УДК 535.36]

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВУСЛОЙНОЙ ШАРОВОЙ ЧАСТИЦЕ В ЕСТЕСТВЕННО ГИРОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Афонин А. А., Годлевская А. Н., Капшай В. Н., Курлович С. П., Сердюков А. Н.

Решена граничная задача о рассеянии электромагнитных волн на сферически-симметричной двуслойной естественно гиротропной частице, помещенной в изотропную оптически активную среду. Найдены сечения рассеяния, поглощения и ослабления.

Изучению рассеяния электромагнитных волн на сферически-симметричных частицах посвящены многие работы (см., например, [1-8]). Решения соответствующих граничных задач находят широкое применение в оптике и электродинамике. Рассеяние и поглощение света неоднородными, в том числе двуслойными частицами сферической формы было предметом исследования в [3, 9-12]. Из цитированных работ лишь в [3-5] учитывалась оптическая активность (однородного) рассеивающего центра, окружающая среда при этом считалась негиротропной.

Цель настоящей работы заключается в решении граничной задачи о рассеянии электромагнитных волн на двуслойной частице, помещенной в изотропную естественно гиротропную среду, материальные уравнения для которой имеют вид [13, 14]

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}+i\alpha\mathbf{H},\quad \mathbf{B}=\mu\mathbf{H}-i\alpha\mathbf{E}. \tag{1}$$

Рассеивающую частицу будем считать образованной концентрически расположенными сферически-симметричными ядром и оболочкой, материальные уравнения для которых также имеют вид (1). При этом диэлектрические и магнитные проницаемости и параметры оптической активности для ядра и оболочки обозначим соответственно ε_2, μ_2, α_2 и ε_1, μ_1, α_1.

Будем считать все среды непоглощающими (все ε, μ, α вещественны), а центр рассеивающей частицы совпадающим с началом координат. Ограничимся рассмотрением монохроматических полей вида $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)=\mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(-i\omega t)$.

Напряженность электрического поля падающей плоской циркулярно поляризованной волны, распространяющейся в гиротропной среде вдоль оси z, представим в виде $\mathbf{E}_\nu^{\text{пад}}(\mathbf{r})=E_0\mathbf{u}_\nu\exp(ik_\nu z)$, где, как известно [13], $k_\nu=(\sqrt{\varepsilon\mu}+\nu\alpha)\,\omega/c$, $\mathbf{u}_\nu=-\nu\mathbf{e}_\nu$ ($\nu=\pm1$), а циклические орты определены так: $\mathbf{e}_\pm=(\mp\mathbf{e}_x-i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$; $\mathbf{e}_0=\mathbf{e}_z$.

Сферические электромагнитные волны в среде с материальными уравнениями (1) наиболее просто записываются с помощью полной и ортонормированной системы шаровых векторов [15, 16] $\mathbf{Y}_{JM}^{L}(\mathbf{n}_r)=\sum\limits_{m,\mu}C_{Lm1\mu}^{JM}Y_{Lm}(n_r)\,\mathbf{e}_\mu$. Здесь $Y_{Lm}(n_r)$ — обычные сферические гармоники, $\mathbf{n}_r=\mathbf{r}/r$, $C_{Lm1\mu}^{JM}$ — коэффициенты Клебша—Гордана группы трехмерных вращений, индексы L и J могут принимать следующие значения: $L=J$, $J\pm1$, где $J=0, 1, 2, \ldots$ ($L=1$ при $J=0$). При этом так же, как и в случае плоских волн, для уравнений Максвелла имеются два типа решений ($\sigma=\pm1$), напряженность электрического поля которых имеет вид [17-20]

$$\mathbf{E}^{(z)}_{J\sigma M}(\mathbf{r})=E_0\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma M}(k_\sigma\,|\,\mathbf{r}), \tag{2}$$

$$\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma M}(k_\sigma\,|\,\mathbf{r})=z_J(k_\sigma r)\,\mathbf{Y}^J_{JM}(\mathbf{n}_r)-i\sigma\left[\alpha_J z_{J+1}(k_\sigma r)\,\mathbf{Y}^{J+1}_{JM}(\mathbf{n}_r)-\beta_J z_{J-1}(k_\sigma r)\,\mathbf{Y}^{J-1}_{JM}(\mathbf{n}_r)\right]. \tag{3}$$

В выражении (3) σ определяет поляризацию сферических волн ($\sigma=1$ для правополяризованных волн и $\sigma=-1$ для левополяризованных), $\alpha_J=\sqrt{J/(2J+1)}$; $\beta_J=\sqrt{1-\alpha_J^2}$. Верхний индекс z у векторов $\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma M}$ отмечает тип используемых в (3) сферических функций $z_L(\rho)=\sqrt{\pi/(2\rho)}\,Z_{L+1/2}(\rho)$, а именно j — функций Бесселя $j_L(\rho)$, n — функций Неймана $n_L(\rho)$, $h^{(1)}$ — функций Ханкеля первого рода $h^{(1)}(\rho)$.

Разложим плоскую циркулярно поляризованную волну по сферическим волнам (3) [7, 8] (при этом $E_J=i^J\sqrt{(2J+1)2\pi}\,E_0$)

$$\mathbf{E}^{\text{пад}}_\nu(\mathbf{r})=-\nu\mathbf{e}_\nu E_0\exp(ik_\nu z)=\sum_{J=1}^{\infty}E_J\mathbf{F}^{(j)}_{J\nu\nu}(k_\nu\,|\,\mathbf{r}). \tag{4}$$

В этом разложении содержатся только векторы $\mathbf{F}^{(j)}_{J\sigma M}$ с $\sigma=\nu$, т. е. поляризация сферических волн совпадает с поляризацией плоской волны и с $M=\nu$ (проекция полного момента импульса на ось z совпадает с поляризацией плоской волны).

Интересующее нас решение вне частицы должно иметь вид суперпозиции падающей плоской волны и рассеянных сферических волн и удовлетворять граничным условиям на поверхностях раздела. С учетом структуры выражения (4) и ортонормированности шаровых векторов $\mathbf{Y}^L_{JM}(\mathbf{n}_r)$ рассеянное поле следует искать в виде разложения

$$\mathbf{E}^{\text{расс}}_\nu(\mathbf{r})=-\sum_{J=1}^{\infty}E_J\sum_{\sigma=\pm1}f^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(h(1))}_{J\sigma\nu}(k_\sigma\,|\,\mathbf{r}). \tag{5}$$

В (5) входят функции $\mathbf{F}^{(h^1)}_{J\sigma M}$ только с $M=\nu$, что соответствует сохранению проекции момента импульса, а правильная асимптотика при $r\to\infty$ обеспечена использованием функций Ханкеля $h^{(1)}_L(k_\sigma r)$. Коэффициенты $f^J_{\sigma\nu}$ и нужно найти в ходе решения граничной задачи.

Из уравнений Максвелла и свойств шаровых векторов вытекают выражения для напряженностей магнитного поля падающей и рассеянной волн

$$\mathbf{H}^{\text{пад}}_\nu(\mathbf{r})=-i\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\nu\mathbf{E}^{\text{пад}}_\nu(\mathbf{r}), \tag{6}$$

$$\mathbf{H}^{\text{расс}}_\nu(\mathbf{r})=i\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\sum_{J=1}^{\infty}E_J\sum_{\sigma=\pm1}\sigma f^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(h^{(1)})}_{J\sigma\nu}(k_\sigma\,|\,\mathbf{r}). \tag{7}$$

Напряженности полей внутри частицы следует записать таким образом: 1) для полей внутри оболочки

$$\mathbf{E}^{\text{обол}}_\nu(\mathbf{r})=\sum_{J=1}^{\infty}E_J\sum_{\sigma=\pm1}\left\{g^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma\nu}(k^{(1)}_\sigma\,|\,\mathbf{r})+d^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(n)}_{J\sigma\nu}(k^{(1)}_\sigma\,|\,\mathbf{r})\right\}, \tag{8}$$

$$\mathbf{H}^{\text{обол}}_\nu(\mathbf{r})=-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\sum_{J=1}^{\infty}E_J\sum_{\sigma=\pm1}\sigma\left\{g^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma\nu}(k^{(1)}_\sigma\,|\,\mathbf{r})+d^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(n)}_{J\sigma\nu}(k^{(1)}_\sigma\,|\,\mathbf{r})\right\}; \tag{9}$$

2) для полей внутри сердцевины частицы

$$\mathbf{E}^{\text{сер}}_\nu(\mathbf{r})=\sum_{J=1}^{\infty}E^s_J\sum_{\sigma=\pm1}\varkappa^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma\nu}(k^{(2)}_\sigma\,|\,\mathbf{r}), \tag{10}$$

$$\mathbf{H}^{\text{сер}}_\nu(\mathbf{r})=-\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\sum_{J=1}^{\infty}E_J\sum_{\sigma=\pm1}\sigma\varkappa^J_{\sigma\nu}\mathbf{F}^{(z)}_{J\sigma\nu}(k^{(2)}_\sigma\,|\,\mathbf{r}). \tag{11}$$

В формулах (8)—(11) $k_\sigma^{(a)}=(\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}+\sigma\alpha_a)\,\omega/c$, где $a=1,\ 2$; для сферических функций Бесселя $j_L(\rho)$ мы используем обозначения $z_L(\rho)$, а функции Неймана $n_L(\rho)$, содержащиеся в (8), (9), отсутствуют в (10), (11) по той причине, что они сингулярны в начале координат.

Используем теперь условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на поверхностях раздела: внешней среды и оболочки (сфера радиуса R), оболочки и сердцевины (сфера радиуса r_0). Введем следующие обозначения ($\hat{z}_J(\rho)=\rho z_J(\rho)$):

$$\hat{j}_J(k_\nu R)=j_\nu,\quad \hat{h}_J^{(1)}(k_\sigma R)=h_\sigma,\quad \hat{z}_J(k_\sigma^{(1)}R)=z_\sigma,\quad \hat{n}_J(k_\sigma^{(1)}R)=n_\sigma, \tag{12}$$

$$\hat{z}_J(k_\sigma^{(1)}r_0)=\tilde{z}_\sigma,\quad \hat{n}_J(k_\sigma^{(1)}r_0)=\tilde{n}_\sigma,\quad \hat{z}_J(k_\sigma^{(2)}r_0)=\tilde{m}_\sigma, \tag{13}$$

$$\sqrt{\varepsilon_1\mu/(\varepsilon\mu_1)}=\delta,\quad \sqrt{\varepsilon_2\mu_1/(\mu_2\varepsilon_1)}=\gamma. \tag{14}$$

Тогда для подлежащих определению коэффициентов f, g, d и $\varkappa$ получим систему уравнений

$$\sum_{\sigma=\pm1}\{-h_\sigma f_{\sigma\nu}^J+z_\sigma g_{\sigma\nu}^J+n_\sigma d_{\sigma\nu}^J\}=j_\nu, \tag{15}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\left\{-h_\nu'\frac{\sigma f_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma}+z_\sigma'\frac{\sigma g_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}+n_\sigma'\frac{\sigma d_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}\right\}=\nu j_\nu', \tag{16}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\{-h_\sigma\sigma f_{\sigma\nu}^J+z_\sigma\delta\sigma g_{\sigma\nu}^J+n_\sigma\delta\sigma d_{\sigma\nu}^J\}=\nu j_\nu, \tag{17}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\left\{-h_\sigma'\frac{f_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma}+z_\sigma'\frac{\delta g_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}+n_\sigma'\frac{\delta d_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}\right\}=j_\nu', \tag{18}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\{\tilde{m}_\sigma\varkappa_{\sigma\nu}^J+\tilde{z}_\sigma g_{\sigma\nu}^J+\tilde{n}_\sigma d_{\sigma\nu}^J\}=0, \tag{19}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\left\{\tilde{m}_\sigma'\frac{\sigma\varkappa_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(2)}}+\tilde{z}_\sigma'\frac{\sigma g_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}+\tilde{n}_\sigma'\frac{\sigma d_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}\right\}=0, \tag{20}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\{\tilde{m}_\sigma\gamma\sigma\varkappa_{\sigma\nu}^J+\tilde{z}_\sigma\sigma g_{\sigma\nu}^J+\tilde{n}_\sigma\sigma d_{\sigma\nu}^J\}=0, \tag{21}$$

$$\sum_{\sigma=\pm1}\left\{\tilde{m}_\sigma'\frac{\gamma\varkappa_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(2)}}+\tilde{z}_\sigma'\frac{g_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}+\tilde{n}_\sigma'\frac{d_{\sigma\nu}^J}{k_\sigma^{(1)}}\right\}=0. \tag{22}$$

Решая полученную систему, находим амплитудные коэффициенты для внешних и внутренних полей

$$f_{\sigma\nu}^J=\frac{k_\sigma}{k_\nu}\,\frac{\Delta_\sigma^f}{\Delta},\quad g_{\sigma\nu}^J=\frac{k_\sigma^{(1)}}{k_\nu}\,\frac{\Delta_\sigma^g}{\Delta},\quad d_{\sigma\nu}^J=\frac{k_\sigma^{(1)}}{k_\nu}\,\frac{\Delta_\sigma^d}{\Delta},\quad \varkappa_{\sigma\nu}^J=\frac{k_\sigma^{(2)}}{k_\sigma^{(1)}}\,\frac{\Delta_\sigma^\varkappa}{\Delta}. \tag{23}$$

В (23) Δ — главный определитель системы (15)—(22), а Δ_σ^χ ($\chi=f,\ g,\ d,\ \varkappa$) — определители, получаемые из главного путем замены соответствующего χ_σ-столбца столбцом свободных членов.

С целью достижения большей компактности в записи результатов решения системы (15)—(22) мы используем ряд обозначений (см. Приложение).

Вычисление определителя Δ приводит к формуле

$$\begin{aligned}\Delta={}&-(\gamma^2-1)\,\Pi(h_+h_-)\,\Pi(\tilde{m}_+\tilde{m}_-)\,K_{\nu=1}(\tilde{z}_+\tilde{n}_+\tilde{z}_-\tilde{n}_-z_+n_+z_-n_-)+\Omega_\delta^{1,1}(h_+n_+h_-n_-)\,\Omega_\gamma^{1,1}(\tilde{z}_+\tilde{m}_+\tilde{z}_-\tilde{m}_-)-\\&-\Omega_\delta^{1,1}(h_+n_+h_-z_-)\,\Omega_\gamma^{1,1}(\tilde{z}_+\tilde{m}_+\tilde{n}_-\tilde{m}_-)+\Omega_\delta^{1,1}(h_+z_+h_-z_-)\,\Omega_\gamma^{1,1}(\tilde{n}_+\tilde{m}_+\tilde{n}_-\tilde{m}_-)-\\&-\Omega_\delta^{1,1}(h_+z_+h_-n_-)\,\Omega_\gamma^{1,1}(\tilde{n}_+\tilde{m}_+\tilde{z}_-\tilde{m}_-).\end{aligned} \tag{24}$$

Амплитудные коэффициенты для право- и левоциркулярно поляризованных рассеянных полей $f_{\sigma\nu}^J$, а следовательно, и рассеянные электромагнитные поля будут найдены после учета в (23) формулы (24) и выражений

$$\Delta^{f}_{\sigma=\pm1} = (\gamma^2 - 1)\,\Pi\,(\tilde m_+ \tilde m_-)\begin{Bmatrix}\tilde\Pi\,(j_\nu h_-)\,K\,(\tilde z_+ \tilde n_+ \tilde z_- \tilde n_- z_+ n_+ z_- n_-)\\ \tilde W\,(j_\nu h_+)\,Q\,(\tilde z_+ \tilde n_+ \tilde z_- \tilde n_- z_+ n_+ z_- n_-)\end{Bmatrix} - \Omega^{1,\,1}_{\gamma}\,(\tilde z_+ \tilde m_+ \tilde z_- \tilde m_-)\begin{Bmatrix}\Omega^{\nu,\,1}_{\delta}\,(h_- n_- j_\nu n_+)\\ F^{\nu,\,-1}_{\delta}\,(n_+ j_\nu n_- h_+)\end{Bmatrix} +$$

$$+ \Omega^{1,\,1}_{\gamma}\,(\tilde z_+ \tilde m_+ \tilde n_- \tilde m_-)\begin{Bmatrix}\Omega^{\nu,\,1}_{\delta}\,(h_- z_- j_\nu n_+)\\ F^{\nu,\,-1}_{\delta}\,(n_+ j_\nu z_- h_+)\end{Bmatrix} + \Omega^{1,\,1}_{\gamma}\,(\tilde n_+ \tilde m_+ \tilde z_- \tilde m_-)\begin{Bmatrix}\Omega^{\nu,\,1}_{\delta}\,(h_- n_- j_\nu z_+)\\ F^{\nu,\,-1}_{\delta}\,(z_+ j_\nu n_- h_+)\end{Bmatrix} -$$

$$- \Omega^{1,\,1}_{\gamma}\,(\tilde n_+ \tilde m_+ \tilde n_- \tilde m_-)\begin{Bmatrix}\Omega^{\nu,\,1}_{\delta}\,(h_- z_- j_\nu z_+)\\ F^{\nu,\,-1}_{\delta}\,(z_+ j_\nu z_- h_+)\end{Bmatrix}. \tag{25}$$

Поля внутри оболочки могут быть найдены после вычисления определителей Δ^{g}_{σ} и Δ^{d}_{σ}. Соответствующие выражения для Δ^{g}_{σ} имеют вид

$$\Delta^{g}_{\sigma=\pm1} = -\sigma\,(\gamma^2 - 1)\,\Pi\,(\tilde m_+ \tilde m_-)\,W\,(\tilde z_{-\sigma} \tilde n_{-\sigma})\,L^{\sigma}_{\delta}\left(h_+ \begin{Bmatrix}n_+\\ j_\nu\end{Bmatrix} h_- \begin{Bmatrix}j_\nu\\ n_-\end{Bmatrix}\right) + \sigma\Omega^{1,\,1}_{\gamma}\,(\tilde n_+ \tilde m_+ \tilde n_- \tilde m_-)\,L^{-\sigma}_{\delta}(h_+ j_\nu h_- z_{-\sigma}) -$$

$$- \Omega^{1,\,1}_{\gamma}\left(\begin{Bmatrix}\tilde n_+\\ \tilde z_+\end{Bmatrix}\tilde m_+ \begin{Bmatrix}\tilde z_-\\ \tilde n_-\end{Bmatrix}\tilde m_-\right) L^{-\sigma}_{\delta}\left(h_+ \begin{Bmatrix}j_\nu\\ n_+\end{Bmatrix} h_- \begin{Bmatrix}n_-\\ j_\nu\end{Bmatrix}\right). \tag{26}$$

Выражения для определителей Δ^{d}_{σ} получаются из формул (26) после выполнения в них замен $\tilde n_\sigma \to \tilde z_\sigma$, $\tilde n'_\sigma \to z'_\sigma$, $n_\sigma \to z_\sigma$, $n'_\sigma \to z'_\sigma$ и изменения знака определителя Δ^{g}_{σ}

$$\Delta^{d}_{\sigma} = -\Delta^{g}_{\sigma}\begin{Bmatrix}\tilde n_\sigma \to \tilde z_\sigma; & n_\sigma \to z_\sigma\\ \tilde n'_\sigma \to \tilde z'_\sigma; & n'_\sigma \to z'_\sigma\end{Bmatrix}. \tag{27}$$

Поля внутри сердцевины частицы определяются формулами (10), (11), содержащими амплитудные коэффициенты $\varkappa^{J}_{\sigma\nu}$, которые могут быть найдены с использованием (23), (24) и выражений

$$\Delta^{\varkappa}_{\sigma=\pm1} = (\gamma + \sigma)\,W\,(\tilde z_+ \tilde n_+)\left[\begin{Bmatrix}W\,(\tilde z_- \tilde m_-)\\ \Pi\,(\tilde z_- \tilde m_+)\end{Bmatrix} L^{-1}_{\delta}\,(h_+ j_\nu h_- n_-) - \begin{Bmatrix}W\,(\tilde n_- \tilde m_-)\\ \Pi\,(\tilde n_- \tilde m_+)\end{Bmatrix} L^{-1}_{\delta}\,(h_+ j_\nu h_- z_-)\right] +$$

$$+ \sigma\,(\gamma - \sigma)\,W\,(\tilde z_- \tilde n_-)\left[\begin{Bmatrix}\Pi\,(\tilde n_+ \tilde m_-)\\ W\,(\tilde n_+ \tilde m_+)\end{Bmatrix} L^{1}_{\delta}\,(h_+ j_\nu h_- z_+) - \begin{Bmatrix}\Pi\,(\tilde z_+ \tilde m_-)\\ W\,(\tilde z_+ \tilde m_+)\end{Bmatrix} L^{1}_{\delta}\,(h_+ j_\nu h_- n_+)\right]. \tag{28}$$

Из формул (23)—(28), решающих задачу определения поля, рассеянного частицей, и полей внутри оболочки и сердцевины частицы в случае наличия гиротропии у трех граничащих сред, несложно получить выражения, соответствующие случаям ее отсутствия у одной, двух или всех трех сред.

Ослабление электромагнитной волны в непоглощающей среде складывается из поглощения и рассеяния. Вычисляя потоки энергии

$$\Phi^{\text{расс}} = \int \mathrm{Re}\,[\mathbf{E}^{\text{расс}},\ \mathbf{H}^{*\,\text{расс}}]\,d\sigma; \qquad \Phi^{\text{экст}} = \int \mathrm{Re}\,\{[\mathbf{E}^{\text{пад}},\ \mathbf{H}^{*\,\text{расс}}] + [\mathbf{E}^{\text{расс}},\ \mathbf{H}^{*\,\text{пад}}]\}\,d\sigma$$

интегрированием по поверхности сферы радиуса $r > R$ с использованием формул (4)—(7) и свойств шаровых векторов, находим сечения рассеяния и экстинкции для падающей волны с поляризацией ν

$$\sigma^{\text{расс}}_{\nu} = \frac{\Phi^{\text{расс}}_{\nu}}{I^{\text{пад}}_{\nu}} = 4\pi \sum_{J=1}^{\infty} (2J + 1) \sum_{\sigma=\pm1} \frac{|f^{J}_{\sigma\nu}|^2}{k^2_\sigma}, \tag{29}$$

$$\sigma^{\text{экст}}_{\nu} = \frac{\Phi^{\text{экст}}_{\nu}}{I^{\text{пад}}_{\nu}} = 2\pi \sum_{J=1}^{\infty} (2J + 1) \sum_{\sigma=\pm1} \mathrm{Re}\,\{(1 + \sigma\nu)\, f^{J}_{\sigma\nu}/(k_\sigma k_\nu)\}. \tag{30}$$

При этом сечение поглощения $\sigma^{\text{погл}} = \sigma^{\text{экст}} - \sigma^{\text{расс}}$.

Поведение рассеянного поля в дальней (волновой) зоне можно исследовать аналогично тому, как это сделано в [19]. При $k_\sigma r \gg 1$ получаем

$$\mathbf{E}^{\text{расс}}_{\nu}(\mathbf{r}) = E_0 \sum_{J=1}^{\infty} \sqrt{(2J + 1)\,2\pi}\; i^J \sum_{\sigma=\pm1} f^{J}_{\sigma\nu} \left\{\mathbf{Y}^{J}_{J\nu}(\mathbf{n}_r) -\right.$$

$$\left. - \sigma\left[\alpha_J \mathbf{Y}^{J+1}_{J\nu}(\mathbf{n}_r) + \beta_J \mathbf{Y}^{J-1}_{J\nu}(\mathbf{n}_r)\right]\right\} \exp(ik_\sigma r)/(k_\sigma r). \tag{31}$$

С использованием спиральных ортов $e'_{\pm}(\theta, \varphi) = (\mp e_\theta - ie_\varphi)/\sqrt{2}$ рассеянное поле в волновой зоне представляется в виде

$$E_\nu^{\text{расс}}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=\pm 1} A_{\sigma\nu}(\theta, \varphi)\, e'_\sigma(\theta, \varphi) \exp(ik_\sigma r)/(k_\sigma r). \tag{32}$$

Коэффициенты, характеризующие поляризацию рассеянной волны на больших расстояниях от рассеивающего центра, имеют вид

$$A_{\sigma\nu}(\theta, \varphi) = E_0 \sum_{J=1}^{\infty} (2J+1)(-i\sigma) f^J_{\sigma\nu} D^J_{-\sigma, -\nu}(0, \theta, \varphi), \tag{33}$$

где $D^J_{\sigma\nu}$ — функции Вигнера [15], являющиеся матричными элементами операторов трехмерных вращений. При σ и ν, пробегающих только значения $+1$ и -1, в частности, выражения для них, приведенные в [15], можно представить в виде

$$D^J_{-\sigma, -\nu}(0, \theta, \varphi) = e^{i\nu\varphi} \{\sigma\nu P_J(\cos\theta) - [1 - \sigma\nu\cos\theta]\, P'_J(\cos\theta)/[J(J+1)]\}. \tag{34}$$

Вид поля $H_\nu^{\text{расс}}(\mathbf{r})$ при $r \to \infty$ также нетрудно найти, воспользовавшись выражением (31).

Таким образом, в данной работе получены точные решения задачи о рассеянии электромагнитных волн на двуслойной сферически симметричной частице, составленной из однородных, изотропных, естественно гиротропных веществ, помещенной также в однородную, изотропную, естественно гиротропную среду. Рассмотрено асимптотическое поведение полученных решений. Рассчитаны сечения поглощения, рассеяния и экстинкции. Результаты работы могут быть использованы при расчете полей, рассеянных ансамблем частиц, и в других задачах.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В статье приняты следующие обозначения:

$$W(ab) \equiv a'b - ab', \quad \Pi(ab) \equiv a'b + ab', \quad \tilde{W}(u, j_\nu) \equiv u\nu j'_\nu - u' j_\nu, \quad \tilde{\Pi}(u, j_\nu) \equiv u\nu j'_\nu + u' j_\nu;$$

$$\begin{Bmatrix} K(\bar a\bar b\bar c\bar d abcd) \\ Q(\bar a\bar b\bar c\bar d abcd) \end{Bmatrix} \equiv (\delta + \nu)(\delta \mp 1)\, W(\bar a\bar b)\, W(cd) + (\delta - \nu)(\delta \pm 1)\, W(ab)\, W(\bar c\bar d);$$

$$\begin{Bmatrix} \Omega_i^{\nu, \sigma}(abcd) \\ F_i^{\nu, \sigma}(abcd) \end{Bmatrix} \equiv (i + \nu)(i + \sigma)\, W(ab) \begin{Bmatrix} W(cd) \\ \Pi(cd) \end{Bmatrix} - (i - \nu)(i - \sigma)\, \Pi(cb) \begin{Bmatrix} \Pi(ad) \\ W(ad) \end{Bmatrix};$$

$$\begin{Bmatrix} L_i^{s=1}(abcd) \\ L_i^{s=-1}(abcd) \end{Bmatrix} \equiv (i + s\nu)(i^2 - 1)\, \Pi(ac) \begin{Bmatrix} W(db) \\ \Pi(bd) \end{Bmatrix} - s(\delta - s\nu) \begin{Bmatrix} F_i^{\nu, 1}(abcd) \\ \Omega_i^{\nu, 1}(adcb) \end{Bmatrix}.$$

Список литературы

[1] Стрэттон Дж. Теория электромагнетизма. М., 1947. 539 с.
[2] Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М., 1961. 536 с.
[3] Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М., 1986. 664 с.
[4] Bohren C. F. // Chem. Phys. Lett. 1974. V. 29. P. 458—462.
[5] Bohren C. F. // J. Chem. Phys. 1975. V. 62. N 4. P. 1566—1571.
[6] Ruppin R. // JOSA. 1981. V. 71. N 6. P. 755—758.
[7] Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969. 607 с.
[8] Хижняк Н. А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев, 1986. 280 с.
[9] Пришивалко А. П., Бабенко В. А., Кузьмин В. Н. Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами. Минск, 1984. 263 с.
[10] Пришивалко А. П., Астафьева Л. Г., Веремчук М. С., Леднева Г. П. // ЖПС. 1985. Т. 42. № 1. С. 103—108.
[11] Астафьева Л. Г., Леднева Г. П., Пришивалко А. П. // ДАН БССР. 1986. Т. 30. № 5. С. 414—417.
[12] Доценко А. В., Ефремов А. М., Софронов В. Г. // ЖПС. 1985. Т. 43. № 2. С. 281—285.

[13] Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Шепелевич В. В. // Опт. и спектр. 1974. Т. 37. В. 1. С. 120—124.
[14] Федоров Ф. И. Теория гиротропии. Минск, 1986. 456 с.
[15] Варшалович А. В., Москалев А. Н., Херсонский В. Г. Квантовая теория углового момента. М., 1975. 440 с.
[16] Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., 1969. 624 с.
[17] Годлевская А. Н., Карпенко В. А., Сердюков А. Н. // Опт. и спектр. 1985. Т. 59. В. 6. С. 1262—1265.
[18] Афонин А. А., Годлевская А. Н., Капшай В. Н., Сердюков А. Н. // ЖПС. 1986. Т. 45. № 2. С. 307—312.
[19] Годлевская А. Н., Капшай В. Н. // Опт. и спектр. 1989. Т. 66. В. 4. С. 330—334.
[20] Годлевская А. Н., Капшай В. Н. // ДАН БССР. 1989. Т. 33. № 4. С. 332—335.

Поступило в Редакцию 14 июля 1989 г.