении:

$$U_3 = I \cdot R_3 = \frac{U \cdot R_3}{R_{\text{общ}}}; U_1 = U_2 = U - U_3.$$

г) Напряжение на R_2 должно быть равно напряжению на R_3 . В то же время в соответствии с условием задачи, если заменить R_2 и R_3 эквивалентным сопротивлением, последнее не может быть равно R_1 . Следовательно, и напряжение на эквивалентном сопротивлении не должно быть равно U_1 . Таким образом, получаем условие для этого соединения:

$$U_2 = U_3 \neq U_1. \quad (6.7)$$

Общее сопротивление такого соединения будет равно:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_1. \quad (6.8)$$

Переменное сопротивление: $R_3 = \frac{R_{\text{общ}} \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1 - R_{\text{общ}}}$

Сила тока: $I = \frac{U}{R_{\text{общ}}}$

Напряжение на каждом сопротивлении:

$$U_1 = I \cdot R_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_{\text{общ}}}; \quad U_2 = U_3 = U - U_1.$$

д) Напряжение на R_1 должно быть равно напряжению на R_3 . В то же время в соответствии с условием задачи, если заменить R_1 и R_3 эквивалентным сопротивлением, последнее не может быть равно R_2 . Следовательно, и напряжение на эквивалентном сопротивлении не должно быть равно U_2 . Таким образом получаем условие для этого соединения:

$$U_1 = U_3 \neq U_2. \quad (6.9)$$

Общее сопротивление такого соединения будет равно:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3. \quad (6.10)$$

Переменное сопротивление: $R_3 = \frac{R_1(R_{\text{общ}} - R_2)}{R_1 + R_2 - R_{\text{общ}}}$

Напряжение на каждом сопротивлении:

$$U_2 = I \cdot R_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_{\text{общ}}}; \quad U_1 = U_3 = U - U_2.$$

е) В схеме сопротивления R_1 и R_2 включены последовательно, а R_3 присоединено к ним параллельно. Соответственно условие для напряжений имеет вид:

$$U_1 + U_2 = U_3 = U. \quad (6.11)$$

Общее сопротивление цепи равно:

$$R_{\text{общ}} = \frac{(R_1 + R_2) \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (6.12)$$

Переменное сопротивление: $R_3 = \frac{R_{\text{общ}}(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 - R_{\text{общ}}}$

Сила тока: $I_1 = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2}$

Напряжение: $U_1 = I_1 \cdot R_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2}$

В схеме сопротивления R_1 и R_2 включены последовательно,

R_3 присоединено к ним параллельно. Получаем условие:

$$U_1 + U_3 = U_2 = U. \quad (6.13)$$

Следовательно, общее сопротивление цепи равно:

$$R_{\text{общ}} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (6.14)$$

Переменное сопротивление: $R_3 = \frac{R_{\text{общ}} \cdot R_1 + R_{\text{общ}} \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_{\text{общ}}}$

Сила тока: $I_1 = I_3 = \frac{U}{R_1 + R_3}$

Напряжение: $U_1 = I_1 \cdot R_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_3}$

з) В схеме сопротивления R_2 и R_3 включены последовательно, а R_1 присоединено к ним параллельно. Условие для напряжений имеет вид:

$$U_2 + U_3 = U_1 = U. \quad (6.15)$$

Следовательно, общее сопротивление цепи равно:

$$R_{\text{общ}} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (6.16)$$

$$\text{Переменное сопротивление: } R_3 = \frac{R_{\text{общ}} \cdot R_1 + R_{\text{общ}} \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_{\text{общ}}}$$

$$\text{Сила тока: } I_2 = I_3 = \frac{U}{R_2 + R_3}.$$

$$\text{Напряжение: } U_2 = I_2 \cdot R_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_2 + R_3}, \quad U_3 = U - U_2.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Допустимые значения:

$$0 < R_1 < 1000 \text{ (Ом)}, \quad 0 < R_2 < 1000 \text{ (Ом)}, \quad 0 < R_{\text{общ}} < 1000 \text{ (Ом)},$$

$$R \neq R_1 + R_2.$$

Последовательно вводятся сопротивление R_1 , сопротивление R_2 и сопротивление $R_{\text{общ}}$. После того на экране появляются восемь схем соединения сопротивлений и каждая из них сопровождается указанием значения необходимого переменного сопротивления. Если переменное сопротивление получается отрицательным, то появляется сообщение, что данная схема не реализуется.

ЗАДАЧА 7

Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью V_0 . Напряженность поля в конденсаторе по модулю равна E , длина конденсатора l . Найти модуль и направление скорости электрона в момент вылета его из конденсатора. На сколько отклонится электрон от первоначального направления?

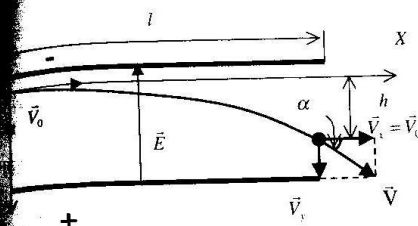


Рис. 6

РЕШЕНИЕ

В выбранной системе координат (см. рис. 6) движение электрона можно представить как результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного со скоростью V_x в горизонтальном направлении и равноускоренного движения с ускорением

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e \cdot E}{m}. \quad (7.1)$$

полю оси OY, где e - модуль заряда электрона, m - масса электрона. Силой тяжести, действующей на электрон, можно пренебречь по сравнению с силой F .

Тогда уравнения, определяющие зависимость координат x , y и проекций скорости V_x , V_y от времени, имеют вид:

$$x = V_x t, \quad V_x = V_0, \quad (7.2)$$

$$y = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{e \cdot E \cdot t^2}{2 \cdot m}, \quad V_y = \frac{e \cdot E \cdot t}{m}. \quad (7.3)$$

В момент вылета электрона из конденсатора $x = l$, $y = h$, $t = t_1$, и с учетом (7.2), (7.3) получим

$$t_x = \frac{l}{V_0}, \quad v_x = \frac{E \cdot e \cdot l}{m \cdot V_0}, \quad h = \frac{e \cdot E \cdot l^2}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \quad (7.4)$$

Модуль вектора скорости электрона v в момент вылета из конденсатора

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{e \cdot E \cdot l}{m \cdot V_0} \right)^2} \quad (7.5)$$

Направление вектора скорости $\vec{V}$ определяется углом α . Согласно рис. 6,

$$\alpha = \arctg\left(\frac{V_y}{V_x}\right) = \arctg\left(\frac{e \cdot E \cdot l}{m \cdot V_0^2}\right) \quad (7.6)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Исследуем траектории электрона в конденсаторе. Вводим число опытов, значения величин $10^4 < E < 2 \cdot 10^5 \text{ В/м}$, $2 \cdot 10^6 < V_0 < 2.9 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ и наблюдаем траекторию движения электрона. При введенных параметрах получаем значения величин v , α и график зависимости $\alpha(v)$.

ЗАДАЧА 8

Найти массы веществ, выделившихся за время t на катодах трех электролитических ванн, включенных последовательно в сеть постоянного тока. Аноды в ваннах - медный, серебряный и золотой - опущены соответственно в растворы сульфата меди, нитрата серебра и хлорида золота. Плотность тока при

электролизе j , площадь катода в каждой ванне S . Электрохимические эквиваленты меди, серебра и золота

$$(Cu) = k_1 = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/кг},$$

$$(Ag) = k_2 = 11.18 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/кг},$$

$$(Au) = k_3 = 6.81 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/кг}.$$

РЕШЕНИЕ

На основании первого закона электролиза Фарадея получаем:

$$m = k \cdot j \cdot S \cdot t, \quad (8.1)$$

где m - масса выделившегося на электроде вещества, $q = I \cdot t$ - полный заряд, прошедший через электролит, $I = j \cdot S$ - сила тока при электролизе.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных: $1 < t < 1.8 \cdot 10^5 \text{ (с)}$, $1 < j < 100 \text{ (А/м)}$,

$$1 < S < 0.1 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Последовательно вводится время электролиза, плотность тока при электролизе, площадь катода в ванне. После этого на экране появляется схематичное изображение опыта и графики зависимости массы вещества, осажденного на электроде, от времени процесса соответственно для сульфата меди, нитрата серебра и хлорида золота. После нажатия любой клавиши эксперимент повторяют. Выход по нажатию клавиши Esc.

ЗАДАЧА 9

Цепь, содержащая источник тока с ЭДС E_0 , обладает индуктивностью L и сопротивлением R . Установить значения силы тока в различные моменты времени после замыкания цепи и по-

строить график зависимости силы тока в цепи от времени $I = f(t)$.

РЕШЕНИЕ

В замкнутом контуре возникает ЭДС самоиндукции, пропорциональная скорости изменения силы тока в нем:

$$E_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}. \quad (9.1)$$

Тогда напряжение на сопротивлении R равно

$$I \cdot R = E_0 - L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}. \quad (9.2)$$

Уравнение (9.2) можно получить из уравнения (3.15) путем формальной замены:

$$E \rightarrow E_0, \quad Q \rightarrow I, \quad \frac{1}{C} \rightarrow R, \quad R \rightarrow L.$$

Поэтому, с помощью этой же замены можно получить из функции (3.14) решение уравнения (9.2):

$$I(t) = \frac{E_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (9.3)$$

Здесь $\tau = \frac{L}{R}$ - время релаксации, характеризующее скорость изменения тока в цепи, обладающей индуктивностью и активным сопротивлением.

Если в такую цепь дополнительно включить лампу накаливания, то она будет разгораться постепенно, по мере возрастания силы тока в цепи.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Исследование зависимости $I(t)$

Вводим значения величин E_0 ($1 < E_0 < 100$ (В)), L ($0.1 < L < 10$ (Гн)), R ($0.1 < R < 100$ (Ом))). Получаем и исследуем график зависимости $I(t)$.

ЗАДАЧА 10

Горизонтально расположенный проводящий стержень, сопротивление которого R и масса m , может скользить без нарушения электрического контакта по двум вертикальным медным шинам. Расстояние между шинами равно L . Снизу их концы соединены источником тока, ЭДС которого равна E . Перпендикулярно к плоскости, в которой находятся шины, приложено однородное магнитное поле с индукцией B . Найти постоянную скорость, с которой будет опускаться стержень. Сопротивлением шин и источника тока, а также трением пренебречь.

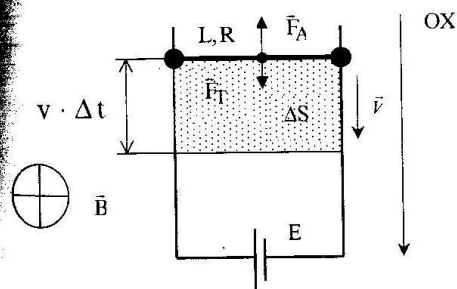


Рис. 7

На рисунке: $V \cdot \Delta t$ - величина перемещения стержня; ΔS - изменение площади замкнутого контура; E - ЭДС источника; L - длина стержня; $\vec{F}_A$ - сила Ампера; $\vec{F}_T$ - сила тяжести. Поскольку стержень опускается, то изменение площади контура является отрицательной величиной: $\Delta S = -V \cdot L \cdot \Delta t$.

РЕШЕНИЕ

Согласно второму закону Ньютона $\vec{F}_A + \vec{F}_T = m \cdot \vec{a}$. Так как в задаче требуется найти скорость равномерного движения стержня, то второй закон Ньютона запишется в виде $\vec{F}_A + \vec{F}_T = 0$. В проекции на ось Ox будем иметь

$$m \cdot g - F_A = 0. \quad (10.1)$$

Из рисунка и условия следует, что модуль силы Ампера $F_A = I \cdot B \cdot L$. Используя закон Ома для замкнутой цепи, можно найти силу тока в ней:

$$I = \frac{E + E_i}{R}, \quad (10.2)$$

где E_i - ЭДС индукции, которую можно определить из закона электромагнитной индукции:

$$E_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \quad (10.3)$$

Магнитный поток по определению равен

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad (10.4)$$

где α - угол между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

$$\Delta \Phi = B \cdot \Delta S = -B \cdot L \cdot V \cdot \Delta t. \quad (10.5)$$

Используя соотношения (10.1), (10.2), (10.3) и (10.5), получаем точную формулу

$$V = \frac{m \cdot g \cdot R}{L^2 \cdot B^2} - \frac{E}{B \cdot L}. \quad (10.6)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных

Индукция магнитного поля. $10^{-5} \leq B \leq 10^{-4}$ (Тл).

Длина проводника $1.96 \leq L \leq 80$ (10^{-2} м.).

Постоянные величины:

ЭДС источника: 100 В

Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с²

Масса стержня 0,1 кг

Сопротивление стержня 0,1 мОм

После повторения ключевых понятий из темы, предложенной задачей, предлагается решить задачу в манере теста. Затем осуществляется исследование зависимости скорости равномерного движения стержня от его длины. В конечном итоге строится график зависимости $V(L)$.

ЗАДАЧА 11

Источник тока с ЭДС E и внутренним сопротивлением r замкнут на сопротивление R . Как изменяется ток в цепи и напряжение на зажимах источника в зависимости от R ? Построить графики этих зависимостей.

РЕШЕНИЕ

По закону Ома для полной цепи ток в цепи равен

$$I = \frac{E}{R+r} \quad (11.1)$$

С учетом (11.1) найдем напряжение на зажимах источника как функцию R :

$$U = E - I \cdot r = E - \frac{Er}{R+r} = \frac{E}{1+r/R} \quad (11.2)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:**Исследование зависимостей $I(R)$, $U(R)$.**

Для численного моделирования возьмем: $E=15$ (В), $0 < r < 6$ (Ом). Вводим значения r , диапазон изменения R . Для каждого значения R рассчитываем I , U и получаем графики зависимостей $I(R)$, $U(R)$.

ЗАДАЧА 12

Источник тока с ЭДС E и внутренним сопротивлением r замкнут на реостат. Выразить мощность тока N во внешней цепи как функцию силы тока I . Построить график этой зависимости.

РЕШЕНИЕ

Полная мощность, развиваемая источником, равна $P = I \cdot E$.

Часть этой мощности $P_1 = I^2 \cdot r$ выделяется внутри источника, остальная часть - во внешней цепи:

$$N = P - P_1 = I \cdot E - I^2 \cdot r. \quad (12.1)$$

построения графика $N(I)$ (параболы, обращенной ветвями вниз) преобразуем (12.1) к виду:

$$N = \frac{E^2}{4 \cdot r} - r \cdot \left(I - \frac{E}{2 \cdot r} \right)^2. \quad (12.2)$$

Из (12.2) видно, что координаты вершины параболы, определяющие максимальную мощность во внешней цепи, равны

$$I = \frac{E}{2 \cdot r}, \quad (12.3)$$

$$N = \frac{E^2}{4 \cdot r}. \quad (12.4)$$

Пусть при некотором сопротивлении R внешнего участка цепи сила тока определяется выражением (12.3). В то же время по закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{E}{R+r}. \quad (12.5)$$

Сравнивая формулы (12.3) и (12.5), приходим к выводу: полезная мощность (мощность, выделяемая на внешнем участке цепи) максимальна при выполнении условия $R = r$. В таком случае говорят, что нагрузка согласована с источником тока.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:**Исследование зависимости $N(I)$.**

Для численного моделирования возьмем: $0 < E < 36$ (В), $1 < r < 4$ (Ом). Вводим значения величин r , E , рассчитываем величину N и получаем график зависимости $N(I)$.

ЗАДАЧА 13

Найти частоту вращения прямоугольной рамки в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5$ Тл, если амплитуда индуцируемой в рамке ЭДС $E_0=10$ В. Площадь рамки $S=2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$, число витков рамки $N=20$.

РЕШЕНИЕ

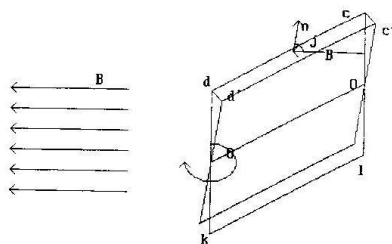


Рис. 8

Рамка, занимавшая в начальный момент времени горизонтальное положение, вращаясь с угловой скоростью $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$, в момент времени t будет составлять с горизонтальной плоскостью угол $\omega \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot t$. В течение последующего очень малого промежутка времени dt рамка повернется еще на малый угол ωdt . Пусть сторона рамки, параллельная оси OO , равна a и сторона рамки, перпендикулярная к оси, равна b . За время dt проводник рамки cd перемещается в положение $c'd'$ и «заметает» при этом площадь

$$dS = a \cdot \frac{b}{2} \cdot \omega \cdot dt = \frac{S \cdot \omega \cdot dt}{2}, \quad (13.1)$$

где $S = a \cdot b$ - площадь рамки. Магнитный поток через площадь «заметаемую» проводником cd , равен $d\Phi = B \cdot dS \cdot \cos(j)$, где j - угол между нормалью n к плоскости $cc'dd'$ и направлением маг-

нитной индукции B . Если промежуток времени очень мал, то угол практически равен углу $\omega \cdot t$. Вектор $\vec{B}$ параллелен плоскости, в которой при вращении рамки движутся проводники kd и ce . Поэтому через «заметаемые» этими проводниками площади магнитный поток равен нулю и ЭДС не возникает. В проводнике индуцируется ЭДС E_1 , равная по модулю E_2 , и направленная так, что при обходе по контуру рамки эти ЭДС складываются. В результате суммарная ЭДС, индуцируемая в одном витке, равна:

$$E = 2E_1 = B \cdot S \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t). \quad (13.2)$$

Наибольшее значение ЭДС принимает в те моменты времени, когда $\cos(\omega \cdot t)$ максимален, т.е. равен единице. Поэтому амплитуда ЭДС во всей рамке равна:

$$E_0 = B \cdot S \cdot \omega \cdot N = 2\pi \cdot n \cdot B \cdot S \cdot N. \quad (13.3)$$

Из соотношения (13.3) находим частоту вращения рамки

$$n = \frac{E_0}{2\pi \cdot B \cdot S \cdot N}. \quad (13.4)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Исследование зависимости числа оборотов рамки от индукции магнитного поля $n(B)$.

Вводим 5 значений индукции магнитного поля $0,3 < B < 5$ (Тл). Получаем и исследуем график зависимости $n(B)$.

ЗАДАЧА 14

Определить, при каких условиях расстояние между двумя точечными электрическими зарядами, равными по модулю q и Q , с массами m и M , при их движении в однородном электрическом поле с напряженностью E остается постоянным (то есть заряды

движутся как единая система). Чему равно это расстояние? Влиянием гравитационных сил пренебречь.

РЕШЕНИЕ

Возможно несколько вариантов расположения и величин зарядов, при которых расстояние между зарядами при их движении в однородном электрическом поле будет постоянным во времени (рис. 9).

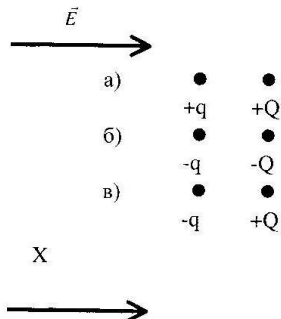


Рис. 9

На каждый из зарядов действуют две силы: со стороны однородного поля и кулоновская сила взаимодействия со вторым зарядом. Например, для заряда q эти силы по модулю равны $F_1 = q \cdot E$, $F_2 = k \cdot \frac{q \cdot Q}{L^2}$, где k - коэффициент пропорциональности в законе Кулона, L - расстояние между зарядами. Величина L будет по-

стоянной во времени, когда ускорения a_q, a_Q зарядов одинаковы. Для случая а) в проекции на ось OX с учетом второго закона Ньютона получим

$$a_q = \frac{q \cdot E - k \cdot \frac{q \cdot Q}{L^2}}{m}, \quad (14.1)$$

$$a_Q = \frac{Q \cdot E + k \cdot \frac{q \cdot Q}{L^2}}{M}. \quad (14.2)$$

Из (14.1), (14.2) при условии $a_q = a_Q$ находим

$$L = \sqrt{\frac{k \cdot q \cdot Q \cdot (m + M)}{E \cdot \theta}}, \quad (14.3)$$

где $\theta = Mq - mQ > 0$. В случае б) формула (14.3) также справедлива при $\theta = m \cdot Q - M \cdot q$, а в случае в) в (14.3) нужно взять $\theta = Mq + mQ$.

Отметим, что в случаях, когда прямая, проходящая через заряды, не параллельна линиям напряженности электрического поля, движение зарядов с $L = \text{const}$ невозможно.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Исследование зависимости $L(E)$

Рассмотрим для определенности случай в) (Рис. 9). Вводим количество опытов, значения величин $q, Q < 0.001$ (Кл), $m, M < 0.01$ (кг), $E > 0$, (В). Наблюдаем движение зарядов, рассчитываем значение величины L и получаем график зависимости $L(E)$.

ЗАДАЧА 15

Электрон со скоростью V влетает в однородное магнитное поле под углом α к силовым линиям магнитной индукции. Индукция поля равна B . (рис. 10) Найти радиус спиральной траектории электрона, временной и пространственный периоды движения электрона.

РЕШЕНИЕ

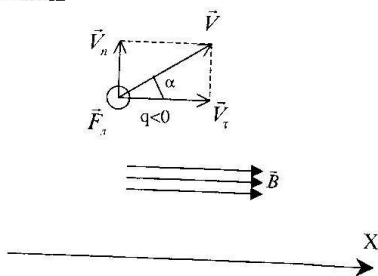


Рис.10

На движущуюся заряженную частицу в магнитном поле действует сила Лоренца

$$F_L = q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha, \quad (15.1)$$

где q – заряд частицы, V – ее скорость, B – индукция магнитного поля, α – угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$. Направление силы Лоренца можно определить с помощью правила левой руки, в данном случае сила Лоренца направлена перпендикулярно плоскости рисунка к читателю. Движение электрона можно представить как суперпозицию равномерного прямолинейного движения вдоль оси X со скоростью

$$V_t = V \cdot \cos \alpha \quad (15.2)$$

и движения по окружности с постоянной скоростью

$$V_n = V \cdot \sin \alpha \quad (15.3)$$

в плоскости, перпендикулярной оси X . В результате электрон движется по спиральной траектории. Учитывая, что сила Лоренца

играет роль центростремительной силы

$$F_c = m \cdot \frac{V_n^2}{R}, \quad (15.4)$$

можно определить радиус спирали

$$R = \frac{m \cdot V \cdot \sin \alpha}{q \cdot B} \quad (15.5)$$

Временной период движения электрона по спирали равен

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{V_n} \quad (15.6)$$

Используя (15.5) и (15.6), получаем

$$T = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{q} \quad (15.7)$$

Из формулы (15.7) следует важная особенность: временной период движения частицы по спирали не зависит от скорости частицы и определяется отношением заряда частицы к ее массе (удельным зарядом частицы), а также индукцией магнитного поля.

Пространственный период движения частицы по спирали (шаг спирали) можно рассчитать по формуле

$$h = V_t \cdot T \quad (15.8)$$

Используя (15.2) и (15.8), получаем

$$h = \frac{2\pi \cdot m \cdot V \cdot \cos \alpha}{B \cdot q} \quad (15.9)$$

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ получаем $h=0$, т.е. частица движется не по спирали, а по окружности.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Для численного моделирования возьмем: $2 \cdot 10^7 < v < 5 \cdot 10^7$ (м/с), $0 < \alpha < \pi$, $0.5 < B < 2$ (Тл). Рассматриваются три различные

частицы: электрон, протон и α -частица. Вводим значения величин V , α , B и получаем графики зависимостей $R(\alpha)$, $T(B)$, $T(V)$, $h(V)$ и $h(\alpha)$ для трех частиц.

Примечание: Отрицательные значения величин R , T и h , получающиеся при отрицательном заряде частицы или при тупых углах α , означают движение частицы в противоположном направлении.

Глава 4

ОПТИКА

ЗАДАЧА 1

Даны две когерентные световые волны, поляризованные линейно вдоль одного направления с напряженностями E_1 и E_2 , амплитудами A_1 и A_2 , фазами φ_1 и φ_2 соответственно. Изучить условия образования максимумов и минимумов интерференционной картины при наложении этих световых волн. Построить график зависимости напряженности результирующей волны от времени и график зависимости интенсивности результирующей волны от разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

РЕШЕНИЕ

Интерференцией света называется перераспределение интенсивности, то есть образование максимумов и минимумов, в результате сложения когерентных волн. Когерентными называются волны, имеющие одинаковую частоту и постоянную, не зависящую от времени, разность фаз. Рассмотрим две световые волны, поляризованные линейно вдоль одного направления, с напряженностями электрического поля:

$$E_1 = A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1), \quad E_2 = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) \quad (1.1)$$

где A_1 и A_2 - амплитуды волн, ω - частота волн, φ_1 и φ_2 - начальные фазы волн. В соответствии с принципом суперпозиции, световые волны складываются, не искажая друг друга. Поэтому суммарная световая волна:

$$E = E_1 + E_2 \quad (1.2)$$

может быть представлена в виде:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ

$$E = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi). \quad (1.3)$$

Амплитуда A и начальная фаза φ результирующей световой волны зависят от амплитуд и фаз интерферирующих волн и удовлетворяют соотношениям:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.4)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{A_1 \cdot \sin(\varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\varphi_2)}{A_1 \cdot \cos(\varphi_1) + A_2 \cdot \cos(\varphi_2)}. \quad (1.5)$$

Учитывая, что интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, можно записать:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.6)$$

где I_1 и I_2 - интенсивности исходных волн, I - интенсивность результирующей волны. Таким образом, интенсивность (или энергия) результирующей волны не равна сумме энергий складывающихся волн, а зависит от разности фаз этих волн. Если разность фаз удовлетворяет условию:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot \pi \cdot n, \quad (1.7)$$

где $n = 0; 1; 2; 3; \dots$,

то имеем максимальную интенсивность и амплитуду результирующей волны:

$$I = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2, \quad (1.8)$$

$$A = A_1 + A_2.$$

Если для разности фаз выполняется соотношение:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi \cdot (2 \cdot n + 1), \quad (1.9)$$

то интенсивность и амплитуда итоговой волны являются минимальными:

$$I = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2, \quad (1.10)$$

$$A = A_1 - A_2.$$

Если разность фаз не является постоянной и беспорядочно изменяется с течением времени (волны не когерентны), то имеет место простое сложение интенсивностей:

$$I = I_1 + I_2. \quad (1.11)$$

В этом случае интерференции не наблюдается. Разность фаз может возникнуть вследствие разности хода волн от источника до точки наблюдения:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\omega}{c} \cdot (l_1 - l_2). \quad (1.12)$$

Здесь c - скорость света, l_1 и l_2 - оптические длины путей первой и второй волн. Используя понятие оптической разности хода

$\Delta l = l_1 - l_2$, можно переписать условия минимума и максимума интерференционной картины. Если оптическая разность хода равна целому числу волн (т.е. четному числу половин)

$$\Delta l = n \cdot \lambda = 2 \cdot n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (1.13)$$

где λ - длина волны, то имеет место максимум интерференции. В этом случае говорят, что волны приходят в фазе и усиливают друг друга. Если же оптическая разность хода равна нечетному числу половин

$$\Delta l = (2 \cdot n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (1.14)$$

то наблюдается минимум интерференции, при этом волны взаимно ослабляются.

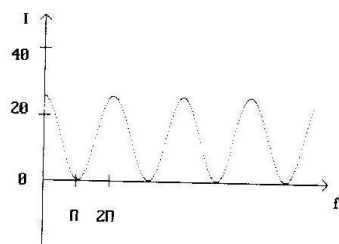
АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- $1 < A_1 < 10$ (В/м)
- $1 < A_2 < 10$ (В/м)
- $0 < \varphi_1 < 2\pi$ при $\varphi_2 = 0$.

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Последовательно вводятся амплитуда первой волны, амплитуда второй волны, фаза второй волны, принимая фазу первой равной 0. На экране появляется график зависимости напряженности двух волн от времени и выводится результирующая волна. После нажатия любой клавиши на экране появляется

график зависимости интенсивности результирующей волны от фазы волны.



ЗАДАЧА 2

На стеклянную трехгранную призму с преломляющим углом $f = 45^\circ$ падает луч и выходит из нее под углом r_2 градусов. Найти угол i_1 падения луча на призму.

РЕШЕНИЕ

Пусть луч света падает на призму в точку D . Восстановим перпендикуляр DK к поверхности призмы в точку падения D . i_1 - это угол падения луча на призму. На границе раздела двух сред (вакуум-призма) луч света преломится и на вторую грань призмы упадет под углом i_2 в точку E . r_1 - это угол

преломления луча. После вторичного преломления на границе раздела сред призма-вакуум луч выйдет из призмы под углом r_2 .

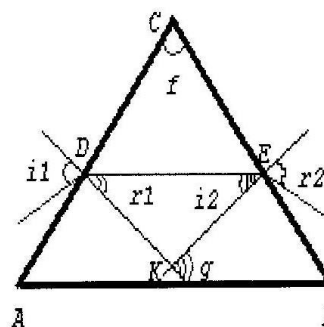


Рис. 1

Рассмотрим треугольник DKE , образованный лучом DE и перпендикулярами KD и KE к граням призмы AC и BC . Внешний угол g этого треугольника равен сумме двух внутренних углов r_1 и i_2 , не смежных с ним, т.е. $g = r_1 + i_2$. Но $g = f$, как два угла с взаимно перпендикулярными сторонами; следовательно, $f = r_1 + i_2$, значит

$$r_1 = f - i_2. \quad (2.1)$$

По закону преломления, для грани СВ

$$\frac{\sin(i_2)}{\sin(r_2)} = \frac{1}{n}, \quad (2.2)$$

то есть

$$\sin(i_2) = \frac{\sin(r_2)}{n}, \quad i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin(r_2)}{n}\right). \quad (2.3)$$

Теперь можно найти i_1 . По закону преломления, для грани АС

$$\frac{\sin(i_1)}{\sin(r_1)} = n, \quad (2.4)$$

откуда

$$\sin(i_1) = n \cdot \sin(r_1), \quad i_1 = \arcsin(n \cdot \sin(r_1)). \quad (2.5)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Угол выхода луча из призмы $6^\circ < r_2 < 90^\circ$.

На экран выводится схематичное изображение призмы, условие задачи и предлагается ввести r_2 . После решения задачи, сопровождаемого графическими пояснениями, выдается ответ.

ЗАДАЧА 3

На какой высоте h от поверхности над центром круглого стола радиуса R следует повесить лампу с силой света I , чтобы освещенность края стола была наибольшей? Построить и исследовать график зависимости освещенности края стола от высоты h , на которой висит лампа.

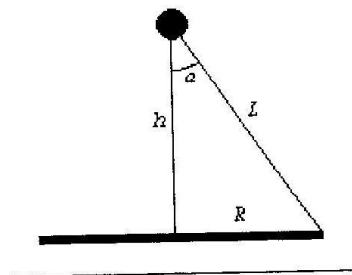


Рис.2

РЕШЕНИЕ

В соответствии с законом обратных квадратов

$$E = \frac{I}{L^2} \cdot \cos \alpha, \quad (3.1)$$

где I - сила света, L - расстояние от источника до точки наблюдения, α - угол падения световых лучей на поверхность стола. Из рис.2 находим, что

$$L^2 = h^2 + R^2, \quad (3.2)$$

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}}. \quad (3.3)$$

Тогда с учетом (3.2) и (3.3) формула (3.1) для освещенности пере-

пишется следующим образом:

$$E = \frac{I \cdot h}{(h^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (3.4)$$

Исследуем формулу (3.4) на экстремум. Для этого продифференцируем ее по h :

$$\frac{dE}{dh} = \frac{I}{(h^2 + R^2)^{3/2}} - \frac{3 \cdot I \cdot h^2}{(h^2 + R^2)^{5/2}}. \quad (3.5)$$

Условие экстремума

$$\frac{dE}{dh} = 0. \quad (3.6)$$

Тогда из (3.5) и (3.6) находим, что

$$h = \frac{R}{\sqrt{2}}. \quad (3.7)$$

С учетом (3.4) и (3.7) максимальное значение освещенности равно

$$E_{\max} = \frac{2 \cdot I}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot R^2}. \quad (3.8)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Освещенность $30 < I < 90$ (кд);
- Радиус стола $0,35 < R < 0,45$ (м).

Анализ решения начинается с выбора числа опытов. Предлага-

ется поочередно ввести силу света лампы, радиус стола. После окончания ввода появляется график зависимости $E(h)$ с точным значением $E_{\max}$.

ЗАДАЧА 4

Плоский предмет установлен перпендикулярно к главной оптической оси собирающей линзы. Построить изображение этого предмета в линзе при различных расстояниях от предмета до линзы:

- 1) предмет находится за двойным фокусным расстоянием;
- 2) предмет находится на расстоянии, равном двойному фокусному расстоянию;
- 3) предмет находится между фокусом и двойным фокусным расстоянием линзы;
- 4) предмет находится на расстоянии, равном фокусному расстоянию;
- 5) предмет находится между фокусом и линзой.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Фокусное расстояние линзы $0,01 < F < 2$ (м).
- Расстояние до предмета $0,01 < d < 2$ (м).

Последовательно вводят фокусное расстояние линзы, расстояние до предмета. На экране появляется картина, демонстрирующая ход лучей в линзе и образование изображения. Подбором соответствующих значений F и d можно получить все случаи образования изображения.

ЗАДАЧА 5

Плоский предмет установлен перпендикулярно к главной оптической оси рассеивающей линзы. Построить изображение этого предмета в линзе при различных расстояниях от предмета до линзы.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Фокусное расстояние линзы $0,01 < F < 2$ (м).
- Расстояние до предмета $0,01 < d < 2$ (м).

Последовательно вводят фокусное расстояние линзы, расстояние до предмета. На экране появляется картина, демонстрирующая ход лучей в линзе и образование изображения.

ЗАДАЧА 6

Построить изображение в собирающей и рассеивающей линзах в случаях, когда предмет лежит на главной оптической оси или расположен под некоторым углом к главной оптической оси.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

На экране последовательно отображаются и комментируются все этапы построения изображения в вышеуказанных случаях в собирающей и рассеивающей линзах.

ЗАДАЧА 7

Найти зависимость расстояния f (от изображения до оптического центра собирающей линзы) от расстояния d (от предмета до оптического центра линзы), если предмет находится между линзой и ее фокусом.

РЕШЕНИЕ

В случае $d < F$ изображение является мнимым, и формула тонкой линзы принимает вид

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}, \quad (7.1)$$

F - фокусное расстояние,

d - расстояние от предмета до оптического центра линзы,

f - расстояние от изображения до оптического центра собирающей линзы. Отсюда

$$f = \frac{F \cdot d}{F - d}. \quad (7.2)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

фокусное расстояние F не более 0,99 (м).

расстояние от предмета до оптического центра линзы $d < F$.

По окончании ввода требуемых данных появляется таблица результатов и график зависимости $f(d)$.

ЗАДАЧА 8

Построить график зависимости линейного увеличения Γ предмета от расстояния до оптического центра собирающей линзы d .

РЕШЕНИЕ

Пусть F - фокусное расстояние собирающей линзы;

f - расстояние от изображения до оптического центра линзы;

d - расстояние от предмета до оптического центра собирающей линзы. Увеличение линзы равно:

$$\Gamma = \frac{f}{d}. \quad (8.1)$$

При $d < F$ изображение мнимое, из формулы линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \quad (8.2)$$

следует

$$\Gamma = \frac{F}{F-d}. \quad (8.3)$$

Отсюда ясно, что с приближением d к F увеличение Γ стремится к бесконечности.

При $d > F$ изображение действительное и

$$\Gamma = \frac{F}{d-F}. \quad (8.4)$$

При $d = 2 \cdot F$ увеличение $\Gamma = 1$. При дальнейшем росте d увеличение Γ уменьшается.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- фокусное расстояние $0 < F < \infty$ (м);
- расстояние от предмета до оптического центра собирающей линзы $d < 5 \cdot F$.

По окончании ввода требуемых данных появляется таблица результатов и график зависимости $\Gamma(d)$.

ЗАДАЧА 9

Две собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 2$ см и $F_2 = 20$ см расположены на расстоянии $b = 24$ см друг от друга. Построить изображение предмета, находящегося на расстоянии d от первой линзы. Найти увеличение K .

РЕШЕНИЕ

Изображение, создаваемое первой линзой, находится на расстоянии f_1 от неё. От второй линзы оно находится на расстоянии $d_1 = b - f_1$ и, в свою очередь, служит для неё предметом. Изображение, создаваемое второй линзой, находится на расстоянии f_2 от неё.

По формуле линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}, \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}. \quad (9.1)$$

Решая полученную систему уравнений, найдём

$$f_2 = -\frac{F_2 \cdot (b - d - b \cdot F_1 - F_1 \cdot d)}{(F_2 - b) \cdot (d - F_1) + F_1 \cdot d}, \quad (9.2)$$

$$K = -\frac{F_1 \cdot F_2}{(F_2 - b) \cdot (d - F_1) + F_1 \cdot d}. \quad (9.3)$$

Здесь: b - расстояние между линзами;

d - расстояние от предмета до первой линзы;

$K_1 = \frac{f_1}{d}$ - увеличение первой линзы;

$$K_2 = \frac{f_2}{d_1} - \text{увеличение второй линзы;}$$

$$K = K_1 \cdot K_2 - \text{увеличение изображения.}$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- фокусное расстояние первой линзы F_1 не более 0,05 (м);
- расстояние от предмета до первой линзы d не более 0,05 (м).

Установлена связь между условием задачи, рисунком к ней и ее решением. Эта связь снимает проблему запоминания множества обозначений.

После последовательного ввода пяти значений F_1 и пяти значений d предлагается выбрать для просмотра график зависимости $K(F_1)$ или $K(d)$. После выбора, следуя появляющимся на экране инструкциям, можно последовательно просмотреть графики $K(F_1)$ и $K(d)$.

ЗАДАЧА 10

Луч света, отражённый от плоского зеркала, падает перпендикулярно на плоский экран, удалённый на расстояние L от зеркала. На какое расстояние переместится световой зайчик, если повернуть зеркало на угол φ градусов вокруг оси, лежащей в плоскости зеркала и перпендикулярной плоскости, в которой находится падающий и отражённый лучи?

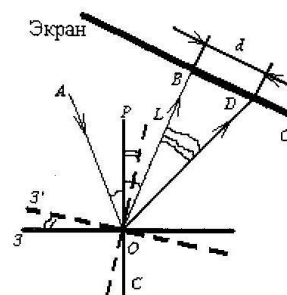


Рис.3

На рисунке:

$$\angle ZOZ = \varphi, \angle AOP = \alpha, \angle BOD = \beta, L = OB, BD = d.$$

РЕШЕНИЕ

При повороте зеркала на угол φ отражённый луч повернётся на угол β

(см. Рис. 3). Тогда световой зайчик переместится на расстояние d . Из прямоугольного треугольника OBD находим:

$$d = L \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (10.1)$$

Найдём теперь угол β . При повороте зеркала на угол φ перпендикуляр к зеркалу, восстановленный в т. О падения луча, также повернётся на угол φ , поэтому угол падения будет равен

$\varphi + \alpha$, а угол между падающим и отраженным лучами будет равен $2 \cdot (\varphi + \alpha)$. До поворота угол между падающим и отраженным лучами был равен $2 \cdot \alpha$.

Т.к. направление падающего луча осталось неизменным, то, следовательно, отраженный луч повернется на угол:

$$\beta = 2 \cdot (\varphi + \alpha) - 2 \cdot \alpha = 2 \cdot \varphi. \quad (10.2)$$

Таким образом,

$$d = L \cdot \operatorname{tg}(2 \cdot \varphi). \quad (10.3)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- расстояние $1 < L < 2,5(m)$;
- угол падения $0^\circ < \alpha < 90^\circ$;
- угол поворота зеркала $-44^\circ < \varphi < 44^\circ$.

По окончании ввода необходимых данных пользователю предлагается математическая модель процесса отражения луча. Далее происходит вывод графика зависимости величины отклонения луча d от угла поворота зеркала φ . Вид этого графика зависит от знака угла φ . Знак угла φ определяется направлением вращения зеркала (по часовой стрелке "+", против часовой - "-").

ЗАДАЧА 11

Луч света падает под углом a к оси X на угловой отражатель (два зеркала, расположенные под углом 90° градусов). Найти угол c между отраженным лучом и осью X .

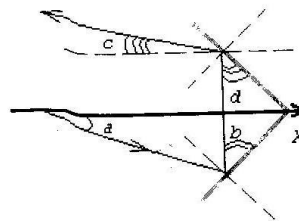


Рис. 4

РЕШЕНИЕ

С учетом геометрии задачи по закону отражения имеем (a - заданный угол):

$$b = 45 + a, \quad d = 90 - b. \quad (11.1)$$

$$c = 45 - d = 45 - (90 - [45 + a]) = a. \quad (11.2)$$

Следовательно, луч отражается в противоположную сторону.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- $1^\circ < a < 20^\circ$.

После ввода угла a на экране отображается ход лучей через отражатель.

ЗАДАЧА 12

На дне водоема глубиной h находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником. При каком минимальном диаметре диска лучи от источника не будут выходить из воды?

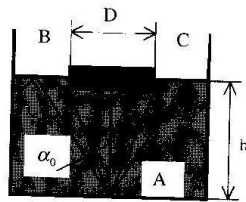


Рис. 5

РЕШЕНИЕ

Лучи, идущие из источника A, падают на границу раздела вода-воздух, переходя из оптически более плотной среды в менее плотную. Лучи, которые падают на границу раздела под углом, большим предельного α_0 , испытывают полное внутреннее отражение. В воздух выйдут лишь лучи, заключенные внутри конуса с диаметром основания D и вершиной в точке A. Если на воду положить непрозрачную пластину диаметром D, то ни один луч в воздух не попадет.

Для лучей, идущих из воды в воздух под предельным углом, можно записать:

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}, \quad (12.1)$$

где n_1 - показатель преломления воды, n_2 - воздуха.

Диаметр пластинки служит основанием равнобедренного треугольника ABC, поэтому

$$D = 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 \quad (12.2)$$

Решая совместно (12.1) и (12.2), получим:

$$D = \frac{2 \cdot h \cdot n_2}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}. \quad (12.3)$$

Полагая $n_1 = 4/3$ и $n_2 = 1$, находим:

$$D = \frac{6 \cdot h}{\sqrt{7}}. \quad (12.4)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- глубина водоема $10 < h < 100$ (м).

По окончании анализа решения программа предлагает выбрать глубину водоема в указанных пределах. Далее выводится график зависимости диаметра диска от глубины водоема. После этого можно: 1) начать моделирование задачи заново; 2) снова решать задачу; 3) начать решение другой задачи.

ЗАДАЧА 13

На щель шириной a падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ . Дифракционная картина просцируется на экран, параллельный плоскости щели, с помощью линзы, расположенной вблизи щели. Четкое изображение получится на экране, если его расположить в фокусе собирающей линзы. Определите расстояние r от экрана до линзы, если известно расстояние l между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума.

РЕШЕНИЕ

Условие дифракционного минимума от одной щели

$$a \cdot \sin \varphi = m \cdot \lambda, \quad m = 1, \quad (13.1)$$

где a - ширина щели, φ - угол дифракции, m - порядок дифракционного минимума, λ - длина волны падающего света.

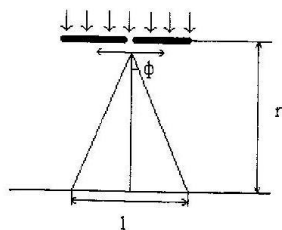


Рис.6

Из рисунка находим, что

$$l = 2 \cdot r \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (13.2)$$

но так как $\frac{l}{2} \ll r$, то

$$\operatorname{tg} \varphi = \sin \varphi \Rightarrow l = 2 \cdot r \cdot \sin \varphi. \quad (13.3)$$

Подставив в (13.1), получаем

$$r = \frac{a \cdot l}{2 \cdot \lambda}. \quad (13.4)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- ширина щели $10^{-4} < a < 5 \cdot 10^{-4} (\text{м})$,
- длина волны $3 \cdot 10^{-7} < \lambda < 8 \cdot 10^{-7} (\text{м})$,

расстояние l между первыми дифракционными минимумами $0.005 < l < 0.02 (\text{м})$.

По окончании решения программа предлагает выбрать количество опытов. После ввода указанных величин на дисплее отображается график распределения интенсивности на экране (в условных единицах).

ЗАДАЧА 14

Изображение предмета в вогнутом зеркале увеличено в k раз. После того, как предмет передвинули на расстояние L , изображение предмета осталось увеличенным в k раз. Определить радиус кривизны зеркала.

РЕШЕНИЕ

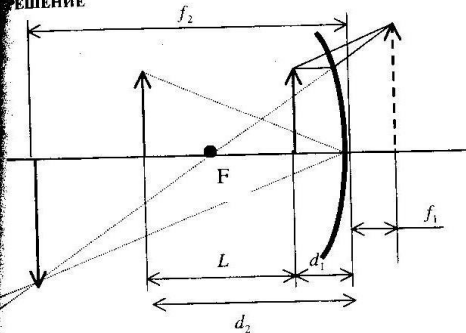


Рис.7

Из условия задачи следует, что такой случай возможен, если в одном положении изображение мнимое, а в другом - действительное.

Запишем уравнение для первого положения (см. рис. 7)

$$\frac{2}{R} = -\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1}, \quad \frac{f_1}{d_1} = k, \quad (14.1)$$

(минус перед $\frac{1}{f_1}$, т.к. изображение мнимое).

Здесь d_1 - расстояние от предмета до зеркала,

f_1 - расстояние от изображения до зеркала,

k - коэффициент увеличения.

Запишем уравнение для второго положения

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}, \quad \frac{f_2}{d_2} = k, \quad d_2 = d_1 + L, \quad (14.2)$$

где d_2 - расстояние от предмета до зеркала,

f_2 - расстояние от изображения до зеркала,

k - коэффициент увеличения,

R - радиус кривизны зеркала.

По условию задачи из полученной системы пяти уравнений относительно неизвестных R, d_1, d_2, f_1, f_2 , находим:

$$R = k \cdot L. \quad (14.3)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Увеличение $1.1 < k < 4$.
- $L > 0$.

Сначала предлагается ввести увеличение k в указанном выше интервале. Затем изображается ход лучей, соответствующий данному случаю. После этого появляется запрос на ввод величины

перемещения L предмета и строится ход лучей для второго положения предмета.

ЗАДАЧА 15

Найти число изображений N точечного источника света S в двух плоских зеркалах, образующих друг с другом угол α . Источник находится на биссектрисе угла α .

РЕШЕНИЕ

Формула для нахождения числа изображений

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1. \quad (15.1)$$

Из формулы (15.1) следует, что конечное число изображений получается только в том случае, если угол α в целое число раз меньше 360° . При этом условии для N получается целое значение. В противном случае количество изображений бесконечно велико.

Если $\alpha = 60^\circ$, то число изображений $N = 5$. Если между зеркалами помещается источник, то выходящие из него лучи будут попадать на зеркала, многократно отражаться от них расходящимися пучками, давая всякий раз на своем продолжении мнимые изображения.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Угол между зеркалами $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, при этом угол α должен быть в целое число раз меньше 360° .

Для решения ограничимся схематическим построением, т.к. чертеж на экране получится громоздким. Вводя угол между зеркалами в указанном пределе, на экране можно наблюдать схематическое построение. Одно из них изображено на рис. 8.

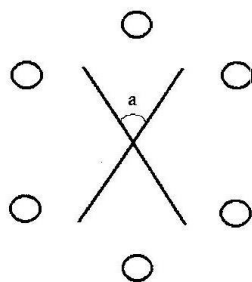


Рис. 8

ЗАДАЧА 16

В дно водоема глубиной H вбита свая, на высоту h выступающая из воды. Найти длину тени от сваи на дне водоема при угле падения лучей α° .

РЕШЕНИЕ

Длина тени на дне водоема

$$L = L_1 + L_2, \quad (16.1)$$

где $L_1 = h \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$, $L_2 = H \cdot \operatorname{tg}(\gamma)$.

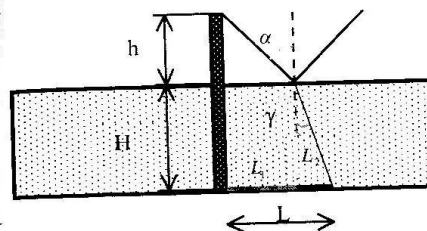


Рис. 9

Угол γ найдем из закона преломления

$$n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}. \quad (16.2)$$

Отсюда $\sin(\gamma) = \frac{\sin(\alpha)}{n}$ и $\gamma = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n}\right)$.

Следовательно,

$$L = h \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + H \cdot \operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n}\right)\right). \quad (16.3)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Угол падения $0.2 < \alpha < 1.4(\text{rad})$

В задаче значения H и h являются фиксированными и исследу-

ется зависимость величины образующейся тени только от угла падения. После того, как введен угол падения, на экране появляется модель отклонения света от прямолинейного распространения и образования тени (см. рис. 9).

ЗАДАЧА 17

Красная граница фотоэффекта для материала равна λ_0 . Определить скорость фотоэлектронов при облучении материала светом с длиной волны λ . Построить график зависимости скорости фотоэлектронов от длины волны падающего излучения.

РЕШЕНИЕ

Энергия E , которую необходимо затратить для того, чтобы произошел фотоэффект, определяется по формуле:

$$E = A + T, \quad (17.1)$$

где A - работа, которую необходимо совершить для того, чтобы вырвать электрон из поверхности материала (работа выхода), T - кинетическая энергия, которой обладает электрон при выходе из поверхности материала. Величины E , A , T равны

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}, \quad A = \frac{h \cdot c}{\lambda_0}, \quad T = \frac{M \cdot V^2}{2}, \quad (17.2)$$

Из (17.1), (17.2) получим:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} + \frac{M \cdot V^2}{2}. \quad (17.3)$$

где h - постоянная Планка ($h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), c - скорость света ($c = 2.997 \cdot 10^8$ м·с⁻¹), M - масса электрона, V - скорость фотоэлектронов.

Следовательно,

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot c \cdot (\lambda_0 - \lambda)}{M \cdot \lambda \cdot \lambda_0}} \quad (17.4)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

- Диапазон данных: $2 \cdot 10^{-7} < \lambda_0 < 13 \cdot 10^{-7}$ (м), $\lambda < \lambda_0$.

После ввода количества опытов задаем значения красной границы фотоэффекта и длины волны падающего излучения. На экране отображается физический процесс и график зависимости скорости частицы от длины волны.

ЗАДАЧА 18

Фотон с длиной волны λ_1 был рассеян при соударении со свободным покоящимся электроном, в результате чего длина волны фотона стала λ_2 , а импульс электрона стал равен p . Определить угол ψ , под которым вылетел электрон отдачи, если угол рассеяния фотона равен φ .

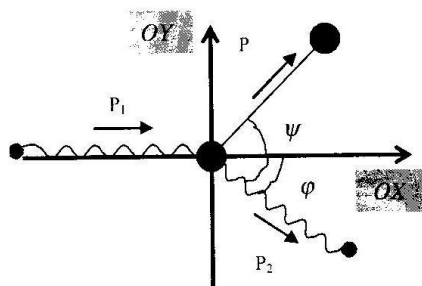


Рис. 10

РЕШЕНИЕ

Изменение длины волны излучения при рассеянии жесткого излучения на электронах получило название эффекта Комптона. Это одно из явлений, в которых проявляются квантовые свойства электромагнитного поля.

Импульс фотона до удара

$$p_1 = \frac{h}{\lambda_1} \quad (18.1)$$

Импульс фотона после удара

$$p_2 = \frac{h}{\lambda_2} \quad (18.2)$$

где $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. Запишем закон сохранения импульса в проекциях на координатные оси (см. рис.10).

Для оси OX имеем:

$$p_1 = p_2 \cdot \cos \varphi + p \cdot \cos \psi, \quad (18.3)$$

а для оси OY:

$$p \cdot \sin \psi - p_2 \cdot \sin \varphi = 0, \quad (18.4)$$

Решая систему уравнений, получим:

$$\psi = \arctg \left(\frac{\sin \varphi}{p_1 - p_2 \cos \varphi} \right). \quad (18.5)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Длина волны падающего фотона $4 \cdot 10^{-7} < \lambda_1 < 6 \cdot 10^{-7}$ (м).
- Длина волны рассеянного фотона $4 \cdot 10^{-7} < \lambda_2 < 7 \cdot 10^{-7}$ (м), $\lambda_2 > \lambda_1$.
- Угол рассеяния фотона $0^\circ < \varphi < 45^\circ$.

После ввода вышеуказанных величин предлагается перейти к моделированию эффекта Комптона. По окончании моделирования осуществляется графический анализ явления (выводится график зависимости $\psi(\lambda_1)$). Существует возможность просмотра графика в различных интервалах изменения λ_1 .

Глава 5

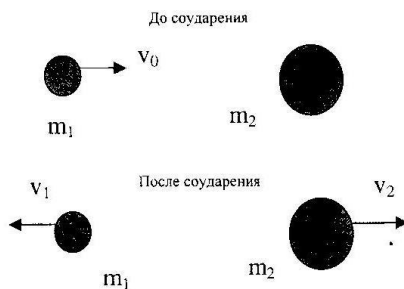
АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

ЗАДАЧА 1

Рассчитать, какую долю своей энергии теряет нейтрон при любом соударении с покоящимся ядром массы M (в а.е.м.). Вычислить максимальную потерю энергии нейтроном при соударении с протоном, дейтроном, ядром углерода и ядром свинца. Столкновение считать абсолютно упругим.

РЕШЕНИЕ

Пусть до соударения скорость нейтрона массы m_1 равна V_0 , а ядро массы m_2 покоится. После соударения абсолютные величины скоростей нейтрона и ядра равны соответственно V_1 и V_2 . Количество движения нейтрона (m_1) в результате соударения изменилось на $m_1 V_0 + m_1 V_1$, а ядра (m_2) на $0 - m_2 V_2$.



В силу равенства действия и противодействия импульсы сил, а следовательно, изменения количества движения нейтрона и ядра при ударе равны по величине и противоположны по знаку. Поэтому:

$$m_1 V_0 + m_1 V_1 = m_2 V_2.$$

С другой стороны, по закону сохранения энергии:

$$m_1 V_0^2 = m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2.$$

Решая эти уравнения относительно V_1 и V_2 , найдем долю начальной энергии, переданную нейтроном ядру m_2 :

$$X = \frac{m_2 V_2^2}{m_1 V_0^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Если $m_1 = 1$ (нейтрон в а.е.м.), а M - масса ядра в а.е.м., то

$$X = \frac{4M}{(1 + M)^2}.$$

Итак, максимальная потеря энергии нейтроном при соударении с протоном $X=100\%$, с дейтроном $X=44.4\%$, с ядром углерода $X=2.4\%$ и ядром свинца $X=0.01\%$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Предлагается ввести массу покоящегося ядра из трех значений - 1, 12, 207.2 а.е.м. Вычисляется максимальная потеря энергии нейтроном. Строится график зависимости максимальной потери энергии нейтроном от массы покоящегося ядра.

ЗАДАЧА 2

Во время перехода электрона в атоме с третьей стационарной орбиты на вторую атом излучает фотон, энергия которого соответствует длине волны, равной λ нм. На сколько уменьшится при этом энергия атома?

РЕШЕНИЕ

Согласно второму постулату Бора, энергия фотона равна разности энергий стационарных состояний:

$$h \cdot \nu = \Delta E,$$

где

$$\Delta E = E_3 - E_2,$$

ν - частота, h - постоянная

Планка, E_2 -

энергия второго стационарного состояния, E_3 - энергия третьего стационарного состояния,

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

c - скорость распространения света, λ - длина волны.

Таким образом,

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}.$$

Подставив в эту формулу числовые значения длины волны, постоянной Планка $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с и скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, найдем ΔE .

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $12 < \lambda < 400$ нм. Вводится число опытов и длина волны. Вычисляется изменение энергии атома. Строится

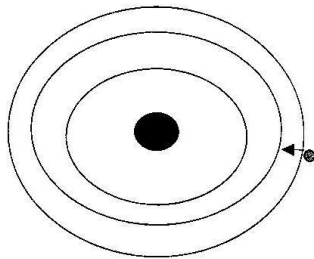


график зависимости изменения энергии атома от длины волны света.

ЗАДАЧА 3

За время t_1 ч. начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в n_0 раз. Во сколько раз оно уменьшится за время t_2 , считая от начального момента времени?

РЕШЕНИЕ

В начальный момент времени было N_0 частиц. После первого промежутка времени t_1 их осталось N_1 . Согласно закону радиоактивного распада

$$N_1 = N_0 \cdot \exp(-\lambda t_1). \quad (3.1)$$

После второго промежутка времени их осталось N_2 :

$$N_2 = N_0 \cdot \exp(-\lambda t_2). \quad (3.2)$$

Разделим выражение (3.1) на N_0 :

$$\frac{N_1}{N_0} = \exp(-\lambda t_1);$$

но с другой стороны:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{1}{n_0}.$$

Сравнив две последние формулы, получим

$$\exp(\lambda t_1) = n_0. \quad (3.3)$$

Прологарифмируем выражение (3.3). Получим:

$$\lambda \cdot t_1 = \ln(n_0).$$

Выразим λ :

$$\lambda = \frac{1}{t_1} \ln(n_0).$$

Подставим λ в выражение (2) :

$$N_2 = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{t_2}{t_1} \ln n_0\right).$$

Из последнего выражения найдем отношение $\frac{N_0}{N_2}$:

$$\frac{N_0}{N_2} = \exp\left(\frac{t_2}{t_1} \ln n_0\right).$$

После преобразований:

$$\frac{N_0}{N_2} = n_0^{\frac{t_2}{t_1}}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $1 < t_1 < 10$, $t_2 < 24$, $t_2 > t_1$, $n_0 < 10$.

Вводятся два расчетных промежутка времени t_1 и t_2 , изменение количества радиоактивного изотопа за время t_1 , равное n_0 . Рассчитывается, во сколько раз количество радиоактивного изотопа уменьшится за время t_2 , считая от начального момента времени. Строится график зависимости количества оставшихся ядер от времени.

ЗАДАЧА 4

Какую энергию нужно затратить, чтобы разрушить ядро изотопа гелия He ($A=4$, $Z=2$), удалив образующие его частицы на такое расстояние друг от друга, на котором ядерными силами взаимодействия можно пренебречь. Предполагается, что образующие ядро частицы в результате не будут обладать кинетической энергией.

РЕШЕНИЕ

Подставим все значения в выражение для энергии связи

$$W_{\text{св}} = [Z \cdot M_p + (A - Z) \cdot M_n - M_A] c^2.$$

Получили значение $W_{\text{св}} = 4,671413 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

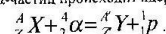
Диапазон значений: $1 < Z < 15$. Вводится порядковый номер химического элемента Z . Вычисляется энергия, которую надо затратить, чтобы разрушить ядро изотопа. Строится график зависимости энергии от массового числа A .

ЗАДАЧА 5

При облучении некоторого элемента α -частицами обнаружено испускание протона. Какое превращение при этом происходит с ядром?

РЕШЕНИЕ

В процессе захвата α -частиц происходит ядерная реакция:



Значит, $Z' = Z + 2$, $A' = A + 4$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Вводится элемент, который облучается α -частицами и определяется элемент, получившийся в результате реакции.

ЗАДАЧА 6

Определить скорость α -частицы, обладающей энергией $x \text{ эВ}$.

РЕШЕНИЕ

Из формулы для кинетической энергии движущейся частицы

$$E = \frac{M \cdot V^2}{2}$$

определим скорость

$$V = \sqrt{\frac{2E}{M}}$$

Для подсчета массы α -частицы необходимо атомную массу α -частицы (4.00274) умножить на атомную единицу массы ($1.66 \cdot 10^{-27}$) кг:

$$M = 4.00274 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} = 6.64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Если $E = \alpha \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж, $M = 6.64 \cdot 10^{-27}$ кг, находим значение скорости $V = \sqrt{\alpha \cdot 6940} \text{ м/с}$. Необходимо помнить, что $1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $1 < E < 25 \text{ эВ}$. Вводится число опытов, энергия α -частицы. Вычисляется скорость α -частицы. Строится график зависимости скорости α -частицы от ее энергии.

ЗАДАЧА 7

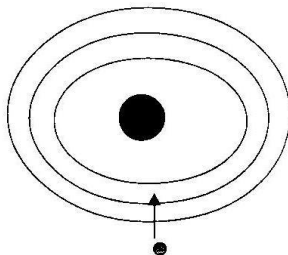
При переходе электрона атома водорода с одной орбиты на другую, более близкую к ядру, энергия атома уменьшается на E . При этом атом водорода излучает квант света. Определить длину волны излучения.

РЕШЕНИЕ

Энергия излученного фотона равна

$$E = h \cdot \nu,$$

где h — постоянная Планка, ν — частота излучения. Атом, излучая квант, переходит из высшего энергетического состояния в низ-



шее. Используем связь частоты с длиной волны:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Тогда

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda},$$

откуда следует выражение для длины волны

$$\lambda = \frac{hc}{E}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $1.8 < E < 3.2 \text{ эВ}$. Вводится значение энергии E . Определяется длина волны излучения. Определяется цвет излучения. Строится график зависимости $\lambda(E)$.

ЗАДАЧА 8

Красная граница фотоэффекта для материала равна λ_0 . Определить скорость фотоэлектронов при облучении материала светом с длиной волны λ . Построить график зависимости скорости фотоэлектронов от длины волны падающего излучения.

РЕШЕНИЕ

Энергия, которую необходимо затратить для того, чтобы вырвать электрон из поверхности материала и придать ему скорость, определяется по формуле:

$$E = A + T, \quad (8.1)$$

где E — полная энергия, сообщаемая электрону, A — работа, которую необходимо совершить для того, чтобы вырвать электрон с поверхности материала, T — кинетическая энергия, которой обладает электрон при выходе с поверхности материала. Подставляя в (8.1) выражения для соответствующих величин

$$E = \frac{hc}{\lambda}, A = \frac{hc}{\lambda_0}, T = \frac{M_0 V^2}{2}.$$

получим:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{M_0 V^2}{2} \text{ и } V = \sqrt{\frac{2(\lambda_0 - \lambda)hc}{\lambda_0 M_0}},$$

где h - постоянная Планка, c - скорость света, M_0 - масса электрона, V - скорость фотоэлектронов.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $200 < \lambda_0 < 1300 \text{ нм}$, $\lambda < \lambda_0$. Вводится число опытов, красная граница фотоэффекта λ_0 , длина волны падающего излучения. Определяется скорость фотоэлектронов при облучении материала светом с длиной волны λ . Строится график зависимости скорости фотоэлектронов от длины волны падающего излучения.

ЗАДАЧА 9

При столкновении с протоном нейтрон теряет ту или иную долю своей энергии в зависимости от характера столкновения (лобовое, боковое). В среднем в результате одного соударения с покоящимся протоном энергия нейтрона уменьшается вдвое. Найти среднюю энергию нейтрона после n соударений с протонами.

РЕШЕНИЕ

После одного соударения нейтрона с протоном средняя энергия нейтрона равна 0.5 начальной энергии:

$$E_{cp}(n=1) = 0.5 E_0.$$

После n соударений

$$E_{cp}(n) = (0.5)^n E_0.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

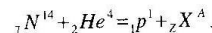
Диапазон значений: $2 < n < 24$, $0.4 < E_0 < 0.6 \text{ МэВ}$. Вводится число соударений, средняя энергия нейтрона в начальный момент E_0 . Определяется средняя энергия нейтрона после n соударений с протонами. Строится график зависимости энергии от числа соударений.

ЗАДАЧА 10

В результате захвата α -частицы ядром изотопа азота ${}^7\text{N}^{14}$ образуются неизвестный элемент и протон. Написать реакцию и определить неизвестный элемент.

РЕШЕНИЕ

Запишем ядерную реакцию:



Поскольку суммы для массовых чисел и зарядов в правой и левой частях этого выражения должны быть равны, то

$$\begin{aligned} 14 + 4 &= 1 + A, \\ 7 + 2 &= 1 + Z. \end{aligned}$$

откуда

$$A = 17, Z = 8.$$

Следовательно, полученный элемент символически можно записать в виде ${}_8\text{X}^{17}$. Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп кислорода ${}_8\text{O}^{17}$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Определяется неизвестный элемент.

ЗАДАЧА 11

Резерфорд наблюдал, что при лобовом соударении с ядрами меди α -частицы, обладающих энергией $E_1=5$ МэВ, последние отлетают назад с энергией $E_2=3,9$ МэВ. Определить отношение масс ядра меди и α -частиц.

РЕШЕНИЕ

На основании закона сохранения энергии

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mU_1^2}{2} + \frac{MU_2^2}{2}$$

откуда

$$U_2 = \frac{m \cdot (V^2 - U_1^2)}{M} \quad (11.1)$$

где m - масса α -частицы или ядра гелия,

M - масса ядра меди,

V - скорость α - частицы до столкновения,

U_1 - скорость α - частицы после столкновения,

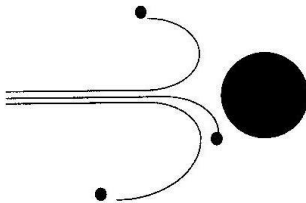
U_2 - скорость ядра меди после столкновения.

Согласно закону сохранения количества движения

$$mV = MU_2 - mU_1.$$

Здесь перед mU_1 стоит знак «минус», т.к. скорости U_1 и U_2 направлены в противоположные стороны. Из последнего уравнения найдем U_2 :

$$U_2 = \frac{m \cdot (V + U_1)}{M} \quad (11.2)$$



Возведем правую часть (11.2) в квадрат и приравняем ее правой части уравнения (11.1):

$$\frac{m^2(V + U_1)^2}{M^2} = \frac{m(V + U_1)(V - U_1)}{M}$$

Следовательно,

$$\frac{M}{m} = \frac{V + U_1}{V - U_1} = \frac{1 + \frac{U_1}{V}}{1 - \frac{U_1}{V}}$$

Известно, что

$$E_1 = \frac{mV^2}{2} \text{ и } E_2 = \frac{m \cdot U_1^2}{2},$$

или

$$\frac{U_1}{V} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$$

Таким образом,

$$\frac{M}{m} = \frac{1 + \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}}{1 - \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}}$$

Следовательно, $\frac{M}{m} = 16$. Это значит, что масса ядра меди M должна быть в 16 раз больше массы α -частицы (или ядра атома гелия).

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Определяется отношение масс неподвижной и налетающей частиц. Строится график зависимости отношения масс ядра мишени и налетающей частицы от отношения энергий.

ЗАДАЧА 12

Определить период полураспада радона, если за время t из N_0 атомов распадается dN атомов.

РЕШЕНИЕ

Период полураспада радона равен

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda}. \quad (12.1)$$

Постоянную радиоактивного распада λ найдем из основного закона радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N - число нераспавшихся атомов в момент времени t , тогда

$$dN = N_0 \cdot (-e^{-\lambda t}) \cdot \lambda dt,$$

где $dN = N_0 - N$. Отсюда следует

$$\lambda = \frac{1}{t} \cdot \ln \left(\frac{N_0}{N_0 - dN} \right). \quad (12.2)$$

Подставляя (12.2) в (12.1) получим

$$T_{1/2} = 0.693t \left[\ln \left(\frac{N_0}{N_0 - dN} \right) \right]^{-1}.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $1000 < dN(j) < 4999$. Вводится число распавшихся атомов $dN(j)$. Определяется период полураспада неизвестного элемента. Строится график зависимости периода полураспада неизвестного элемента от числа распавшихся атомов.

ЗАДАЧА 13

Вычислить скорость электронов, вырываемых светом с данной длиной волны λ из ионов He^{+} , находящихся в основном состоянии.

РЕШЕНИЕ

Полная энергия электрона в атоме равна сумме потенциальной энергии

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (13.1)$$

и кинетической энергии

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (13.2)$$

где e - элементарный электрический заряд, m - масса электрона, Z - порядковый номер химического элемента, Ze - заряд ядра атома, r - радиус круговой орбиты, v - скорость движения электрона по орбите. Учтем правило квантования орбит Бора

$$m v_n r_n = n \hbar, \quad (13.3)$$

и выражение для радиуса круговой орбиты

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{mZe^2} \quad (13.4)$$

где n - целое число, обозначающее номер орбиты, ϵ_0 - электрическая постоянная, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; h - постоянная Планка. Тогда полная энергия электрона в атоме принимает вид

$$E = E_k + U = -\frac{me^4 Z^2}{32\pi^2 \epsilon_0 n^2 \hbar^2} \quad (13.5)$$

Из формулы (13.5) следует, что полная энергия электрона в атоме является отрицательной, то есть электрон, связанный в атоме, можно рассматривать как частицу, находящуюся в потенциальной яме. Для иона гелия, находящегося в основном состоянии, $Z=2$, $n=1$, и выражение (13.5) принимает вид

$$E = -\frac{me^4}{8\pi^2 \epsilon_0 \hbar^2}. \quad (13.6)$$

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = \frac{m V^2}{2} + A_{\text{вых}} \quad (13.7)$$

и соотношения $A_{\text{вых}} = -E$, $\nu = c/\lambda$ получаем

$$\frac{mV^2}{2} = h \frac{c}{\lambda} - \frac{me^2}{2\epsilon_0 h^2} \quad (13.8)$$

где V - скорость фотоэлектронов, $A_{\text{вых}}$ - работа выхода, ν - частота света, c - скорость света.

Следовательно

$$V = \sqrt{\frac{2}{m} \left(h \frac{c}{\lambda} - \frac{me^2}{2\epsilon_0 h^2} \right)} \quad (13.9)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $10 < \lambda < 400 \text{ нм}$. Вводится длина волны. Вычисляется скорость электронов. Строится график зависимости скорости электронов от длины волны.

ЗАДАЧА 14

Радиоактивный натрий Na (атомное число $A=11$, число протонов $Z=11$) распадается, выбрасывая β -частицы. Период полураспада натрия 14,8 ч. Вычислить количество атомов, распавшихся в 1 мг данного радиоактивного препарата за 10ч.

РЕШЕНИЕ

Количество распавшихся атомов равно

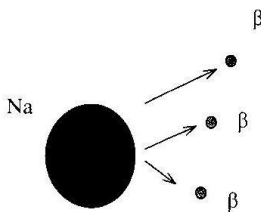
$$n = N_0 - N \quad (14.1)$$

Согласно закону радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (14.2)$$

Подставив (14.1) в (14.2) получим:

$$n = N_0 - N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda t}) \quad (14.3)$$



Необходимо учесть, что

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

где $T_{1/2}$ - период полураспада.

Преобразуем формулу (14.3), получаем

$$n = N_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \right) = N_0 \cdot \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right) \quad (14.4)$$

С другой стороны, количество атомов вещества вычисляется по формуле

$$N_0 = \frac{m}{M} \cdot N_A \quad (14.5)$$

где M - молярная масса натрия, N_A - постоянная Авогадро. Подставляя выражение (14.5) в (14.4), получаем:

$$n = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right)$$

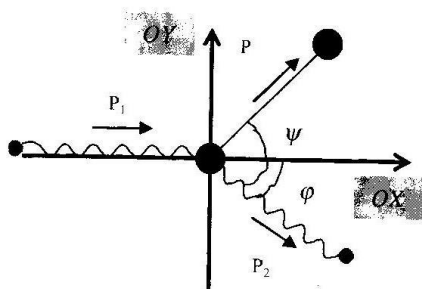
АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон значений: $10 < n < 25$, $1 < t < 10 \text{ ч}$. Вводится число распавшихся атомов n , время распада t . Строится график зависимости числа распавшихся атомов от времени распада.

ЗАДАЧА 15

Фотон с длиной волны λ_1 был рассеян при соударении со свободным покоящимся электроном, в результате чего длина волны фотона стала λ_2 , а импульс электрона - p . Определить угол ψ .

под которым вылетел электрон отдачи, если угол рассеяния фотона равен φ .



РЕШЕНИЕ

Изменение длины волны излучения при рассеянии жесткого излучения на веществах получило название эффекта Комптона. Импульс фотона до удара

$$p_1 = \frac{h}{\lambda_1} \quad (15.1)$$

Импульс фотона после удара

$$p_2 = \frac{h}{\lambda_2} \quad (15.2)$$

где $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка.

Запишем закон сохранения импульса в проекциях на координатные оси.

На ось OX имеем:

$$p_1 = p_2 \cos \varphi + p \cos \psi \quad (15.3)$$

тогда на ось OY :

$$p \sin \psi - p_2 \sin \varphi = 0. \quad (15.4)$$

Решая систему уравнений, получим:

$$\psi = \arctg \left(\frac{\sin \varphi}{\frac{p_1}{p_2} - \cos \varphi} \right) = \arctg \left(\frac{\sin \varphi}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \cos \varphi} \right) \quad (15.5)$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Диапазон данных:

- Длина волны падающего фотона $400 < \lambda_1 < 600$ нм.
- Длина волны рассеянного фотона $400 < \lambda_2 < 700$ нм, $\lambda_2 > \lambda_1$.
- Угол рассеяния фотона $0^\circ < \varphi < 45^\circ$.

После ввода выше указанных величин предлагается перейти к моделированию эффекта Комптона. По окончании моделирования осуществляется графический анализ явления (выводится график зависимости $\varphi(\lambda_1)$). Существует возможность просмотра графика в различных интервалах изменения λ_1 .

ЗАДАЧА 16

Пользуясь теорией Бора, найти радиус n -й электронной орбиты в атоме водорода, скорость и ускорение электрона на этой орбите.

РЕШЕНИЕ

Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода вращается вокруг ядра, совершая движение по круговой орбите в соответствии с законами Ньютона. При этом сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону центростремительное ускорение

$$a_n = \frac{V_n^2}{r_n}, \quad (16.1)$$

где V_n - скорость электрона на n -й орбите, r_n - радиус n -й орбиты.

По закону Кулона сила взаимодействия электрона с ядром

$$F = \frac{e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_n^2}. \quad (16.2)$$

Согласно второму закону Ньютона

$$F = m_e \cdot a_n$$

или с учетом формул (16.1) и (16.2)

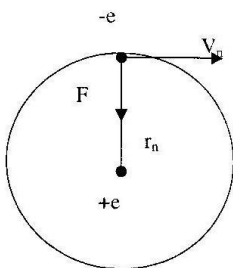
$$\frac{e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_n^2} = \frac{m_e \cdot V_n^2}{r_n}, \quad (16.3)$$

где m_e - масса электрона.

Согласно теории Бора, из всех возможных орбит разрешенными являются только те, для которых выполняется правило квантования

$$m_e V_n r_n = n\hbar, \quad (16.4)$$

где



$$n = 1, 2, 3, 4, \dots; \hbar = \frac{h}{2\pi}; \hbar - \text{постоянная Планка.}$$

Решая совместно уравнения (16.3) и (16.4) относительно r_n и V_n , находим радиус n -й электронной орбиты и скорость электрона на ней:

$$r_n = \frac{4\pi \epsilon_0 n^2 \hbar^2}{m_e e^2}, \quad (16.5)$$

$$V_n = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 n \hbar}. \quad (16.6)$$

Подставив в выражение (16.1) значения (16.5) и (16.6), получаем

$$a_n = \frac{m_e e^6}{64\pi^3 \epsilon_0^3 \hbar^4 n^4}.$$

Теперь, подставив значения, вы получите результат.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ:

Вводится номер орбиты (1, 2 или 3). Строятся графики зависимости ускорения, скорости и радиуса орбиты от номера орбиты.

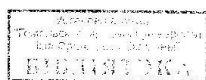
ЛИТЕРАТУРА

1. Савченко Н.Е. Решение задач по физике, Минск: Высшая школа, 1988, 367 с.
2. Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., В.В. Керженцев, Г.Я. Мякишев. Задачи по физике для поступающих в вузы. М.: Наука, 1987, 400 с.
3. Варикаш В.М., Цедрик М.С. Избранные задачи по элементарной физике, Минск: Высшая школа, 1972, 400 с.
4. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения. М.: Просвещение, 1974, 430 с.
5. Золотаревский Б.М., Демидов А.К. Компьютерный курс лекций по физике, созданный на кафедре ОТФ ЧГТУ в 1993-1997 годах // Физическое образование в ВУЗах 1997, Т.3, №3, с. 97-103.
6. Башнина Г.Л., Колесников О.Л., Королев А.А., Михновец В.Я., Прищепенок О.Б., Смирнов А.В., Стафеев С.К., Федотов Д.Н. Опыт разработки учебного CD-ROM по курсу общей физики // Физическое образование в ВУЗах. 1997, Т.3, №3, с. 104-110.
7. Заборовский Г.А., Казовский М.Г., Махнач Г.Ф., Станкевич В.М. Сетевые технологии при подготовке учителей физики и информатики. // Проблемы теории и методики преподавания математики, физики и информатики. Минск, 1998, с.113-114.
8. Открытая физика. Под. ред. С.М. Козела. Полный мультимедиа курс физики для Windows 3.1 X / 95 / NT, <http://www.scph.mipt.ru>
9. Тульминский М.Е. Качественные задачи по физике. М.: Просвещение, 1972.
10. Каменецкий С.Е., Орехов В.П. Методика решения задач по физике в средней школе. М.: Просвещение, 1987.
11. Методика преподавания физики, под ред. Орехова В.П. и Усовой А.В. М.: Просвещение, 1976.
12. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения. М.: Педагогика, 1988.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИ

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
Введение.....	6
Глава 1. Механика.....	17
Глава 2. Молекулярная физика и термодинамика.....	45
Глава 3. Электричество и магнетизм.....	65
Глава 4. Оптика.....	103
Глава 5. Атомная и ядерная физика.....	132
Литература.....	152



УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

ЛИН Дмитрий Григорьевич
СЕМЧЕНКО Игорь Валентинович
ХАХОМОВ Сергей Анатольевич

РЕШЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

ЛИ №02330/0133208 от 30.04.04

Подписано в печать 25.01.04. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 8,9.

Уч.-изд. л. 9,26. Тираж 100 экз. Заказ 73.

Учреждение образования
«Гомельский государственный
университет имени Ф.Скорины»
246019, г. Гомель, ул. Советская, 104

3274-00
Отпечатано с оригинала-макета на ризографе
учреждения образования

«Гомельский государственный университет
имени Ф.Скорины»

ЛП № 02330/0056611 от 16.02.04

246019, г. Гомель, ул. Советская, 104

ISBN 985-439-078-0



РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ