

# ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ.

**СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ  
ПОГРЕШНОСТИ**

# Измерение

**Измерение физической величины** заключается в сопоставлении этой величины с однородной величиной, принятой за единицу.

В законе РБ “Об обеспечении единства измерений” приведено следующее определение. **Измерение** - совокупность операций, выполняемых для определения значения величины.

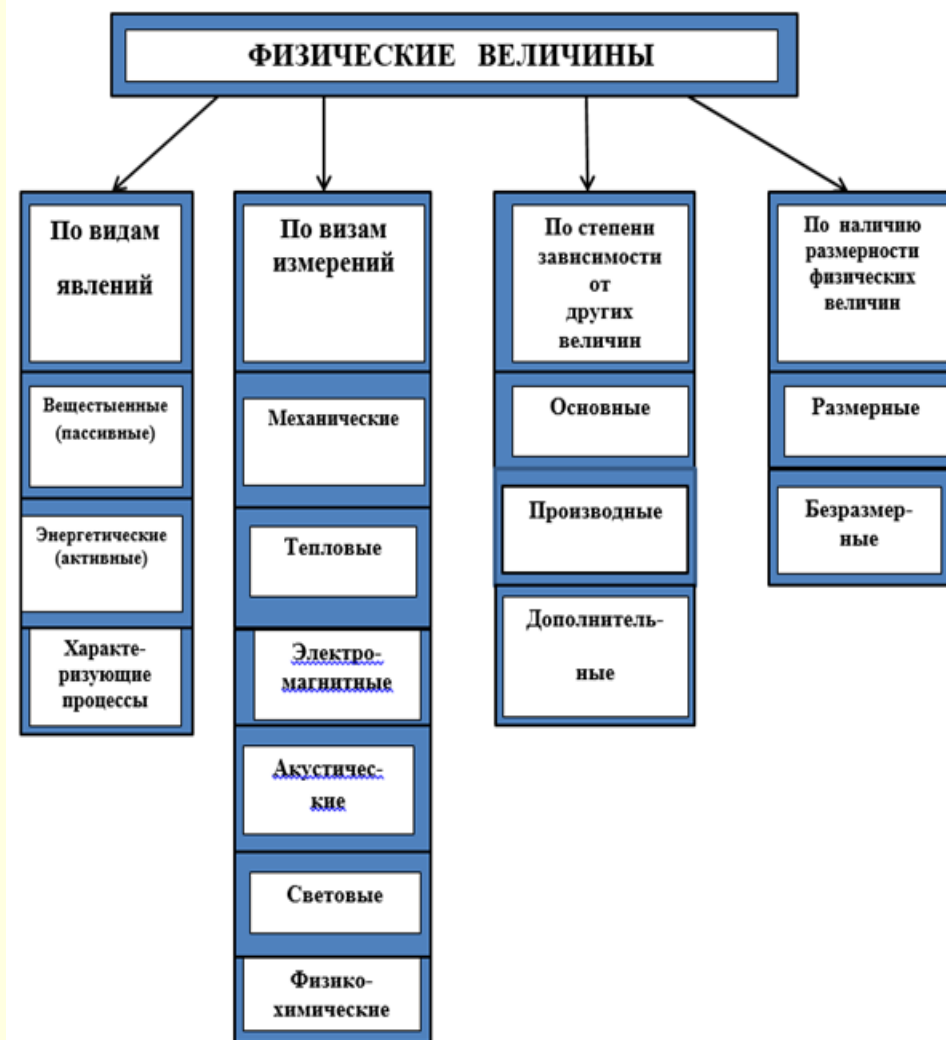
**В метрологии используется термин "измерение"**, под которым понимается совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины.

**Цель измерения** заключается в получении количественной информации об измеряемом объекте с гарантированной достоверностью.

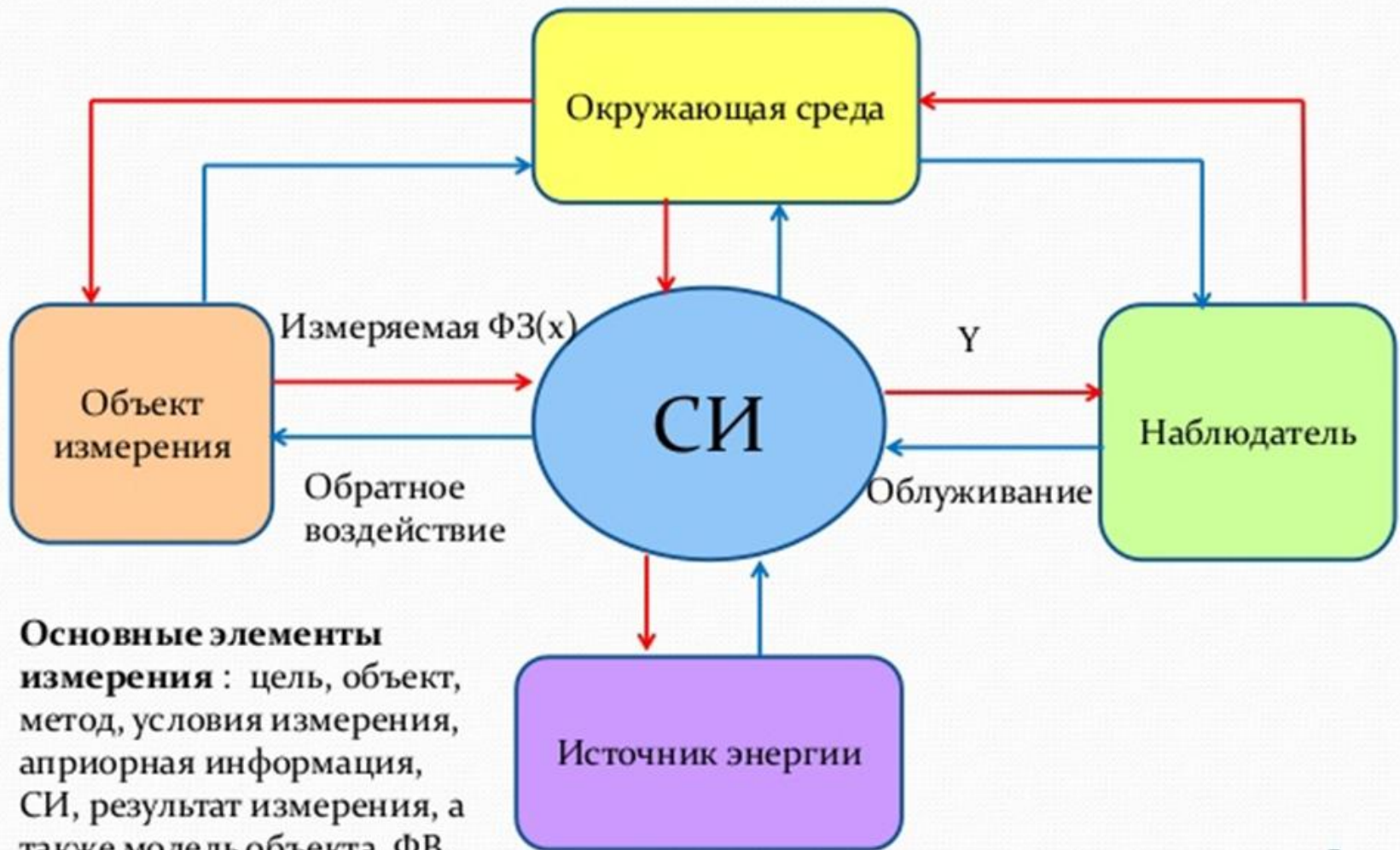
# Физическая величина

**Физическая величина** — это свойство общее в качественном отношении многим физическим объектам (физическим системам, их состояниям и происходящим в них процессам), но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта.

**Метрология** занимается изучением, обработкой, передачей и хранением физических величин.

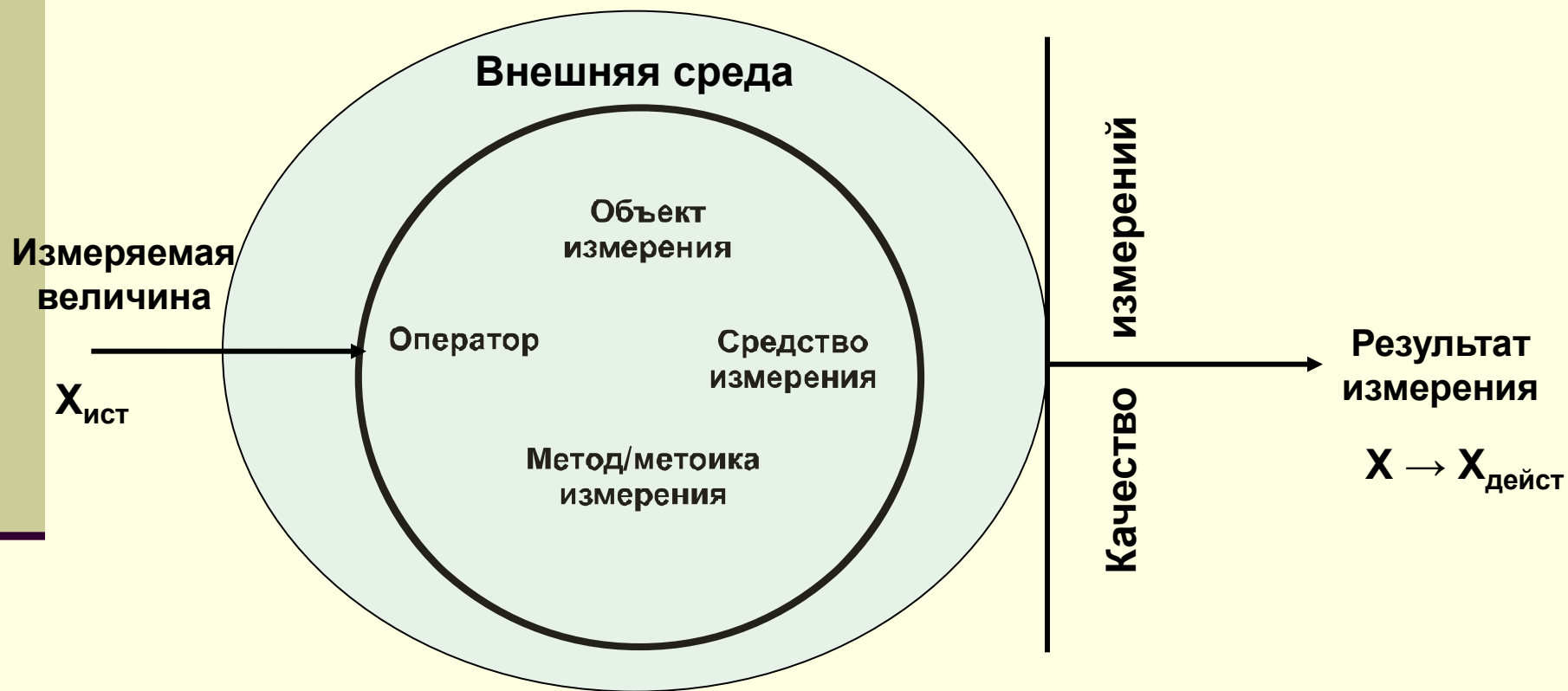


# Измерение как процесс



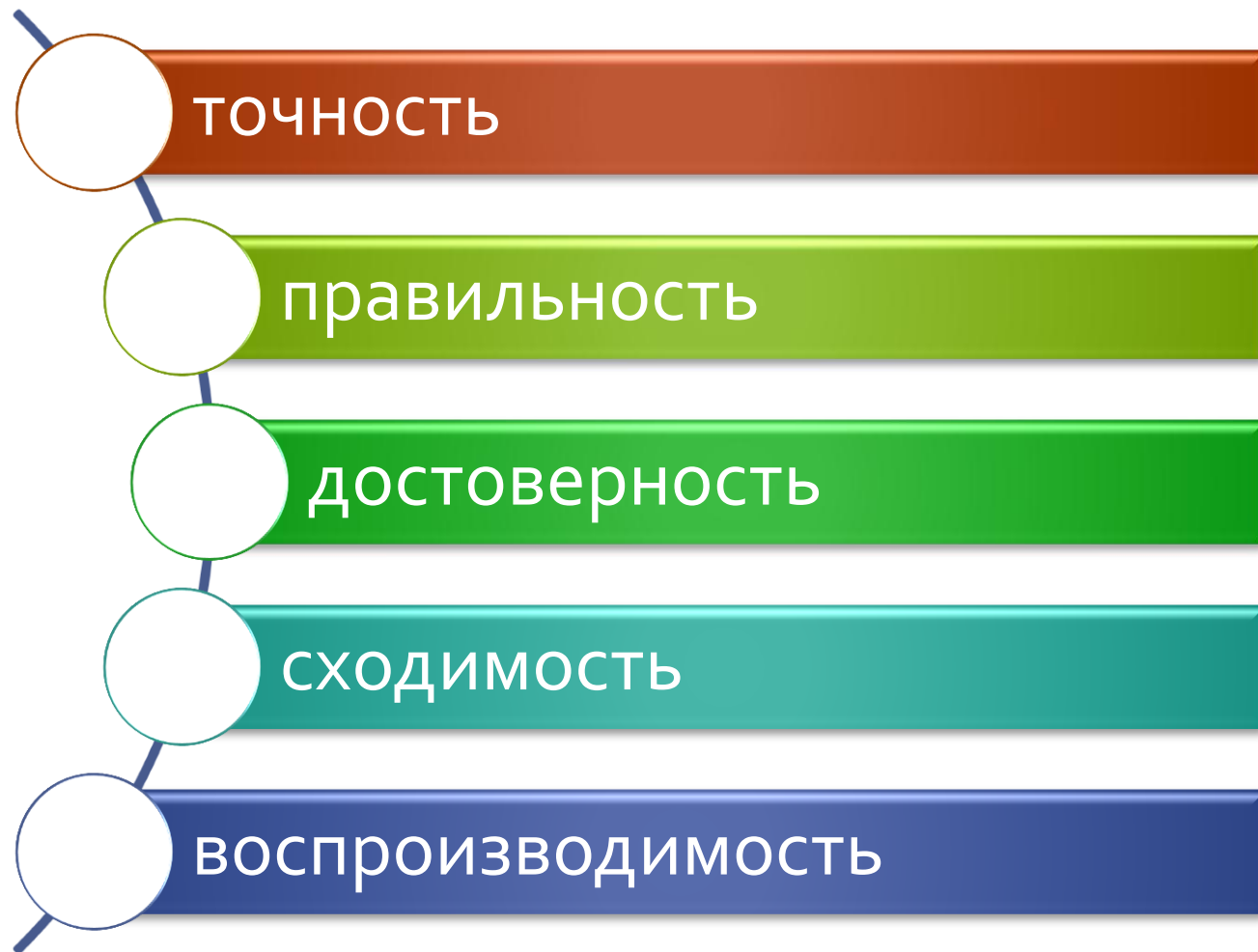
**Основные элементы измерения :** цель, объект, метод, условия измерения, априорная информация, СИ, результат измерения, а также модель объекта, ФВ.

# Схема измерения



# Качество измерений

Качество  
измерений



# Качество измерений

---

К основным характеристикам качества измерений относятся **точность, правильность, сходимость и воспроизводимость.**

**Точность измерений** — качество измерений, отражающее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины.

**Правильность измерений** — качество измерений, отражающее близость к нулю систематических погрешностей в их результатах.

**Сходимость измерений** — качество измерений, отражающее близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в одинаковых условиях повторно одними и теми же средствами измерений, одним и тем же методом.

**Воспроизводимость измерений** — качество измерений, отражающее близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в различных условиях (в различное время, в различных местах, различными методами и средствами).

# Показатели точности измерений





# Понятия, связанные с «Погрешностью измерений»

## Истинное

Значение ФВ, которое идеальным образом характеризует в качественном и количественном отношении соответствующую физическую величину

## Действительное

Значение ФВ, полученное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него

## Измеренное

Значение ФВ, полученное путем ее измерения



Результат измерения

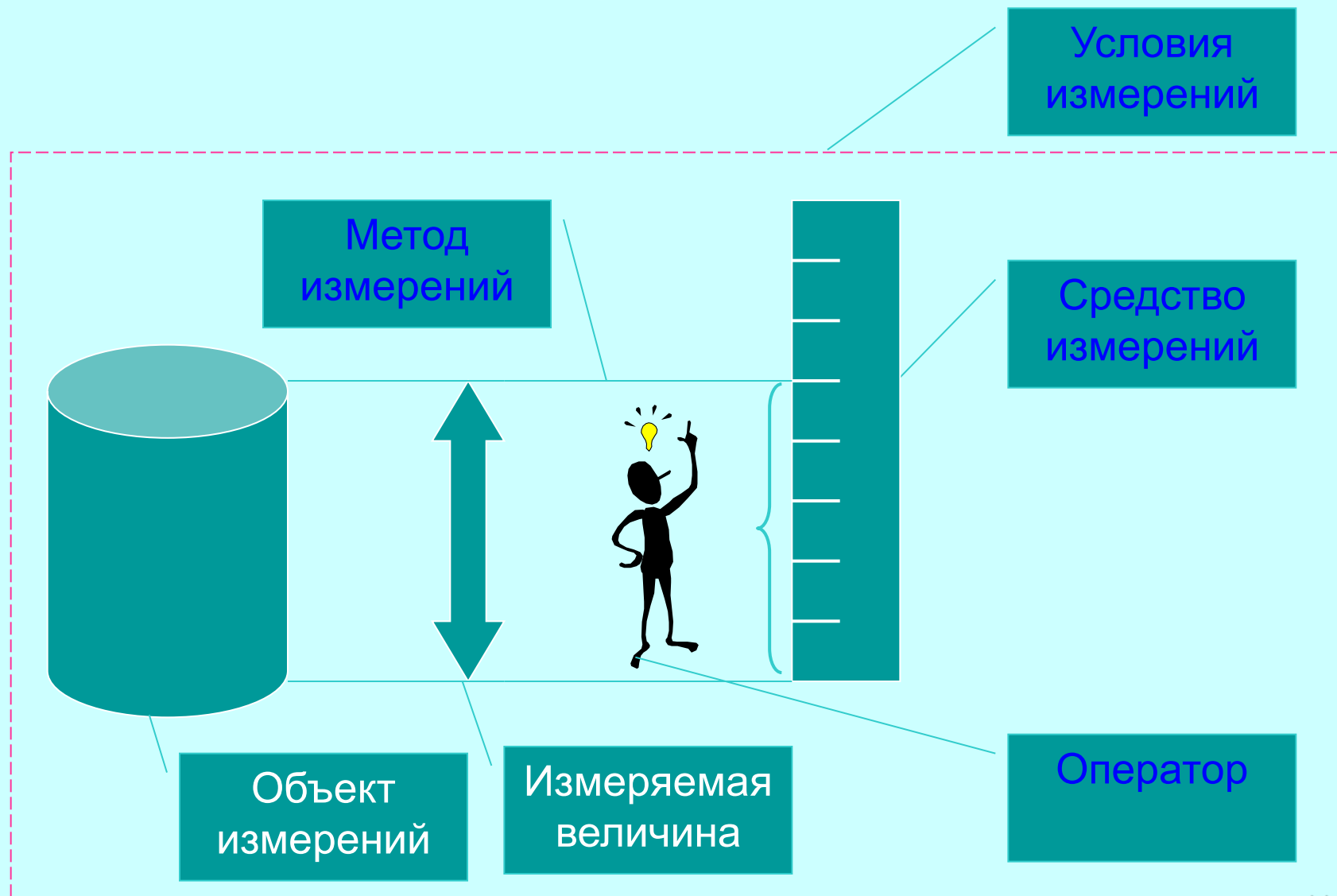
# ПОСТУЛАТЫ МЕТРОЛОГИИ

*Истинное значение  
измеряемой физической  
величины существует,  
и оно постоянно.*

*Истинное значение  
измеряемой ФВ величины  
отыскать невозможно.*

*Из постулатов следует, что результат измерения ФВ,  
как правило, математически связан с измеряемой величиной  
вероятностной зависимостью.*

# Влияющие факторы



# Влияющие факторы

- **Объект измерений** принято считать неизменным, т.е. всегда предполагается, что существует истинное постоянное значение измеряемой величины.
- Все остальные составляющие процесса измерений:
  - средства измерений (СИ),
  - условия измерений,
  - оператор
- все время меняются.
  - **Примечания**
  - Эти изменения могут быть случайными, мы не в состоянии их предвидеть. Они могут быть и не случайными, но такими, которые мы не смогли заранее предусмотреть и учесть.
  - Если они влияют на результаты измерений, то при повторных измерениях одной и той же величины результаты будут отличаться один от другого тем сильнее, чем больше факторов не учтено и чем сильнее они меняются.

# Погрешность

В реальных условиях даже очень точные измерения будут содержать **погрешность  $\Delta$** , которая является отклонением результата измерения  $x$  от истинного значения  $x_{\text{ист}}$  измеряемой величины.

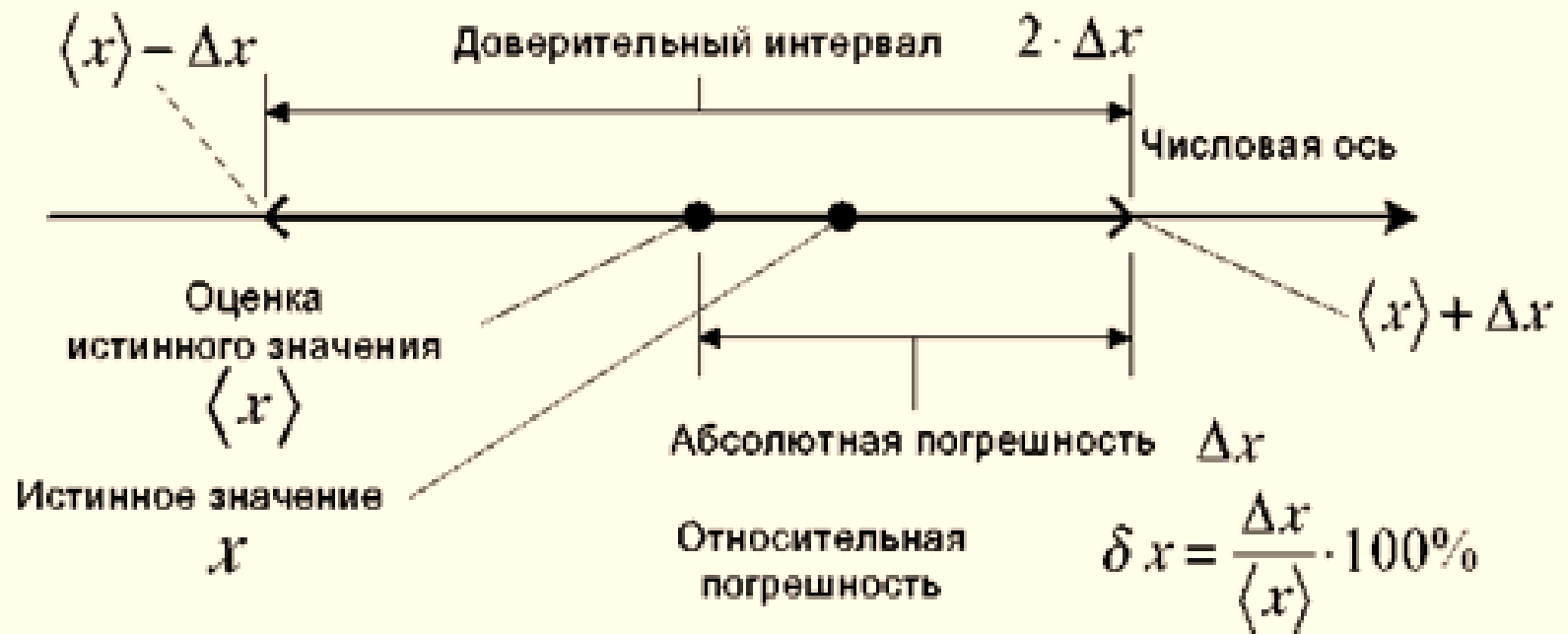
**Погрешность измерения  $\Delta x_{\text{изм}}$**  – это отклонение результата измерения  $x$  от истинного (действительного)  $x_{\text{и}}$  ( $x_{\text{д}}$ ) значения измеряемой величины:

$$\Delta x_{\text{изм}} = x - x_{\text{и}}, \quad \text{или} \quad \Delta x_{\text{изм}} = x - x_{\text{д}}.$$

**Погрешность средства измерения** - отклонение показания средства измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины. Оно характеризует точность результатов измерений, проводимых данным средством.

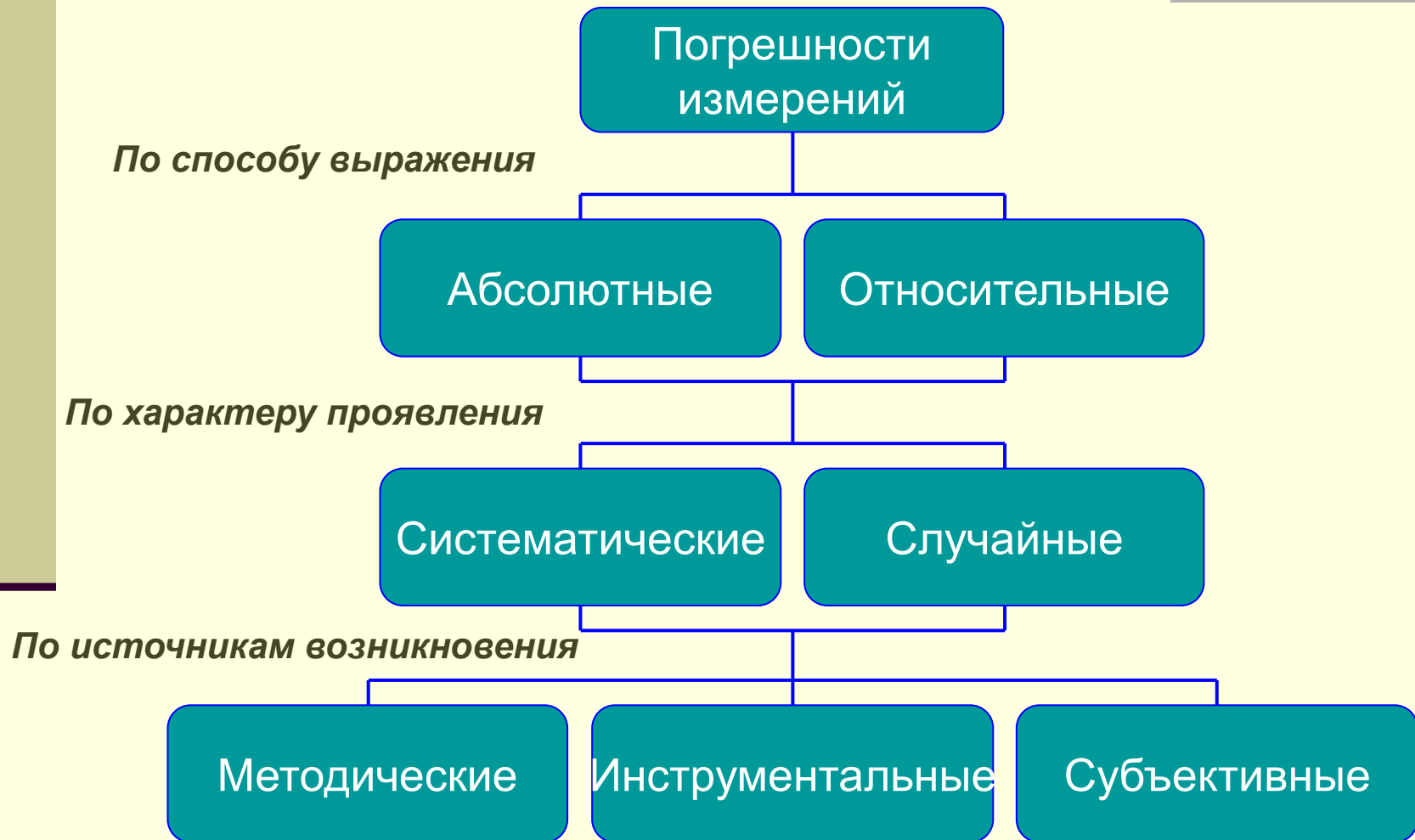
Эти два понятия во многом близки друг к другу и классифицируются по одинаковым признакам.

# Результат измерения

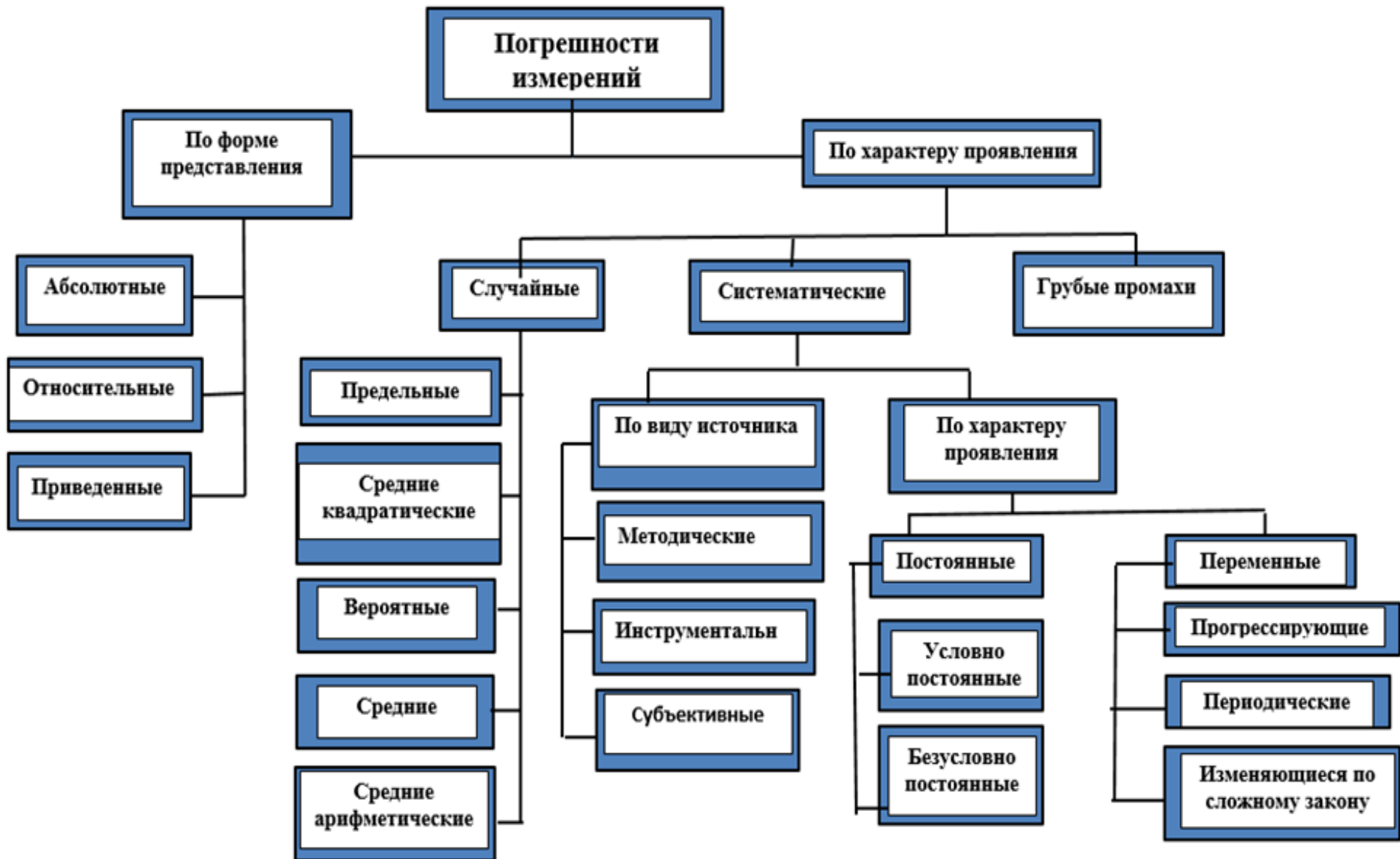


Результат измерений  $x = \langle x \rangle \pm \Delta x$

# Классификация погрешностей



# Классификация погрешностей





# Классификация погрешностей

**Абсолютная погрешность** измерения – погрешность измерения, выраженная в единицах измеряемой величины:

$$\Delta = x - x_{\text{ист}}$$

- Примечание – Необходимо различать термины абсолютная погрешность и абсолютное значение погрешности, т.к. абсолютное значение погрешности – значение погрешности без учета ее знака (модуль погрешности).

$$\Delta_{\text{абс}} = |\Delta| = |x - x_{\text{ист}}|$$

**Относительная погрешность** измерения – погрешность измерения, выраженная отношением абсолютной погрешности измерения к действительному или измеренному значению измеряемой величины.

$$\delta = \frac{\Delta}{x} \cdot 100\%$$

# Классификация погрешностей

По характеру проявления, способам обнаружения и учета погрешности измерений подразделяются на **систематические** и **случайные** и **грубые погрешности (промахи)**.

**Систематическая погрешность** измерения – составляющая погрешности результата измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

- **Примечание** – в зависимости от характера измерения систематические погрешности подразделяют на **постоянные, прогрессивные, периодические** и погрешности, **изменяющиеся по сложному закону**.

**Случайная погрешность** измерения – составляющая погрешности результата измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях, проведенных с одинаковой тщательностью, одной и той же физической величины.

**Грубая погрешность** – погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда.

---

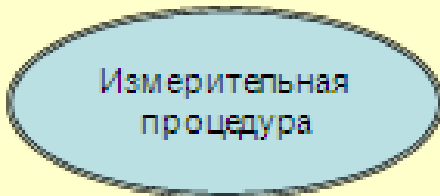
# **Систематические погрешности (СП)**

# Систематическая погрешность

**Систематическая погрешность** измерения – составляющая погрешности результата измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

## СИСТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

Измеряемая  
величина



x

СРАВНИВАЮТ С  
ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ  
ЗНАЧЕНИЕМ !

Для выявления систематической погрешности в каком-то виде используют либо эталон величины, либо стандартный образец, либо специальные тесты, характеризующие стабильность измерительной процедуры

# Различие между случайными и систематическими погрешностями

---

## СИСТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

Если систематическая погрешность **определена**, поскольку она постоянна или изменяется по известному закону, **РЕЗУЛЬТАТ ИЗМЕРЕНИЯ МОЖЕТ БЫТЬ ИСПРАВЛЕН!** Иными словами, значимая систематическая погрешность должна быть исключена из результата путем введения поправок.

## СЛУЧАЙНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

Является свойством данного метода (методики) измерений, не может быть устранена путем введения поправок **МОЖЕТ БЫТЬ ТОЛЬКО ОЦЕНЕНА**

# Результат измерения



# Составляющие систематической погрешности

---

**Постоянные погрешности** – погрешности, которые длительное время сохраняют своё значение, например в течение времени выполнения всего ряда измерений.

**Прогрессивные погрешности** – непрерывно возрастающие или убывающие погрешности. К ним относятся, например, погрешности вследствие износа измерительных наконечников, контактирующих с деталью при контроле ее прибором активного контроля.

**Периодические погрешности** – погрешности, значение которых является периодической функцией времени или перемещения указателя измерительного прибора.

**Погрешности, изменяющиеся по сложному закону**, происходят вследствие совместного действия нескольких систематических погрешностей.

# Классификация систематических погрешностей

По источникам возникновения различают: методические, инструментальные и субъективные погрешности измерений.

**Методическая погрешность** (погрешность метода измерений) – составляющая систематической погрешности измерений, обусловленная несовершенством используемого метода измерений.

**Инструментальная погрешность** измерения (погрешность инструмента) – составляющая погрешности измерения, обусловленная погрешностью применяемого средства измерений.

**Субъективная погрешность** измерения (личностная погрешность) – составляющая систематической погрешности измерений, обусловленная индивидуальными особенностями оператора.



# Методические погрешности

## Методические погрешности возникают:

- из-за несовершенства, неполноты теоретических обоснований принятого метода измерений
- из-за непостоянства теоретических или эмпирических коэффициентов рабочих уравнений, используемых для оценки результата измерений
- при изменении свойств измеряемых объектов, режимов и условий измерений
- из-за неправильного выбора измеряемых величин (неадекватно описывающих модели интересующих свойств объекта).

Выявить источники и исключить методические погрешности – главное в технике эксперимента. Уровень решения этой задачи определяется метрологической подготовкой и искусством экспериментатора.

# Методические погрешности

Методические составляющие погрешности измерений

Неадекватность модели объекту

Отклонения аргументов функции, связывающей измеряемую величину с величиной на "входе" СИ

Отклонения разницы между значениями измеряемой величины на входе СИ и в точке отбора.

Погрешность от квантования

Отличие алгоритма вычислений от точной функции

Погрешности при отборе и приготовлении проб

Погрешности, вызываемые влиянием факторов пробы (компоненты пробы, дисперсность, пористость и т.п.)

# Инструментальные и субъективные погрешности

---

- **Инструментальные погрешности обусловлены свойствами СИ:**
  - технологией и качеством изготовления (например, неточностью градуировки или нанесения шкалы)
  - стабильностью
  - чувствительностью к внешним воздействиям
  - влиянием на объект измерений
- **Субъективные погрешности вызываются:**
  - состоянием оператора, проводящего измерения,
  - его положением во время работы,
  - несовершенством органов чувств,
  - эргономическими свойствами СИ.
- Все это, как правило, сказывается на точности визирования и отсчета.

# Инструментальные погрешности

Инструментальные составляющие погрешности измерений

```
graph TD; A[Инструментальные составляющие погрешности измерений] --- B[Основные погрешности СИ]; A --- C[Дополнительные погрешности СИ]; A --- D[Погрешности, вызываемые ограниченной разрешающей способностью СИ]; A --- E[Динамические погрешности СИ]; A --- F[Погрешности взаимодействием СИ с объектом]; A --- G[Погрешности передачи измерительной информации];
```

Основные погрешности СИ

Дополнительные погрешности СИ

Погрешности, вызываемые ограниченной разрешающей способностью СИ

Динамические погрешности СИ

Погрешности взаимодействием СИ с объектом

Погрешности передачи измерительной информации

# Субъективные погрешности

Субъективные составляющие  
погрешности измерений

Погрешности считывания значений  
измеряемой величины со шкал и диаграмм

Погрешности обработки диаграмм  
без применения технических средств

Погрешности, вызванные воздействием  
оператора на объект измерений и СИ  
(искажения температурного поля,  
механические воздействия и т.п.)

# Представление систематических погрешностей

**Систематическая погрешность  $Q$**  – это составляющая погрешности измерения, которая остаётся постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях.

К систематическим погрешностям измерений можно отнести те составляющие, для которых можно считать доказанным наличие функциональных связей с вызывающими их аргументами. Для них можно предложить следующее определение: **систематическая погрешность – закономерно изменяющаяся составляющая погрешности измерений.**

Формально это записывается в виде

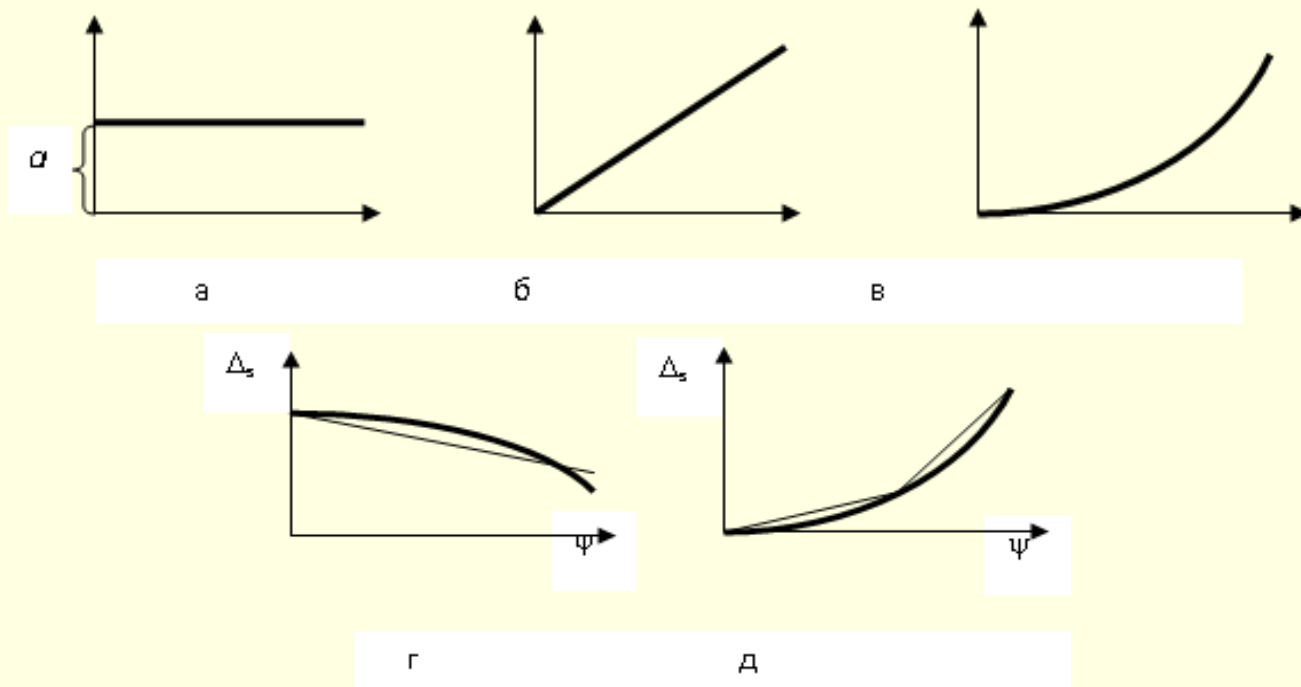
$$\theta = F(\varphi, \psi \dots)$$

где  $\psi, \varphi$  – аргументы, вызывающие систематическую погрешность.

Главной особенностью систематической погрешности является **принципиальная возможность ее выявления, прогнозирования и однозначной оценки, если удастся узнать вид функции и значения аргументов.**

# Представление систематических погрешностей

В зависимости от характера измерения систематические погрешности подразделяют на элементарные и изменяющиеся по сложному закону.



*Виды простейших систематических погрешностей: а – постоянные, б, в – прогрессирующие (линейная и нелинейная), г, д – прогрессирующие нелинейные*

---

# **Способы обнаружения и исключения систематических погрешностей (СП)**



# Способы исключения СП

Результаты наблюдений, полученные при наличии систематической погрешности, называются **неисправленными**.

При проведении измерений стараются в максимальной степени исключить или учесть влияние систематических погрешностей.

Это может быть достигнуто следующими путями:

- **устранением источников погрешностей до начала измерений;**
- **определением поправок и внесением их в результат измерения;**
- **оценкой границ неисключенных систематических погрешностей.**

Постоянная систематическая погрешность, в отличие от случайной, не устраняется при многократных измерениях (за счет увеличения числа измерений).

Результат измерения можно записать как сумму истинного значения, случайной и систематической погрешностей

$$x_i = x_0 + \Delta_i^{\theta} + \theta_i$$

Среднее арифметическое значение измеряемой величины

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^{\theta} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i$$

Т.к. систематическая погрешность одинакова во всех наблюдениях, то

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i = \theta$$

Следовательно

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^{\theta} + \theta$$

Для устранения постоянных систематических погрешностей применяют следующие методы:

# Введение поправок

**Поправка** — это значение величины, вводимое в неисправленный результат измерения с целью исключения составляющих систематической погрешности.

Поправка ( $\nabla$ )

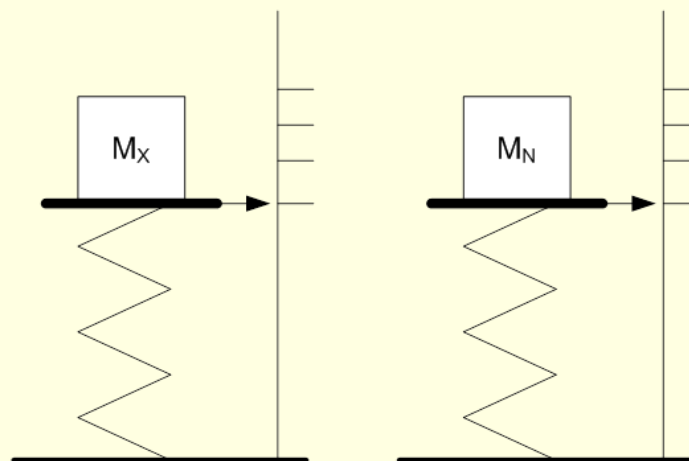
- аддитивная  $Q = X_{\text{изм}} + \nabla_A$

- мультипликативная  $Q = X_{\text{изм}} \cdot \nabla_M$

$$\nabla = -\Delta_c$$

# Метод замещения

**Метод замещения**, представляющий собой разновидность метода сравнения, когда сравнение осуществляется заменой измеряемой величины известной величиной.

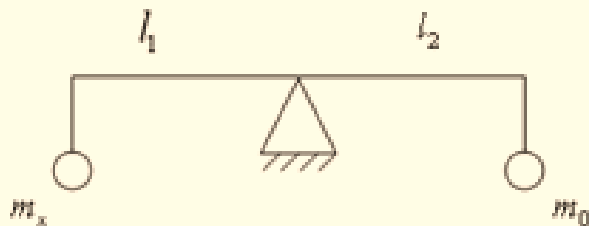


Суть метода – производится сравнение путем замены измеряемой величины известной величиной таким образом, чтобы воздействием известной величины привести средство измерения в то состояние, которое оно имело при воздействии измеряемой величины.

*Для его реализации необходимо иметь регулируемую меру, величина которой однородна измеряемой.*

# Метод противопоставления

**Метод противопоставления**, являющийся разновидностью метода сравнения, при котором измерение выполняется дважды и проводится так, чтобы в обоих случаях причина постоянной погрешности оказывала разные, но известные по закономерности воздействия на результаты наблюдений.



Условие равновесия:  $m_x l_1 = m_0 l_2$

если  $l_1 = l_2$  то  $m_x = m_0$

если  $l_1 \neq l_2$  то возникает  $\Delta_\epsilon = m_0 \left( \frac{l_1}{l_2} - 1 \right)$

Сущность метода:

1)  $m_x l_1 = m_{01} l_2$ ;

2)  $l_1 \leftrightarrow l_2$ ;  $m_{02} l_1 = m_x l_2$ ;

3)  $m_x = \sqrt{m_{01} \cdot m_{02}}$ .

**Вывод:** длины плеч не входят в выражение, систематическая погрешность компенсирована.

# Метод рандомизации

**Метод рандомизации** – наиболее универсальный способ исключения неизвестных постоянных систематических погрешностей. Суть его состоит в том, что одна и та же величина измеряется различными методами и средствами измерений (приборами).



Систематические погрешности каждого из них для всей совокупности являются разными случайными величинами. Вследствие этого при увеличении числа используемых методов (приборов) систематические погрешности взаимно компенсируются.

# Методы исключения СП

---

Для устранения **переменных и монотонно изменяющихся систематических погрешностей** применяют следующие приемы и методы:

- *Анализ знаков неисправленных случайных погрешностей.*
- *Графический метод.*
- *Метод симметричных наблюдений.*
- *Специальные статистические методы. К ним относятся способ последовательных разностей, дисперсионный анализ, и др. Рассмотрим подробнее некоторые из них.*

# Методы исключения СП

---

## **Анализ знаков неисправленных случайных погрешностей.**

Если знаки неисправленных случайных погрешностей чередуются с какой-либо закономерностью, то наблюдается переменная систематическая погрешность.

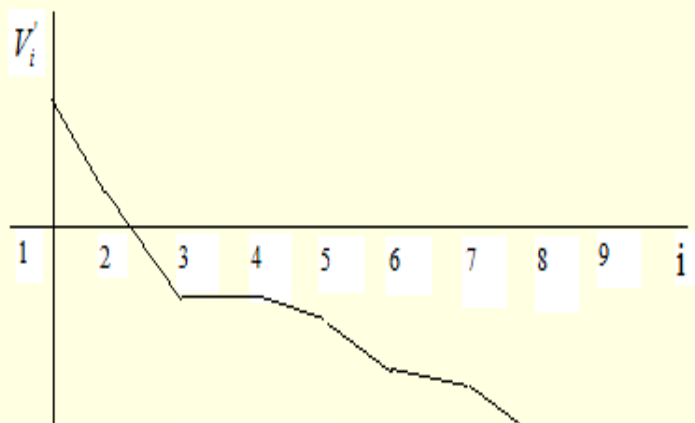
Если последовательность знаков «+» у случайных погрешностей сменяется последовательностью знаков «-» или наоборот, то присутствует монотонно изменяющаяся систематическая погрешность.

Если группы знаков «+» и «-» у случайных погрешностей чередуются, то присутствует периодическая систематическая погрешность.



# Графический метод

**Графический метод** является одним из наиболее простых способов обнаружения переменной систематической погрешности в ряду результатов наблюдений и заключается в построении графика последовательности неисправленных значений результатов наблюдений.



На графике через построенные точки проводят плавную кривую, которая выражает тенденцию результата измерения, если она существует. Если тенденция не прослеживается, то переменную систематическую погрешность считают практически отсутствующей.

# Метод симметричных наблюдений

Рассмотрим сущность этого метода на примере измерительного преобразователя, передаточная функция которого имеет вид  $y = kx + y_0$ , где  $x$ ,  $y$  – входная и выходная величины преобразователя;  $k$  – коэффициент, погрешность которого изменяется во времени по линейному закону;  $y_0$  – постоянная.

Для устранения систематической погрешности трижды измеряется выходная величина  $y$  через равные промежутки времени  $\Delta t$ . При первом и третьем измерениях на вход преобразователя подается сигнал  $x_0$  от образцовой меры. В результате измерений получается система уравнений:

$$y_1 = kx_0 + y_0; \quad y_2 = \left( k \pm \frac{dk}{dt} \Delta t \right) x_0 + y_0; \quad y_3 = \left( k \pm 2 \frac{dk}{dt} \Delta t \right) x_0 + y_0$$

Ее решение позволяет получить значение  $x$ , свободное от переменной систематической погрешности, обусловленной изменением коэффициента  $k$ :

$$x = \frac{2x_0(y_2 - y_0)}{y_1 + y_3 - 2y_0}$$

# Критерий Аббе

**Способ последовательных разностей (критерий Аббе)** применяется для обнаружения изменяющейся во времени систематической погрешности и состоит в следующем.

Дисперсию результатов наблюдений оценивают двумя способами:

обычным

$$\sigma^2[x] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2$$

и вычислением суммы квадратов последовательных разностей

$$Q^2(x) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^2$$

**Отношение**  $v = \frac{Q^2[x]}{\sigma^2[x]}$  является критерием для обнаружения

систематических смещений центра группирования результатов наблюдений

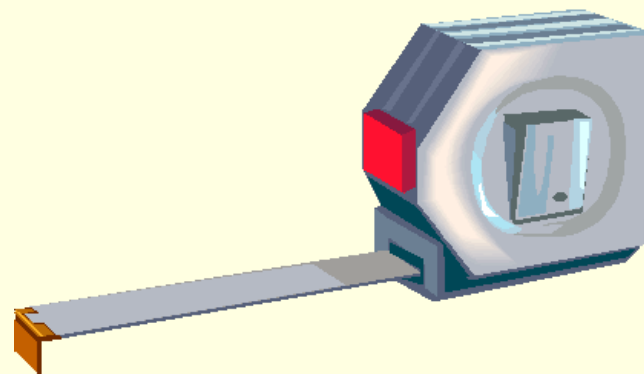
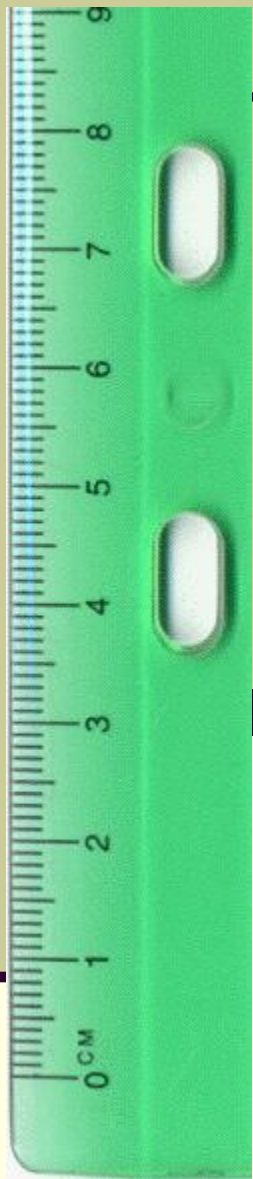
# Критерий Аббе

Критическая область для критерия Аббе определяется как  $P(v < v_q) = q$ , где  $q = 1 - P$  – **уровень значимости**,  $P$  – **доверительная вероятность**.

Значения  $v_q$  для различных уровней значимости  $q$  и числа наблюдений  $n$  берутся из специальных табл.

Если полученное значение критерия Аббе меньше  $v$  при заданных  $q$  и  $n$ , то гипотеза о постоянстве центра группирования результатов наблюдений отвергается, т.е. обнаруживается переменная систематическая погрешность результатов измерений.

n	V <sub>q</sub> при q, равном		
	0,001	0,01	0,05
4	0,295	0,313	0,390
5	0,208	0,269	0,410
6	0,182	0,281	0,445
7	0,185	0,307	0,468
8	0,202	0,331	0,491
9	0,221	0,354	0,512
10	0,241	0,376	0,531
11	0,260	0,396	0,548
12	0,278	0,414	0,564



***БЛАГОДАРЮ  
ЗА ВНИМАНИЕ***