

УДК 535.13 : 548.0
© 1990

КВАЗИСФЕРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ГИРОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ СО СКАЛЯРНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

Годлевская А. Н., Сердюков А. Н.

Развита теория сферических волн в нецентросимметричных кристаллических средах со скалярной диэлектрической проницаемостью при учете существенно анизотропной естественной оптической активности. Найдены фазовые скорости квазисферических электромагнитных волн в дальней зоне. В качестве частных примеров рассмотрены фазовые скорости волн, распространяющихся в ϵ -изотропных кристаллах классов $\bar{4}$ (CdGa_2S_4) и $\bar{4}2m$ (AgGaS_2).

Построение электродинамики гиротропных сред наряду с традиционным рассмотрением плоских волн предполагает также развитие теории других типов волн, в частности цилиндрических и сферических. В связи с задачей изучения свойств волноводов, заполненных изотропной естественно-гиротропной средой, в [1, 2] найдены решения уравнений электродинамики такой среды для цилиндрических волн. Построению теории сферических волн в изотропной оптически активной среде посвящены [3, 4].

Целью настоящего сообщения является развитие теории сферических волн в нецентросимметричных кристаллических средах со скалярной диэлектрической проницаемостью при учете существенно анизотропной естественной оптической активности.

Возможность исчезновения анизотропии диэлектрических свойств при скалярной диэлектрической проницаемости реализуется в целом ряде одноосных кристаллов на частоте пересечения кривых дисперсии главных значений тензора диэлектрической проницаемости (см., например, [5-9]). Такие кристаллы предоставляют уникальную возможность исследования в чистом виде целого ряда весьма тонких оптических эффектов, включая и гиротропию, не маскируемых линейным двупреломлением [10-13].

При описании электромагнитных свойств естественно-гиротропных кристаллов будем исходить из материальных уравнений [14-16]

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + i\alpha \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} - i\tilde{\alpha} \mathbf{E}. \quad (1)$$

Рассматривая далее электромагнитные волны в одноосных кристаллах на частоте пересечения кривых дисперсии главных диэлектрических проницаемостей, будем считать ϵ в (1) скалярным параметром. В то же время будем полагать, что структура псевдотензора естественной оптической активности α (и транспонированного ему псевдотензора $\tilde{\alpha}$) целиком определяется кристаллографической симметрией конкретного кристалла.

Из уравнений Максвелла для свободного монохроматического поля

$$c \operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B}, \quad c \operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D}$$

и материальных уравнений (1) с учетом соленоидальности магнитной индукции ($\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$) следует приближенное с точностью до членов первого порядка по α уравнение

$$(\nabla^2 + k^2 - \frac{k_0}{k^2} \nabla \gamma \nabla \text{rot}) \mathbf{B} = 0. \quad (2)$$

Здесь $k_0 = \omega/c$, $k = \sqrt{\epsilon} \omega/c$, $\gamma = \text{Sp } \alpha - \tilde{\alpha}$, $\nabla \gamma \nabla = \gamma_{ij} \nabla_i \nabla_j$.

Уравнение (2) отличается от обычного уравнения Гельмгольца членом $(k_0/k^2) \nabla \gamma \nabla \text{rot } \mathbf{B}$. Поэтому известные методы нахождения решений уравнения Гельмгольца в виде сферических волн здесь неприменимы.

Для нахождения решений уравнения (2) воспользуемся приближенным методом медленно меняющихся амплитуд. Учитывая, что дополнительный член в (2) содержит $\text{rot } \mathbf{B}$, решения этого уравнения представляется естественным искать в виде разложения

$$\mathbf{B} = A^+ \mathbf{b}^+ + A^- \mathbf{b}^- \quad (3)$$

по собственным функциям оператора ротора

$$\text{rot } \mathbf{b}^\pm = \mp k \mathbf{b}^\pm. \quad (4)$$

Эти функции в силу (4) являются решениями обычного уравнения Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k^2) \mathbf{b}^\pm = 0. \quad (5)$$

Ввиду малости параметров гиротропии член в (2), содержащий псевдотензор γ , является слабым возмущением. Это обстоятельство позволяет рассматривать A^\pm в (3) как медленно меняющиеся функции координат.

Подставляя (3) в (2) и используя (4), (5), в пренебрежении вторыми производными медленно меняющихся амплитуд A^\pm и произведениями их первых производных на параметры гиротропии получим

$$2(\nabla_i A^+) \nabla_i \mathbf{b}^+ + \frac{k_0}{k} A^+ \nabla \gamma \nabla \cdot \mathbf{b}^+ + 2(\nabla_i A^-) \nabla_i \mathbf{b}^- - \frac{k_0}{k} A^- \nabla \gamma \nabla \cdot \mathbf{b}^- = 0. \quad (6)$$

Примем далее в качестве \mathbf{b}^\pm в (6) решения уравнений (5) для элементарных сферических волн [4] ($\nu = \pm 1$)

$$\mathbf{b}_{JM}^\nu(\mathbf{r}) = b_0^\nu \{ z_J(kr) \mathbf{Y}_{JM}^J(\mathbf{n}) - i\nu [\alpha_J z_{J+1}(kr) \mathbf{Y}_{JM}^{J+1}(\mathbf{n}) - \beta_J z_{J-1}(kr) \mathbf{Y}_{JM}^{J-1}(\mathbf{n})] \}. \quad (7)$$

В (7) введены следующие обозначения: $\mathbf{Y}_{JM}^L(\mathbf{n}) = \sum_{m, \mu} C_{Lm\mu}^{JM} Y_{Lm}(\mathbf{n}) \mathbf{e}_\mu$ [17] — шаровые векторы, составляющие полную ортонормированную систему; $C_{Lm\mu}^{JM}$ — коэффициенты Клебша—Гордана группы трехмерных вращений; $Y_{Lm}(\mathbf{n})$ — обычные сферические гармоники; $\alpha_J = \sqrt{J/(2J+1)}$; $\beta_J = \sqrt{1-\alpha_J^2}$; $z_L(\rho) = \sqrt{\pi/(2\rho)} Z_{L+1/2}(\rho)$; $Z_{L+1/2}(\rho)$ — сферические функции Бесселя; индексы L и J могут принимать значения $L = J, J \pm 1$, где $J = 0, 1, 2, \dots$ ($L = 1$ при $J = 0$); $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$. Далее удобно в (7) перейти от шаровых векторов $\mathbf{Y}_{JM}^L(\mathbf{n})$ к шаровым векторам $\mathbf{Y}_{JM}^{\dot{J}}(\mathbf{n})$, определенным образом ориентированным относительно вектора \mathbf{n} (векторы $\mathbf{Y}_{JM}^1(\mathbf{n})$ и $\mathbf{Y}_{JM}^0(\mathbf{n})$ поперечны, а $\mathbf{Y}_{JM}^{-1}(\mathbf{n})$ продольны \mathbf{n}). Используя соответствующие формулы из [17], преобразуем (7) к виду

$$\mathbf{b}_{JM}^\nu(\mathbf{r}) = b_0^\nu \{ z_J(kr) \mathbf{Y}_{JM}^0(\mathbf{n}) - i\nu \{ [\alpha_J^2 z_{J+1}(kr) - \beta_J^2 z_{J-1}(kr)] \mathbf{Y}_{JM}^1(\mathbf{n}) - \alpha_J \beta_J [z_{J+1}(kr) + z_{J-1}(kr)] \mathbf{Y}_{JM}^{-1}(\mathbf{n}) \} \}. \quad (8)$$

Для полей (7), (8) справедливы соотношения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \theta} \sim \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \varphi} \ll \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r}. \quad (9)$$

В силу неравенства (9) поле $\mathbf{b}_{JM}^\nu(\mathbf{r})$ в дальней зоне (при $kr \gg 1$) окажется поперечным

$$\mathbf{b}_{JM}^\nu(kr \gg 1) = b_0^\nu \{ z_J(kr) \mathbf{Y}_{JM}^0(\mathbf{n}) - i\nu [\alpha_J^2 z_{J+1}(kr) - \beta_J^2 z_{J-1}(kr)] \mathbf{Y}_{JM}^1(\mathbf{n}) \}. \quad (10)$$

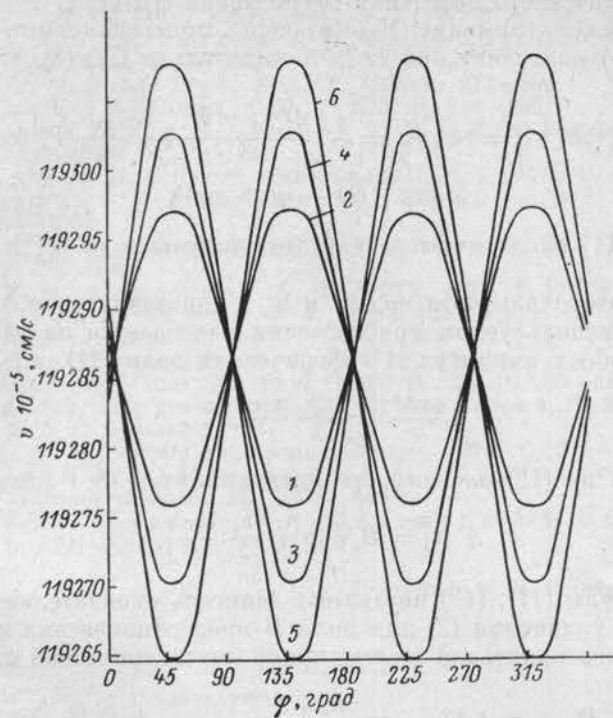


Рис. 1. Зависимость фазовой скорости право- (кривые 1, 3, 5) и левоциркулярно (2, 4, 6) поляризованных электромагнитных волн от угла φ для кристалла CdGa_2S_4 .
 θ , град: 1, 2 — 45; 3, 4 — 60; 5, 6 — 90.

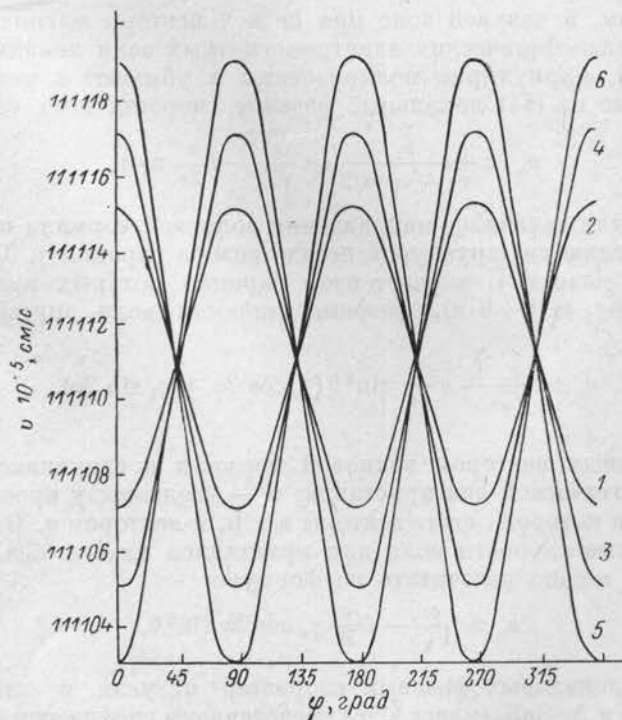


Рис. 2. Зависимость фазовой скорости право- (кривые 1, 3, 5) и левоциркулярно (2, 4, 6) поляризованных электромагнитных волн от угла φ для кристалла AgGaS_2 .
 θ , град: 1, 2 — 45; 3, 4 — 60; 5, 6 — 90.

Учет асимптотического поведения сферических функций Бесселя и выражений для сферических гармоник $Y_{LM}(\mathbf{n})$ через присоединенные полиномы Лежандра $P_L^m(\cos \theta)$ позволяет при $kr \gg 1$ выделить в (7), (8), (10) компоненты поля $\mathbf{b}_{jM}^{\nu}(\mathbf{r})$

$$b_{r, Lm}^{\nu} = 0, \quad b_{\theta, Lm}^{\nu} = i\nu b_{\varphi, Lm}^{\nu} = \frac{1}{r} \left[\frac{dP_L^m(\cos \theta)}{d\theta} + \nu \frac{m}{\sin \theta} P_L^m(\cos \theta) \right] \times \\ \times \exp [i(kr - \omega t + m\varphi)]. \quad (11)$$

Выражения (11) аналогичны результату, полученному в [2] для цилиндрических волн.

Вследствие ортогональности мод \mathbf{b}^+ и \mathbf{b}^- и справедливости соотношений (9) уравнение (6) в используемом приближении распадается на два независимых уравнения для обеих амплитуд A^{\pm} сферических волн (11)

$$\frac{\partial A^{\nu}}{\partial r} = \nu \frac{ik_0}{2} \frac{r\gamma r}{r^2} A^{\nu}. \quad (12)$$

Определяемая из (12) зависимость этих амплитуд от r имеет вид

$$A^{\nu}(\mathbf{r}) = B_{\nu} \exp \left[i\nu \frac{k_0}{2} \frac{r\gamma r}{r} \right]. \quad (13)$$

В итоге формулы (11), (13) позволяют записать окончательные приближенные решения (3) уравнения (2) для поля \mathbf{B} квазисферических волн в дальней зоне в гиротропном кристалле со скалярной диэлектрической проницаемостью

$$B_{r, Lm}^{\nu} = 0; \quad B_{\theta, Lm}^{\nu} = i\nu B_{\varphi, Lm}^{\nu} = \frac{B_{\nu}}{r} \left[\frac{dP_L^m(\cos \theta)}{d\theta} + \nu \frac{m}{\sin \theta} P_L^m(\cos \theta) \right] \times \\ \times \exp i \left[\frac{\omega}{c} \left(\sqrt{\varepsilon} + \nu \frac{r\gamma r}{2r^2} \right) r - \omega t + m\varphi \right]. \quad (14)$$

Таким образом, в дальней зоне при $kr \gg 1$ векторы магнитной индукции расходящихся квазисферических электромагнитных волн локально поперечны (ортогональны \mathbf{r}), циркулярно поляризованы и убывают с расстоянием как r^{-1} . Определяемые из (14) локальные фазовые скорости этих волн равны

$$v_{\nu} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon} + \nu n \gamma n / 2} \simeq \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} - \nu \frac{c}{2\varepsilon} \mathbf{n} \gamma \mathbf{n}. \quad (15)$$

Их значения для заданного направления волновой нормали \mathbf{n} в конкретном кристалле определяются структурой псевдотензора гирации γ . Так, например, для кристаллов класса $\bar{4}$, псевдотензор гирации которых имеет вид [16, 17] $\gamma = \gamma_0 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}) + \gamma_1 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{a})$, фазовые скорости волн определяются соотношением

$$v_{\nu} \simeq \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} - \nu \frac{c}{2\varepsilon} \sin^2 \theta (\gamma_0 \cos 2\varphi + \gamma_1 \sin 2\varphi), \quad (16)$$

где θ — угол между вектором волновой нормали и единичным вектором \mathbf{e} , параллельным оптической оси кристалла; φ — угол между проекцией вектора \mathbf{n} на плоскость, в которой лежат векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} , и вектором \mathbf{a} . В свою очередь, локальные фазовые скорости волн для кристаллов класса $\bar{4}2m$, для которых $\gamma = \gamma_0 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{b})$, можно рассчитать по формуле

$$v_{\nu} \simeq \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} - \nu \frac{c}{2\varepsilon} \gamma_0 \cos 2\varphi \sin^2 \theta. \quad (17)$$

Зависимости локальных фазовых скоростей от угла φ для кристаллов CdGa_2S_4 (класс $\bar{4}$) и AgGaS_2 (класс $\bar{4}2m$) представлены графически соответственно на рис. 1, 2.

Список литературы

- [1] Альтшулер Е. Л., Москалев А. Н., Рыжов В. А. и др. // Материалы XIX зимней школы ЛИЯФ «Физика высоких энергий». Л., 1984. С. 91—143.

- [2] Кондратова Н. Л., Сердюков А. Н. // ЖПС. 1987. Т. 47. № 2. С. 326—329.
- [3] Годлевская А. Н., Карпенко В. А., Сердюков А. Н. // Опт. и спектр. 1985. Т. 59. В. 6. С. 1262—1265.
- [4] Афонин А. А., Годлевская А. Н., Капшай В. Н., Сердюков А. Н. // ЖПС. 1986. Т. 45. № 2. С. 307—312.
- [5] Hobden M. V. // Acta Cryst. 1968. V. A24. P. 676—680.
- [6] Hobden M. V. // Acta Cryst. 1969. V. A25. P. 633—639.
- [7] Boyd G. D., Kasper H., McFee J. H. // IEEE J. Quant. Electron. 1971. V. 7. N 12. P. 563—567.
- [8] Никогосян Д. Н. // Квант. электрон. 1977. Т. 4. № 1. С. 5—16.
- [9] Амбразявичюс Г., Бабонас Г., Карпус В. // ФТП. 1978. Т. 12. № 11. С. 2034—2036.
- [10] Anderson W. J., Phys Won Y. U., Park Y. S. // Opt. Commun. 1974. V. 11. N 4. P. 392—395.
- [11] Бокуть Б. В., Сердюков А. Н. // ФТТ. 1971. Т. 13. № 10. С. 2873—2876.
- [12] Гиргель С. С., Лопашин Ф. А., Сердюков А. Н. // Кристаллография. 1976. Т. 21. № 3. С. 450—453.
- [13] Yeh P. // Opt. Commun. 1980. V. 30. N 1. P. 15—19.
- [14] Försterling K. // Ann. der Phys. 1909. V. 29. P. 809—832.
- [15] Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Шепелевич В. В. // Опт. и спектр. 1974. Т. 37. В. 1. С. 120—124.
- [16] Федоров Ф. И. Теория гиротронии. Минск, 1976. С. 225—236.
- [17] Варшалович А. В., Москалев А. Н., Херсонский В. Г. Квантовая теория углового момента. М., 1975. 440 с.
- [18] Бокуть Б. В., Лопашин Ф. А., Сердюков А. Н. // Опт. и спектр. 1976. Т. 40. В. 2. С. 319—324.

Поступило в Редакцию 21 августа 1989 г.